

УДК 519.873

Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

root@sevgtu.sebastopol.ua

СТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОСТИКОВОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ПРОФИЛАКТИКИ

Построена математическая модель мостиковой технологической системы с учетом проведения профилактики её элементов. Найдены приближенные значения стационарных характеристик надежности рассматриваемой системы.

При эксплуатации гибких производственных систем актуальной является проблема определения оптимальных моментов проведения профилактики элементов системы для обеспечения максимально возможной надежности.

Известна математическая модель функционирования последовательной и параллельной технологических систем с учетом проведения профилактики [1,2]. Интерес представляет построение математической модели функционирования систем с более общей структурой.

Цель данной статьи – построить математическую модель функционирования системы, состоящей из пяти технологических ячеек (ТЯ), связанных между собой в виде мостиковой системы, с учетом проведения профилактики ТЯ, найти среднюю стационарную наработку на отказ, среднее стационарное время восстановления и стационарный коэффициент готовности системы.

Опишем функционирование рассматриваемой системы S . Система состоит из пяти ТЯ, функционально связанных между собой в виде мостиковой схемы, изображенной на рисунке 1.

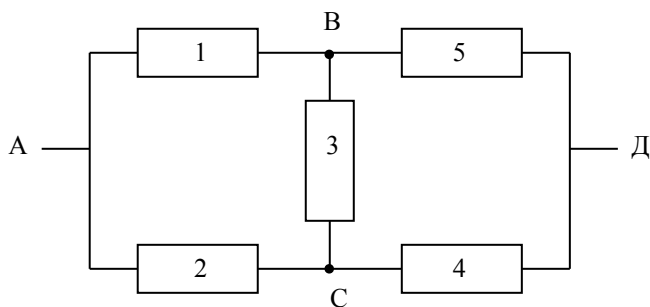


Рисунок 1 – Структура мостиковой системы

Эволюция i -ой ТЯ описывается альтернирующим процессом восстановления с временами безотказной работы α_i и восстановлением β_i , имеющими функции распределения (ФР) $F_i(t) = P(\alpha_i \leq t)$ и $G_i(t) = P(\beta_i \leq t)$ соответственно, $i = \overline{1,5}$. Система считается в отказе, если на любом пути из точки А в точку Д по крайней мере одна ТЯ восстанавливается. В случайные моменты времени (через промежутки времени α_6 с ФР $F_6(t) = P(\alpha_6 \leq t)$) проводится профилактика всех ТЯ, время проведения профилактики – случайная величина (СВ) β_6 с ФР $F_6(t) = P(\alpha_6 \leq t)$. При этом профилактика проводится только в том случае, если в момент проведения плановой профилактики все ТЯ находятся в работоспособном состоянии. После проведения профилактики все надежностные свойства ТЯ полностью обновляются. Предполагается, что СВ $\alpha_i, \beta_i, i = \overline{1,6}$, имеют конечные математические ожидания и дисперсии, у ФР $F_i(t), G_i(t)$ существуют плотности $f_i(t), g_i(t)$, СВ $\alpha_i, \beta_i, i = \overline{1,5}$, являются независимыми.

Функционирование исходной системы опишем полумарковским процессом (ПМП) $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным фазовым пространством [3]. Введем множество полумарковских состояний системы:

$$E = \{i\bar{d}\bar{x}^{(i)}, i = \overline{1,6}\} \cup \{0\} \cup \{1\},$$

где $i(i = \overline{1,5})$ – номер ТЯ, изменившей свое состояние последней; если $i = 6$, то это означает, что последним изменением системы было наступление планового момента проведения профилактики; $\bar{d} = (d_1, \dots, d_6)$, $\bar{x}^{(i)} = (x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_6)$.

Первые пять компонент d_k вектора $\bar{d}$ фиксируют состояние соответствующих ТЯ: $d_k = 0$ – k -я ТЯ восстанавливается; $d_k = 1$ – k -я ТЯ находится в работоспособном состоянии; если $d_6 = 0$, тогда проводится профилактика; если $d_6 = 1$, то система находится в ожидании профилактики. Значением компоненты $x_k, k = \overline{1,5}$, вектора $\bar{x}^{(i)}$ является время, оставшееся до ближайшего момента изменения состояния k -й ТЯ; x_6 – время до ближайшего планового момента проведения профилактики. Состояние 0 состоит в том, что работа всех ТЯ прерывается и начинается профилактика; состояние 1 означает, что профилактика завершилась, и работа всех ТЯ начинается сначала.

