

ВЛИЯНИЕ ПОДВОДНОГО ВЫСТУПА НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Для модели волновода с твердым ступенчатым дном и изменяющимся с глубиной в частных областях профилем скорости звука исследуется асимптотическое поведение неизвестных в соответствующей бесконечной системе. Проводится численное исследование энергетических характеристик звуковых полей при варьировании параметров задачи.

При теоретическом анализе звуковых полей в акустических волноводах широкое применение получил метод частных областей [1], с помощью которого соответствующие задачи сводятся к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений или к системе интегральных уравнений. Наличие изломов, угловых точек и ребер границ волноводов позволяет эффективно решить бесконечную систему в силу того, что асимптотика неизвестных находится благодаря априорно известному характеру особенности вблизи угла.

Аналитическая форма решения, обеспеченная использованием метода частных областей, позволяет значительно упростить исследование энергетических характеристик звукового поля. В частности, в статье [2] рассмотрена трансформация энергии падающей волны в составном упругом волноводе, в статье [3] - энергетические характеристики падающей, отраженных и прошедших волн через зону сопряжения плоского и клиновидного волновода.

В статье авторов [4] методом частных областей строится решение задачи о звуковом поле в неоднородном гидроакустическом волноводе со ступенчатым дном. Там же, в качестве численного примера, исследовался волновод с выступом.

Целью данной работы является исследование энергетических характеристик прохождения звуковой волны для волновода с выступом.

1. Постановка и построение решения задачи. На рисунке 1 изображен гидроакустический волновод, имеющий подводный выступ с радиальной симметрией, над центром которого расположен точечный гармонический источник звука. Согласно методу частных областей разобьем волновод на две области, характеризующиеся скоростью звука $c_f(z)$ и постоянной глубиной h , плотность жидкости ρ полагаем постоянной в обеих областях. Распространение звуковых волн описывается неоднородным уравнением Гельмгольца

$$\Delta\Phi + \frac{\omega^2}{c^2(z)}\Phi = -\frac{\delta(z-z_0)\delta(r)}{2\pi r}, \quad (1)$$

где Φ - потенциал скоростей; ω - частота; $c(z)$ - профиль скорости звука; δ - дельта функция Дирака.

Положим, что поверхность волновода является акустически мягкой, а дно - акустически жестким:

$$\Phi(r, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right|_L = 0,$$

где L - кривая, определяющая форму дна.

Решение для волновода со ступенчатым дном строится [4] в виде суммы нормальных мод в каждой из частных областей. Для волновода с одним выступом общее решение имеет следующий вид:

$$\Phi_A = \frac{i}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Phi_{A,n}(z_0)\Phi_{A,n}(z)}{\gamma_{A,n}} H_0^{(1)}(\xi_{A,n}r) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \Phi_{A,n}(z) J_0(\xi_{A,n}r); \quad (2)$$

$$\Phi_B = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \Phi_{B,n}(z) H_0^{(1)}(\xi_{B,n}r), \quad (3)$$

где $\gamma_{A,n} = \int_0^{h_0} (\Phi_{A,n}(s))^2 ds$; $\xi_{A,n}$, $\Phi_{A,n}$, $\xi_{B,n}$, $\Phi_{B,n}$ - собственные числа и функции соответствующих задач Штурма-Луивилля:

$$\Phi_A'' + \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - \xi^2 \right) \Phi_A = 0, \quad \Phi_A(0) = 0, \quad \Phi_A'(h_0) = 0;$$

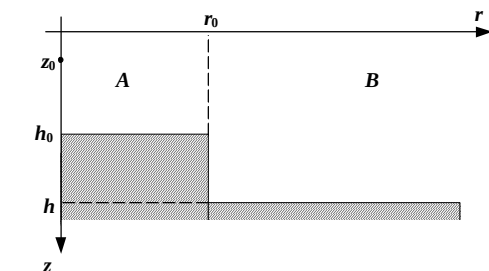


Рисунок 1 - Гидроакустический волновод с выступом

$$\Phi_B'' + \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - \xi^2 \right) \Phi_B = 0, \quad \Phi_B(0) = 0, \quad \Phi_B'(h) = 0. \quad (4)$$

Алгоритм построения собственных чисел и функций краевых задач (4) для кусочно-заданного профиля скорости звука $c(z)$ описан в [4].

