

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОАКУСТИКИ

Рассмотрено развитие имитационной разновидности метода Монте-Карло для решения трехмерных задач гидроакустики. Предложена вычислительная процедура, аналогичная численному моделированию распространения гамма-квантов в воде. Приведены лучевые картины, построенные для характерных профилей скорости звука в приближении горизонтальной однородности. Сравнение полученных результатов с результатами расчетов по традиционной методике построения лучевых картин подтверждает адекватность предложенного метода расчета акустического поля в Черном море.

Обычно под методом Монте-Карло понимается достаточно обширная группа методов вычислительной математики, для которых характерна процедура статистических испытаний. При этом в той или иной форме проводится статистическое моделирование некоторой случайной величины и, тем самым, определяются интересующие статистические параметры. Классической областью применения метода Монте-Карло является численное моделирование распространения проникающих излучений (в первую очередь ядерных) в различных средах. Именно этот метод использовался для расчета защиты атомных реакторов и мощности ядерных зарядов [1,2] и именно на решение такого рода задач до недавнего времени расходовались основные вычислительные ресурсы. Заметим, что при этом традиционная для математической физики задача решения уравнения переноса заменяется численным экспериментом, в ходе которого последовательно имитируются реальные явления, происходящие в среде. По сути, моделируется случайное блуждание неконсервативной частицы, взаимодействующей со средой. Впоследствии, в отличие от классической имитационной разновидности метода Монте-Карло, появились и чисто абстрактные вычислительные процедуры, связанные с построением фиктивных статистических процессов с целью решения систем детерминированных уравнений или вычисления многомерных интегралов [3]. Например, площадь фигуры неправильной формы легко рассчитать, зная долю точек со случайными координатами, оказавшихся внутри контура фигуры. В последние годы выделилось также направление, позволяющее моделировать процессы переноса в макромире путем прослеживания эволюции частиц среды вдоль траектории их движения [4]. Это могут быть как реально существующие частицы (например, газовые пузырьки в воде), так и воображаемые частицы сплошной среды. Данное направление логически следует из имитационной разновидности метода Монте-Карло, хотя и не обязательно непосредственно связано со статистическими испытаниями. В предлагаемой статье близкий подход развивается применительно к задачам гидроакустики.

Многие задачи подводной акустики (как прямые, так и обратные) связаны с расчетом акустического поля в неоднородной среде от заданного источника звука. Уже по самой постановке такая задача очень близка к проблеме моделирования распространения электромагнитного (оптического, рентгеновского или жесткого гамма) излучения в среде. Не случайно в гидроакустике широко применяется лучевое приближение и законы геометрической оптики [5]. Однако, взаимодействие излучения со средой в акустике происходит непрерывно, в отличие от классических для метода Монте-Карло задач, связанных, например, с гамма-излучением. В последнем случае поведение гамма-кванта описывается конечной последовательностью состояний, между которыми частица перемещается в режиме свободного пробега. Это позволяет описать эволюцию частицы цепью Маркова первого рода, поскольку последующее состояние кванта зависит только от предыдущего. Однако, в гидроакустике такого рода цепи можно создать искусственно рассматривая в качестве зон свободного пробега слои воды, в которых гидроакустические характеристики морской воды приблизительно постоянны. Кроме того, данные измерений характеристик среды в принципе дискретны. Даже современные методы зондирования, как правило, позволяют восстановить поле скорости звука в море с пространственным разрешением не лучше 0,5–1 м. Таким образом, реальная непрерывная изменчивость по необходимости аппроксимируется скачкообразным изменением скорости звука на границе слоев однородной жидкости.

По аналогии с моделью распространения гамма-кванта [1] будем описывать текущее состояние акустического “кванта” его пространственными координатами x, y, z , направлением распространения (углами $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$, которые акустический луч составляет с осями декартовой системы координат) и интенсивностью потока акустической энергии I . Длина свободного пробега L такого кванта определяется толщиной очередного однородного слоя и углом скольжения χ кванта относительно границы этого слоя. Переход кванта в следующее состояние происходит на заданной границе слоев (в качестве нее может выступать также поверхность воды, дна или препятствия). При этом изменение координат кванта рассчитывается по формулам:

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= x_i + L \cos(\alpha_x), \\y_{i+1} &= y_i + L \cos(\alpha_y), \\z_{i+1} &= z_i + L \cos(\alpha_z),\end{aligned}\tag{1}$$