Для нахождения стационарных характеристик системы используем приближенный метод, основанный на алгоритме фазового укрупнения [3,4].

Предположим, что у элементов системы времена безотказных работ значительно больше соответствующих времен восстановления и времени проведения профилактики. В качестве опорной системы S_0 рассмотрим систему, в которой элементы восстанавливаются мгновенно и имеют мгновенную профилактику.

Временная диаграмма функционирования опорной системы представлена на рисунке 2.

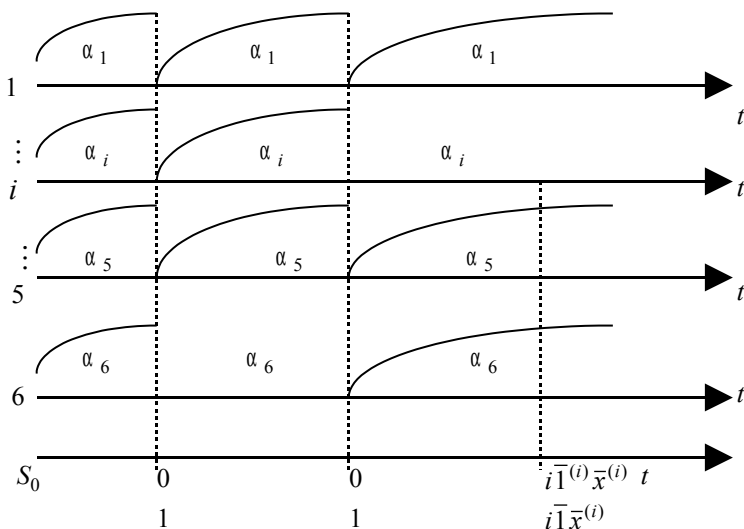


Рисунок 2 – Временная диаграмма функционирования опорной системы

Таким образом, опорная система имеет пространство состояний:

$$E^0 = \{i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}, i\bar{1}\bar{x}^{(i)}, i = \overline{1,5}\} \cup \{0\} \cup \{1\},$$

где $\bar{1}$ – 6-мерный вектор, все компоненты которого равны 1, $\bar{1}^{(i)}$ – 6-мерный вектор, у которого i -я компонента равна 0, а все остальные равны 1. Состояния 0 и $i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}$ являются мгновенными.

Определим вероятность переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n^0; n \geq 0\}$ ПМП, описывающего функционирование опорной системы.

1. Из состояния 0 система с вероятностью 1 переходит в состояние 1:
 $P_0^1 = 1.$

2. Из состояния $i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}$, $i = \overline{1,5}$, система с вероятностью 1 переходит в состояние $i\bar{1}\bar{x}^{(i)}$: $P_{i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}}^{i\bar{1}\bar{x}^{(i)}} = 1$.

3. Из состояния 1 система переходит в состояние 0 с вероятностью $P_1^0 = \int \prod_{k=1}^5 \bar{F}_k(t) f_6(t) dt$.

4. Из состояния 1 система переходит в состояние $i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}$ с вероятностью $P_1^{i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}} = \int_0^\infty f_i(t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^6 f_k(x_k + t) dt$, $i = \overline{1,5}$.

5. Из состояния $i\bar{1}\bar{x}^{(i)}$, $i = \overline{1,5}$, система может перейти в состояние:

а) $i\bar{1}^{(i)}(\bar{x}^{(i)} - \bar{t}^{(i)})(\bar{t}^{(i)})$ - 6-мерный вектор, i - я компонента которого равна 0, а остальные t), если $\alpha_i < \bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^6 x_k$, с плотностью вероятности перехода $P_{i\bar{1}\bar{x}^{(i)}}^{i\bar{1}^{(i)}(\bar{x}^{(i)} - \bar{t}^{(i)})(\bar{t}^{(i)})} = f_i(t)$;

б) $j\bar{1}^{(j)}\bar{y}^{(j)}$, $y_j > 0, y_k = x_k - x_j, k \neq i, j = \overline{1,6}$, если $x_j = \bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^6 \alpha_k < \alpha_i$, с плотностью вероятности перехода $P_{i\bar{1}\bar{x}^{(i)}}^{j\bar{1}^{(j)}\bar{y}^{(j)}} = f_i(x_j + y_i)$;

в) 0, если $x_6 = \bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^6 x_k < \alpha_i$, с вероятностью перехода $P_{i\bar{1}\bar{x}^{(i)}}^0 = \bar{F}_i(x_6)$.