Использование нормальных мод позволяет выполнить граничные условия на горизонтальных стенках волновода и условие излучения точно. Из условий непрерывности звукового поля на границах раздела частичных областей $r = r_0$:

$$\Phi_A(r_0, z) = \Phi_B(r_0, z), \quad z \in [0; h_0]; \quad \frac{\partial \Phi_B}{\partial r}(r_0, z) = \begin{cases} \frac{\partial \Phi_A}{\partial r}(r_0, z), & z \in [0; h_0] \\ 0, & z \in [h_0; h] \end{cases},$$

получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неопределенных коэффициентов $\{A_n\}$ и $\{B_n\}$ в представлении потенциала скоростей (2-3)

$$\begin{cases} -\frac{1}{\gamma_{B,m}} \sum_{n=0}^{\infty} I_{m,n}^1 x_n + y_m - \frac{1}{\gamma_{B,m}} \sum_{n=0}^{\infty} I_{m,n}^2 y_n = Q_m^1 \\ -\frac{1}{\xi_{B,m} \gamma_{B,m}} \sum_{n=0}^{\infty} I_{m,n}^1 \xi_{A,n} \frac{J_1(\xi_{A,n} r_0)}{J_0(\xi_{A,n} r_0)} x_n + \frac{H_1^{(1)}(\xi_{B,m} r_0)}{H_0^{(1)}(\xi_{B,m} r_0)} y_m = Q_m^2 \end{cases} \quad (m=0,1,2,\dots), \quad (5)$$

$$\text{где } x_n = A_n J_0(\xi_{A,n} r_0); \quad y_n = B_n H_0^{(1)}(\xi_{B,n} r_0), \quad \gamma_{B,n} = \int_0^h (\Phi_{B,n}(s))^2 ds,$$

$$Q_m^1 = \frac{i}{4\gamma_{B,m}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Phi_{A,n}(z_0)}{\gamma_{A,n}} I_{m,n}^1 H_0^{(1)}(\xi_{A,n} r_0);$$

$$Q_m^2 = \frac{i}{4\gamma_{A,m} \xi_{A,m}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Phi_{A,n}(z_0)}{\gamma_{A,n}} I_{m,n}^1 \xi_{A,n} H_1^{(1)}(\xi_{A,n} r_0).$$

$$\text{Интегралы } I_{m,n}^1 = \int_0^{h_0} \Phi_{A,n} \Phi_{B,m} dz; \quad I_{m,n}^2 = \int_{h_0}^h \Phi_{B,n} \Phi_{B,m} dz, \quad \text{в случае совпадающего в частичных областях}$$

профиля скорости звука вычисляются точно интегрированием по частям:

$$I_{m,n}^1 = \frac{\Phi_{B,m}(h_0) \Phi_{A,n}(h_0)}{\xi_{B,m}^2 - \xi_{A,n}^2}; \quad I_{m,n}^2 = \frac{\Phi_{B,m}(h_0) \Phi'_{B,n}(h_0) - \Phi'_{B,m}(h_0) \Phi_{B,n}(h_0)}{\xi_{B,m}^2 - \xi_{B,n}^2}, \quad m \neq n.$$

Из условий на ребре волновода в статье [4] найден характер асимптотического поведения неизвестных в бесконечной системе (5):

$$x_n = \frac{a_0 (-1)^n}{n^{5/3}} + O\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad y_n = \frac{b_0 \sin\left(\frac{\pi h_0}{h_1} (n+1/2) - \frac{\pi}{3}\right)}{n^{5/3}} + O\left(\frac{1}{n^2}\right), \quad n \rightarrow \infty, \quad (6)$$

который позволяет использовать для определения неизвестных в бесконечной системе уравнений метод улучшенной редукции. Кроме того, асимптотический закон (6) позволяет провести улучшение сходимости рядов для потенциала и колебательной скорости на границах раздела частичных областей. При этом локальная особенность в поведении колебательной скорости вблизи кромки акустически жесткого тела оказывается заключенной в аналитически свернутых остатках рядов, что дает возможность для описания звукового поля в непосредственной близости от ребра.

2. Энергетические характеристики распространения звука. Полученное аналитическое решение позволяет также исследовать энергетические характеристики распространения звука. Средний поток мощности от источника в области над выступом (A) через сечение $r = r_0$ есть сумма средних потоков мощности каждой из нормальных мод

$$\begin{aligned} w_A = & \frac{\omega \rho}{2} \sum_{n=0}^{N_A} \frac{\Phi_{A,n}(z_0) \xi_{A,n}}{4} (J_1(\xi_{A,n} r_0) Y_0(\xi_{A,n} r_0) - J_0(\xi_{A,n} r_0) Y_1(\xi_{A,n} r_0)) \times \\ & \times \left(\frac{\Phi_{A,n}(z_0)}{4\gamma_{A,n}} + \text{Im } A_n \right) + \frac{\omega \rho}{4\pi} \sum_{n=N_A+1}^{\infty} \Phi_{A,n}(z_0) |\xi_{A,n}| \times \\ & \times \text{Im } A_n (K_0(|\xi_{A,n}| r_0) I_1(|\xi_{A,n}| r_0) + K_1(|\xi_{A,n}| r_0) I_0(|\xi_{A,n}| r_0)), \end{aligned}$$

где $N_A + 1$ – число распространяющихся нормальных волн области над выступом

Средний поток мощности области без выступа (B), подводимый через сечение $r = r_0$, есть сумма средних потоков мощности распространяющихся нормальных волн:

$$w_B = \frac{\omega \rho}{2} \sum_{n=0}^{N_B} |B_n|^2 \gamma_{B,n} \xi_{B,n} (J_1(\xi_{B,n} r_0) Y_0(\xi_{B,n} r_0) - J_0(\xi_{B,n} r_0) Y_1(\xi_{B,n} r_0)), \quad (8)$$

где $N_B + 1$ – число распространяющихся нормальных волн области без выступа.

Согласно закону сохранения энергии следует равенство:

$$\frac{w_B}{w_A} = 1,$$

которое может служить критерием точности решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (5).

Формулы (7-8) позволяют провести расчеты потоков энергии в сечении волновода $r = r_0$ для каждой из частичных областей, что дает возможность исследовать трансформацию звуковой волны, прошедшей через зону сопряжения, в нормальные волны области без выступа.

3. Анализ численных результатов В таблице 1 приведены коэффициенты возбуждения нормальных волн области без выступа $W_n = \frac{w_{B,n}}{w_A}$ ($n = 0, 1, \dots, N_B$) в зависимости от отношения глубин в частичных

областях волновода h_0/h при фиксированной безразмерной частоте Ω ($\Omega = \omega h / c_{cp}$). Характерные размеры волновода принимались равными следующим значениям: $c = 1480$ м/с; $z_0 = 0,1h$, $r_0 = 2h$, $h = 100$ м, $\Omega = 5$. При таких параметрах волновода в области без выступа (B) существуют две распространяющиеся моды. Количество распространяющихся нормальных волн области над выступом (A) зависит от отношения h_0/h и частоты Ω . Для постоянного профиля скорости звука имеется конечное число

$$N_A = \left[\frac{h_0 \Omega}{h \pi} - \frac{1}{2} \right]$$

([x] – целая часть действительного числа x) незатухающих мод, соответствующих вещественным собственным значениям.

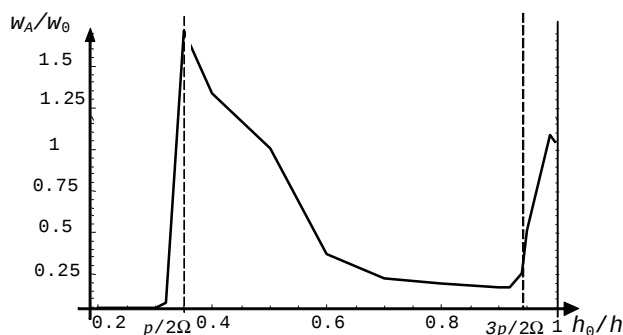


Рисунок 2 - Зависимость изменения величины w_A/w_0 от отношения h_0/h

Таблица 1 - Зависимость коэффициентов возбуждения нормальных волн от отношения h_0/h

h_0/h	0,99	0,95	0,94	0,92	0,9	0,8
W_0	0,09	0,25	0,60	0,96	0,96	0,62
W_1	0,91	0,75	0,40	0,04	0,04	0,38
h_0/h	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
W_0	0,33	0,17	0,11	0,08	0,10	0,06
W_1	0,67	0,83	0,89	0,92	0,90	0,94