Обозначим через ρ_0 и ρ_1 значение стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ на состояниях 0 и 1, а через $\rho(i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)})$ и $\rho(i\bar{1}\bar{x}^{(i)})$ - стационарные плотности для состояний $i\bar{1}^{(i)}\bar{x}^{(i)}$ и $i\bar{1}\bar{x}^{(i)}$ соответственно.

По определению стационарного распределения стационарные плотности удовлетворяют системе интегральных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0 = \rho_1 \int_0^\infty \prod_{k=1}^5 \bar{F}_k(t) f_6(t) dt + \sum_{i=1}^5 \int_0^\infty \bar{F}_6(x_6) dx_6 \int_{x_6}^\infty \dots \int_{x_6}^\infty \rho(i \bar{1} \bar{x}^{(i)}) d\bar{x}^{(i,6)}, \\ \rho(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}) = \rho_1 \int_0^\infty f_i(t) \prod_{k=1}^6 f_k(x_k + t) dt + \\ \quad + \sum_{i=1}^5 \int_0^\infty f_k(x_k + t) \rho(k \bar{1}(\bar{x}^{(i)} + \bar{t})^{(k)}) dt, \quad i = \overline{1,5}, \\ \rho_1 = \rho_0, \rho(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}) = \rho(i \bar{1} \bar{x}^{(i)}), \\ \rho_0 + \rho_1 + \sum_{i=1}^5 \int_{R_+^{6(i)}} [\rho(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}) + \rho(i \bar{1} \bar{x}^{(i)})] d\bar{x}^{(i)} = 1, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\bar{x}^{(i,6)} = (x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_5, 0), R_+^{6(i)} = \{\bar{x}^{(i)}, x_k \geq 0, k = \overline{1,6}\}$,

$(\bar{x}^{(i)} + \bar{t})^{(k)} = (x_1 + t, \dots, x_{i-1} + t, t, x_{i+1} + t, \dots, x_{k-1} + t, 0, x_{k+1} + t, \dots, x_6 + t)$.

Доказывается следующая теорема. Система интегральных уравнений имеет единственное решение, которое определяется формулами:

$$\rho(i \bar{1} \bar{x}^{(i)}) = \rho(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}) = \rho_1 \int_0^\infty h_i(t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 v_k(t, x_k) f_6(x_6 + t) dt, \quad i = \overline{1,5}, \quad (2)$$

где $h_i(t) = \sum_{n=1}^\infty f_i^{*(n)}(t)$ - плотность восстановления, порожденного СВ

$\alpha_i, v_k(t, x_k) = f_k(t + x_k) + \int_0^t f_k(t + x_k - s) h_k(s) ds$ - плотность распределения

прямого остаточного времени процесса восстановления, порожденного СВ

$$\alpha_k, \rho_1 = \rho_0 = \frac{1}{2} (1 + \sum_{i=1}^5 \int_0^\infty h_i(t) \bar{F}_6(t) dt)^{-1}.$$

Для исходной системы множество состояний E разбивается на два непересекающихся подмножества E_+ и E_- : $E = E_+ \cup E_-$, $E_+ \cap E_- = \emptyset$, E_+ - множество работоспособных состояний системы, E_- - множество отказовых состояний. Напомним, что система находится в отказе, если на любом пути из точки A в точку D по крайней мере одна ТЯ восстанавливается, или система находится на профилактике. В подмножество E_+ попадают состояния E_+^0 опорной системы: $E_+^0 = \{i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}, i \bar{1} \bar{x}^{(i)}, i = \overline{1,5}\} \cup \{1\}$, а в подмножество E_- - состояние $\{0\}$ подмножества E_-^0 .

Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ и среднее стационарное время восстановления T_- найдем приближенно, используя формулы [4]:

$$T_+ \approx \frac{\int_{E_+} m(z) \rho(dz)}{\int_{E_+} \rho(dz) P^{(r)}(z, E_-)}, \quad T_- \approx \frac{\int_E \rho(dz) \int_{E_-} m(y) P^{(r)}(z, dy)}{\int_{E_+} \rho(dz) P^{(r)}(z, E_-)}, \quad (3)$$

где $\rho(dz)$ – стационарное распределение (2) ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ опорной системы S_0 ; $m(z)$ – средние времена пребывания в состояниях исходной системы S ; $P^{(r)}(z, dy)$ – вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ исходной системы из работоспособных состояний в отказовые по минимальной траектории.

Найдем $\int_{E_+} \rho(dz) P^{(r)}(z, E_-)$, для этого предварительно определим вероятности перехода реальной системы в отказовые из эргодических состояний опорной системы, входящих в подмножество работоспособных состояний E_+ .

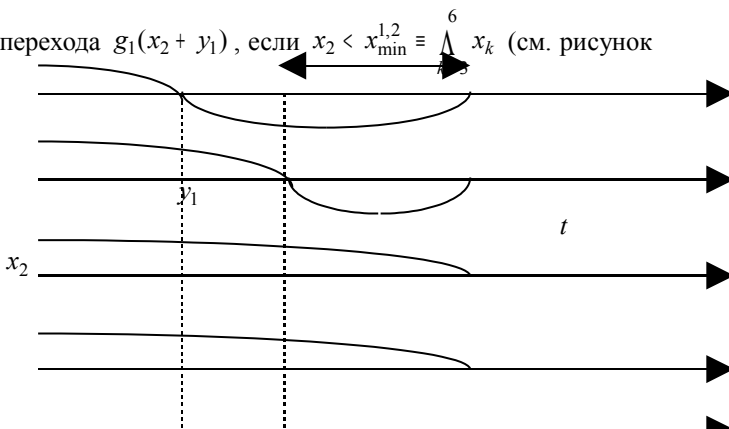
1. Из состояния 1 система переходит в отказовое состояние 0 за один шаг в случае, если $\alpha_6 < \bigwedge_{i=1}^5 \alpha_i$ с вероятностью $P_1^0 = \int \prod_{k=1}^5 \bar{F}_k(t) f_6(t) dt$.

2. Из состояния $i \bar{1} \bar{x}^{(i)}$, $i = \bar{1}, 5$, система за один шаг перейдет в отказовое состояние 0 с вероятностью $P_{i \bar{1} \bar{x}^{(i)}}^0 = \bar{F}_i(x_6)$, если $x_6 < \alpha_i \bigwedge_{k=1}^{i,6} x_k^{i,6}$, где $x_{\min}^{i,6} = \bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 x_k$.

3. Из состояния $1 \bar{1}^{(1)} \bar{x}^{(1)}$ система за один шаг перейдет в отказовое состояние $2 \bar{1}^{(1,2)}(y_1, 0, x_3 - x_2, \dots, x_6 - x_5)$, $y_1 > 0$, $\bar{1}^{(1,2)} = (0, 0, 1, 1, 1, 1)$, с плотностью вероятности перехода $g_1(x_2 + y_1)$, если $x_2 < x_{\min}^{1,2} \equiv \bigwedge_{k=3}^6 x_k$ (см. рисунок

3).

1



2			t
	x_3		
3			t
$\vdots$			
6	x_6		t
S	$1 \bar{1}^{(1)} \bar{x}^{(1)}$	$2 \bar{1}^{(1,2)}(y_1, 0, x_3 - x_2, \dots, x_6 - x_2)$	t

Рисунок 3 – Диаграмма перехода в отказовые состояния из состояния $1 \bar{1}^{(1)} \bar{x}^{(1)}$

Аналогично система из работоспособных состояний $2 \bar{1}^{(1)} \bar{x}^{(2)}$, $4 \bar{1}^{(4)} \bar{x}^{(4)}$, $5 \bar{1}^{(5)} \bar{x}^{(5)}$ за один шаг попадает в отказовое состояние, если ближайшим изменением состояния системы является отказ соответственно первой, пятой и четвертой ТЯ. Плотности вероятностей этих переходов соответственно равны:

$$g_2(x_1 + y_2), \quad y_2 > 0, \quad x_1 < x_{\min}^{1,2};$$

$$g_4(x_5 + y_4), \quad y_4 > 0, \quad x_5 < x_{\min}^{4,5} \equiv \bigwedge_{\substack{k=1 \\ k \neq 4,5}}^6 x_k;$$