Из данных таблицы 1 следует, когда параметр h_0/h находится в диапазоне $0,8 \leq h_0/h \leq 0,94$ большую энергию несет нулевая нормальная волна, которая по величине превосходит первую. По мере приближения выступа к границам волновода ($h_0/h > 0,94$ и $h_0/h < 0,8$) пропорционально увеличивается влияние первой нормальной волны и соответственно снижение нулевой.

Для оценки влияния выступа на прохождение звуковой волны на рисунке 2 представлен график изменения величины w_A/w_0 (w_0 – средний поток мощности от источника через сечение $r = r_0$ для идеального волновода глубины h) в зависимости от размеров h_0/h .

При определенных размерах $\frac{h_0}{h} = \frac{\pi}{2\Omega}$ и $\frac{h_0}{h} = \frac{3\pi}{2\Omega}$ частота распространения звука оказывается резонансной для области над выступом (A). Анализ спектра данной области показал, что при условии $\frac{h_0}{h} < \frac{\pi}{2\Omega}$ существуют только затухающие моды, в случае $\frac{\pi}{2\Omega} < \frac{h_0}{h} < \frac{3\pi}{2\Omega}$ – одна распространяющаяся нормальная волна, когда $\frac{h_0}{h} > \frac{3\pi}{2\Omega}$ – две распространяющихся волны. При этом если в области над выступом

присутствуют только затухающие нормальные волны, энергия, подводимая к границе частичных областей, оказывается достаточно малой, а с уменьшением глубины h_0 она практически равна нулю (в случае $h_0/h \leq 0,2$ отношение $w_A/w_0 \approx 10^{-10}$). Таким образом, несмотря на то, что во внешней области волновода всегда существуют две распространяющиеся моды, можно говорить об эффекте «запирания» волновода. Из рисунка 2 также следует, что добавление распространяющейся моды в области (А) приводит к увеличению w_A/w_0 .

4. Выводы. Обеспеченная предлагаемым подходом аналитическая форма решения задачи о звуковом поле точечного источника в гидроакустическом волноводе с выступом дает возможность получить аналитические формулы для энергетических характеристик звукового поля. Численная проверка закона сохранения энергии на границе раздела частичных областей свидетельствует о точности вычислений. Исследование характеристик звукового поля позволяет сделать вывод о сложной зависимости излучаемой энергии от параметров задачи, за исключением случая малых размеров выступа, здесь наблюдаются небольшие вариации энергетических характеристик по сравнению с волноводом с плоскопараллельными границами.

Развитые в работе теоретические методы имеют общий характер и могут быть использованы для решения других задач подводной акустики, в частности, для расчета волноводов с неровным дном, имеющих локальные неоднородности в виде акустически жестких, импедансных или упругих тел помещенных внутрь волновода.

Библиографический список

Гринченко В.Т. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках / В.Т. Гринченко, И.В. Вовк. — К.: Наук думка, 1986. — 240 с.

2. Городецкая Н.С. Трансформация энергии падающей волны на границе раздела в составном волноводе / Н.С. Городецкая // Акуст. вісн. — 2001. — Т.4. — № 1. — С. 17–25.

3. Мацыпура В.Т. Прохождение звука через область сопряжения плоского и клиновидного волноводов / В.Т. Мацыпура // Акуст. вісн. — 1999. — Т.2. — № 1. — С. 31–41.

4. Папков С.О. Звуковое поле в неоднородном гидроакустическом волноводе со ступенчатым дном / С.О. Папков, Ю.И. Папкова, А.А. Ярошенко // Акуст. вісн. — 2003. — Т. 6. — № 1. — С. 32–42.

Поступила в редакцию 23.05.2005 г.