$$g_5(x_4 + y_5), \quad y_5 > 0, \quad x_4 < x_{\min}^{4,5}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \int_{E_+} \rho(dz) P^{(1)}(z, E_-) &= \rho_1 P_1^0 + \sum_{i=1}^5 \int_{R^{6(i)}} \rho(i \bar{1} \bar{x}^{(i)}) P(i \bar{1} \bar{x}^{(i)}, E_-) d\bar{x}^{(i)} + \\ &+ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^5 \int_{R_+^{6(i)}} \rho(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}) P(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}, E_-) d\bar{x}^{(i)} = \rho_1 \int_0^\infty \prod_{k=1}^5 \bar{F}_k(t) f_6(t) dt + \\ &+ \rho_1 \sum_{i=1}^5 \int_{R_+^{6(i,6)}} d\bar{x}^{(i,6)} \int_0^{x_{\min}^{i,6}} \bar{F}_i(x_6) dx_6 \int_0^\infty h_i(t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq 3-i}}^5 v_k(t, x_k) f_6(x_6 + t) dt + \\ &+ \rho_1 \sum_{i=1}^2 \int_{R_+^{6(1,2)}} d\bar{x}^{(1,2)} \int_0^{x_{\min}^{1,2}} \bar{G}_{3-i}(x_i) dx_i \int_0^\infty h_{3-i}(t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq 3-i}}^5 v_k(t, x_k) f_6(x_6 + t) dt + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \rho_1 \sum_{i=4}^5 \int_{R_+^{6(i,6)}} d\bar{x}^{(4,5)} \int_0^{x_{\min}^{4,5}} \bar{G}_{9-i}(x_i) dx_i \int_0^\infty h_{9-i}(t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq 9-i}}^5 v_k(t, x_k) f_6(x_6 + t) dt = \\
& = \rho_1 [1 + \sum_{i=1}^2 \int_0^\infty h_{3-i}(t) dt \int_0^\infty v_i(t, s) \bar{G}_{3-i}(s) \bar{F}_6(t+s) \prod_{k=3}^5 \bar{V}_k(t, s) ds + \\
& + \sum_{i=4}^5 \int_0^\infty h_{9-i}(t) dt \int_0^\infty v_i(t, s) \bar{G}_{9-i}(s) \bar{F}_6(t+s) \prod_{k=1}^3 \bar{V}_k(t, s) ds], \\
& R_+^{6(i,j)} = \{ \bar{x}^{(i,j)} = (x_1, \dots, x_6), x_k \geq 0, x_i = x_j = 0 \}, \quad \bar{V}_k(t, s) = \\
& = \int_s^\infty v_k(t, \tau) d\tau - \text{нестационарный коэффициент оперативной готовности } k\text{-й} \\
& \text{ТЯ, то есть, вероятность того, что } k\text{-я ТЯ, работающая к моменту } t, \text{ не} \\
& \text{откажет на интервале } (t, t+s].
\end{aligned}$$

Для определения $\int_{E_+} m(z) \rho(dz)$ предварительно найдем средние времена $m(z)$ пребывания в состояниях E_+ реальной системы:

$$\begin{aligned}
m(1) &= M\left(\bigwedge_{k=1}^6 \alpha_k\right) = \int_0^\infty \prod_{k=1}^6 \bar{F}_k(t) dt, \\
m(i \bar{1} \bar{x}^{(i)}) &= M(\alpha_i \wedge x_{\min}^i) = \int_0^{x_{\min}^i} \bar{F}_i(t) dt, \\
m(i \bar{1}^{(i)} \bar{x}^{(i)}) &= M(\beta_i \wedge x_{\min}^i) = \int_0^{x_{\min}^i} \bar{G}_i(t) dt.
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
\int_{E_+} m(z) \rho(dz) &= \rho_1 \int_0^\infty \prod_{k=1}^6 \bar{F}_k(t) dt + \\
& + \rho_1 \sum_{i=1}^5 \int_{R_+^{6(i)}} dx^{(i)} \int_0^\infty h_i(t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 v_k(t, x_k) f_6(x_6 + t) dt \int_0^{x_{\min}^i} (\bar{F}_i(z) + \bar{G}_i(z)) dz = \\
& = \rho_1 M \alpha_6 + \rho_1 \sum_{i=1}^5 \int_0^\infty h_i(t) \int_0^\infty \bar{G}_i(z) dz \bar{F}_6(z+t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 \bar{V}_k(t, z) dz.
\end{aligned}$$

Таким образом, средняя статистическая наработка на отказ системы S приближенно равна:

$$\begin{aligned} T_+ \approx & \left[M\alpha_6 + \sum_{i=1}^5 \int_0^\infty h_i(t) dt + \int_0^\infty \overline{G}_i(z) \overline{F}_6(z+t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 \overline{V}_k(t, z) dz \right] / \\ & \left[1 + \sum_{i=1}^2 \int_0^\infty h_{3-i}(t) dt \int_0^\infty v_i(t, s) \overline{G}_{3-i}(s) \overline{F}_6(t+s) \prod_{k=3}^5 \overline{V}_k(t, s) ds + \right. \\ & \left. + \sum_{i=4}^5 \int_0^\infty h_{9-i}(t) dt \int_0^\infty v_i(t, s) \overline{G}_{9-i}(s) \overline{F}_6(t+s) \prod_{k=1}^3 \overline{V}_k(t, s) ds \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Перейдем к нахождению среднего стационарного времени восстановления T_- системы S . Оценка знаменателя дроби в формуле (3) уже проведена при вычислении T_+ . Вычислим числитель с учетом того, что $m(0) = M\beta_6$;

$$m(i \overline{1}^{(1,2)} \overline{x}^{(i)}) = \int_0^{x_{\min}^i} \overline{G}_i(z) dz, \quad i = 1, 2;$$

$$m(i \overline{1}^{(4,5)} \overline{x}^{(i)}) = \int_0^{x_{\min}^i} \overline{G}_i(z) dz, \quad i = 4, 5,$$

$$\overline{1}^{(4,5)} = (1, 1, 1, 0, 0, 1).$$

$$\int_E \rho(dz) \int_E m(y) p^{(1)}(z, dy) = \rho_1(M\beta_6 +$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{i=1}^2 \int_0^\infty h_{3-i}(t) dt \int_0^\infty \overline{G}_i(z) dz \int_0^\infty \overline{G}_{3-i}(5+z) v_i(t, s) \overline{F}_6(t+s+z) \prod_{k=3}^5 \overline{V}_k(t, s+z) ds + \\ & + \sum_{i=4}^5 \int_0^\infty h_{9-i}(t) dt \int_0^\infty \overline{G}_i(z) dz \int_0^\infty \overline{G}_{9-i}(5+z) v_i(t, s) \overline{F}_6(t+s+z) \prod_{k=1}^3 \overline{V}_k(t, s+z) ds). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} T_- \approx & \left[M\beta_6 + \sum_{i=1}^2 \int_0^\infty h_{3-i}(t) dt \int_0^\infty \overline{G}_i(z) dz \int_0^\infty \overline{G}_{3-i}(s+z) v_i(t, s) \overline{F}_6(t+s+ \right. \\ & \left. + z) \prod_{k=3}^5 \overline{V}_k(t, s+z) ds + \sum_{i=4}^5 \int_0^\infty h_{9-i}(t) dt \int_0^\infty \overline{G}_i(z) dz \int_0^\infty \overline{G}_{9-i}(s+ \right. \\ & \left. + z) v_i(t, s) \overline{F}_6(t+s+z) \prod_{k=1}^3 \overline{V}_k(t, s+z) ds \right] / \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left/ [1 + \sum_{i=1}^2 \int_0^{\infty} h_{3-i}(t) dt \int_0^{\infty} v_i(t, s) \overline{G}_{3-i}(s) \overline{F}_6(t+s) \prod_{k=3}^5 \overline{V}_k(t, s) ds + \right. \\ & \left. + \sum_{i=4}^5 \int_0^{\infty} h_{9-i}(t) dt \int_0^{\infty} v_i(t, s) \overline{G}_{9-i}(s) \overline{F}_6(t+s) \prod_{k=1}^3 \overline{V}_k(t, s) ds \right]. \end{aligned}$$

Используя формулы (4) и (5), определим стационарный коэффициент готовности системы $K_{\Gamma} = T_{+} / (T_{+} + T_{-})$:

$$\begin{aligned} K_{\Gamma} & \approx [M\alpha_6 + \sum_{i=1}^5 \int_0^{\infty} h_i(t) dt + \int_0^{\infty} \overline{G}_i(z) \overline{F}_6(z+t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 \overline{V}_k(t, z) dz] \left/ \right. \\ & \left/ [M\alpha_6 + M\beta_6 + \sum_{i=1}^5 \int_0^{\infty} h_{3-i}(t) dt \int_0^{\infty} \overline{G}_i(z) \overline{F}_6(z+t) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^5 \overline{V}_k(t, z) dz + \right. \\ & + \sum_{i=1}^2 \int_0^{\infty} h_{3-i}(t) dt \int_0^{\infty} \overline{G}(z) dz \int_0^{\infty} \overline{G}_{3-i}(s+z) v_i(t, s) \overline{F}_6(t+s+z) \prod_{k=3}^5 \overline{V}_k(t, s+z) ds + \\ & \left. + \sum_{i=4}^5 \int_0^{\infty} h_{9-i}(t) dt \int_0^{\infty} \overline{G}(z) dz \int_0^{\infty} v_i(t, s) \overline{G}_{9-i}(s+z) \overline{F}_6(t+s+z) \prod_{k=1}^3 \overline{V}_k(t, s+z) ds \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Если предположить, что время восстановления ТЯ зависит от малого положительного параметра ε таким образом, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M\beta_i^{(\varepsilon)} = 0, \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{D\beta_i^{(\varepsilon)}}{M\beta_i^{(\varepsilon)}} = 0, \quad i = \overline{1, 5}, \quad \text{а времена безотказной работы ТЯ фиксированы,}$$

тогда формулы (4)-(6) можно упростить к виду:

$$\begin{aligned} T_{+} & \approx [M\alpha_6 + \sum_{i=1}^5 M\beta_i \int_0^{\infty} h_i(t) \overline{F}_6(t) dt] \left/ [1 + (M\beta_1 + \right. \\ & \left. + M\beta_2) \int_0^{\infty} h_1(t) h_2(t) \overline{F}_6(t) dt + (M\beta_4 + M\beta_5) \int_0^{\infty} h_4(t) h_5(t) \overline{F}_6(t) dt], \right. \\ T_{-} & \approx [M\beta_6 + M\beta_1 M\beta_2 \int_0^{\infty} h_1(t) h_2(t) \overline{F}_6(t) dt + \\ & \left. + M\beta_4 M\beta_5 \int_0^{\infty} h_4(t) h_5(t) \overline{F}_6(t) dt] \left/ [1 + (M\beta_1 + \right. \\ & \left. + M\beta_2) \int_0^{\infty} h_1(t) h_2(t) \overline{F}_6(t) dt + (M\beta_4 + M\beta_5) \int_0^{\infty} h_4(t) h_5(t) \overline{F}_6(t) dt], \right. \end{aligned}$$

$$K_{\Gamma} \approx \left[M_{\alpha_6} + \sum_{i=1}^5 M\beta_i \int_0^{\infty} h_i(t) \bar{F}_6(t) dt \right] / \left[M_{\alpha_6} + M\beta_6 + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^5 M\beta_i \int_0^{\infty} h_i(t) \bar{F}_6(t) dt + \int_0^{\infty} \bar{F}_6(t) [M\beta_1 M\beta_2 h_1(t) h_2(t) + \right. \\ \left. + M\beta_4 M\beta_5 h_4(t) h_5(t)] dt \right].$$

Таким образом, построена математическая модель функционирования системы, состоящей из пяти технологических ячеек, связанных между собой в виде мостиковой системы, с учетом проведения профилактики ТЯ; найдено приближенное значение основных стационарных характеристик системы.

Предполагаемое направление для дальнейших исследований – разработка моделей функционирования многокомпонентных технологических систем с учетом проведения профилактики и нахождение оптимальных моментов её проведения.

Библиографический список

1. Песчанский А.И. Анализ надежности двухкомпонентной технологической системы с учетом профилактики / А.И. Песчанский, С.Г. Глеч // Новые технологии в машиноприборостроении и на транспорте: Материалы междунар. науч. – техн. конф., Севастополь, 10-14 сентября, 2001 г. — Севастополь, 2001. — С. 125 – 134.
2. Обжерин Ю.Е. Определение стационарных характеристик двухкомпонентной системы с учетом профилактики / Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский, С.Г. Глеч // Автоматизация: проблемы, идеи, решения: Материалы междунар. науч. – техн. конф., Севастополь, 20-24 сентября, 2002 г. — Севастополь, 2002. — С. 75 – 82.
3. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. — К: Наук. думка, 1982. — 236 с.
4. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания / А.Н. Корлат, В.Н. Кузнецов, М.И. Новиков, А.Ф. Турбин. — Кишинев: Штиинца, 1991. — 209 с.

Поступила в редакцию 26.04.2004 г.