а изменение направления распространения определяется по новому углу скольжения χ в соответствии с основным законом рефракции звука:

$$\frac{\cos(\chi_{i+1})}{\cos(\chi_i)} = c_{i+1}/c_i, \quad (2)$$

где c_{i+1} и c_i – значения скорости звука в соответствующих слоях. С учетом пространственной ориентации границы слоев определяется азимутальный угол ϕ преломления звукового луча. Аналогом полярного угла рассеяния гамма-кванта в данном случае служит разность углов скольжения

$$\theta = \chi_{i+1} - \chi_i. \quad (3)$$

После этого по известным формулам преобразования углов рассчитываются новые значения направляющих косинусов[3]:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha'_x) &= \cos(\alpha_x) \cos\theta - (\cos(\alpha_y) \sin\phi + \cos(\alpha_x) \cos(\alpha_z) \cos\phi) \sin\theta / \sin\alpha_z, \\ \cos(\alpha'_y) &= \cos(\alpha_y) \cos\theta + (\cos(\alpha_x) \sin\phi - \cos(\alpha_x) \cos(\alpha_z) \cos\phi) \sin\theta / \sin\alpha_z, \\ \cos(\alpha'_z) &= \cos(\alpha_z) \cos\theta + \sin(\alpha_z) \cos\phi \sin\theta. \end{aligned} \quad (4)$$

В отличие от моделирования рассеяния гамма-кванта, где значения углов θ и ϕ разыгрывается с использованием датчика случайных чисел, в данном случае эти углы детерминированы. Ослабление интенсивности звука при переходе из одного состояния в другое вычисляется с учетом коэффициента ослабления звука в среде β , который сильно зависит от частоты звука и обычно выражается в децибелах на км трассы [5]:

$$I_{i+1} = I_i \cdot 10^{-0,1\beta L}. \quad (5)$$

Таким образом, определяются все составляющие нового вектора состояния кванта и, далее, процедура повторяется. История кванта заканчивается при ослаблении интенсивности звука ниже заданной пороговой или при выходе его за пределы интересующего объема среды. Как и для гамма-квантов, помимо первичного излучения данный подход позволяет учитывать и вторичное, под которым теперь понимается объемная реверберация. Точно также, как для гамма-кванта, разыгрывается тип взаимодействия с веществом (рождение электрон-позитронных пар или комптоновское рассеяние), при попадании акустического кванта в дно или поверхность воды разыгрывается с использованием датчика случайных чисел каким ему быть дальше – отраженным или прошедшим с преломлением границу двух сред. Тем самым моделируется поверхностная и донная реверберация с учетом волн на поверхности воды и реального рельефа дна. При прослеживании большого числа историй диаграмма направленности излучателя учитывается при розыгрыше начального угла скольжения акустического луча. Интенсивность поступающего на антенну сигнала от цели определяется по доле квантов (лучей), достигших антенны. Такой подход позволяет естественным образом учесть и дефокусировку акустических лучей при их рефракции или при распространении сферической волны.

Данный метод тривиально реализуется в трехмерном случае в отличие от традиционно используемого для построения лучевых картин интегрирования уравнения траектории луча. Поэтому сравнение результатов расчетов по обоим методам проводилось для горизонтально однородного моря, когда задача сводится к двумерной в системе координат x и z . По конкретным данным зондирования из банка данных МГИ НАН Украины по формуле Вильсона рассчитывались значения скорости звука на горизонтах z_i в верхнем 200-метровом слое Черного моря. Методика расчета в этом приближении по методу Монте-Карло приведена в работе [6]. Наибольшую сложность здесь представляет расчет траектории лучей, имеющих точку поворота в водной толще. Лучевое приближение в принципе не применимо для описания распространения лучей, имеющих нулевые углы скольжения. Поэтому использовалась процедура обрезания цепи состояний, если при пересечении очередной границы слоев выполнялось условие:

$$\cos(\chi_{i+1}) > 0,9999. \quad (6)$$

Далее траектория достраивалась до выхода на горизонталь отрезком окружности радиуса $R = 1/a$, где a – относительный градиент скорости звука на этой глубине. Предполагалось, что выход на горизонталь произойдет в пределах толщины слоя Δz , соответственно изменение горизонтальной координаты Δx определяется из уравнения окружности

$$(\Delta x)^2 = R^2 - (R - \Delta z)^2. \quad (7)$$

Далее расчет цепочки состояний продолжался обычным образом. Вычисления проводились с помощью программы на языке Фортран, однако для практического использования была разработана также программа на языке Delphi, позволяющая получать на компьютере лучевые картины в режиме лучеграфа. На рисунке 1 приведены результаты расчетов лучевых картин для условий отрицательной рефракции в Черном море в октябре (сверху) и июне (снизу). Цифры у кривых соответствуют начальному углу скольжения в градусах.

В последнем случае сезонный термоклин был хорошо выражен на глубине 30 м. Положение излучателя задавалось на глубине 20 м, то есть выше глубины термоклина. Рассчитывались траектории лучей с начальными углами скольжения в пределах 10° . Крайние два луча на нижнем рисунке соответствуют вариантам расчетов с $\Delta z = 0,5$ м и $\Delta z = 1$ м для луча, вышедшего вверх с начальным углом скольжения 2° . Их расхождение по горизонтальной координате на горизонте 200 м достигает 1 км. Реальная структура профиля скорости звука по данным измерений обычно известна с разрешением не лучше 0,5 м, эту неточность следует признать неизбежной для лучей с малыми углами скольжения. Сравнение с

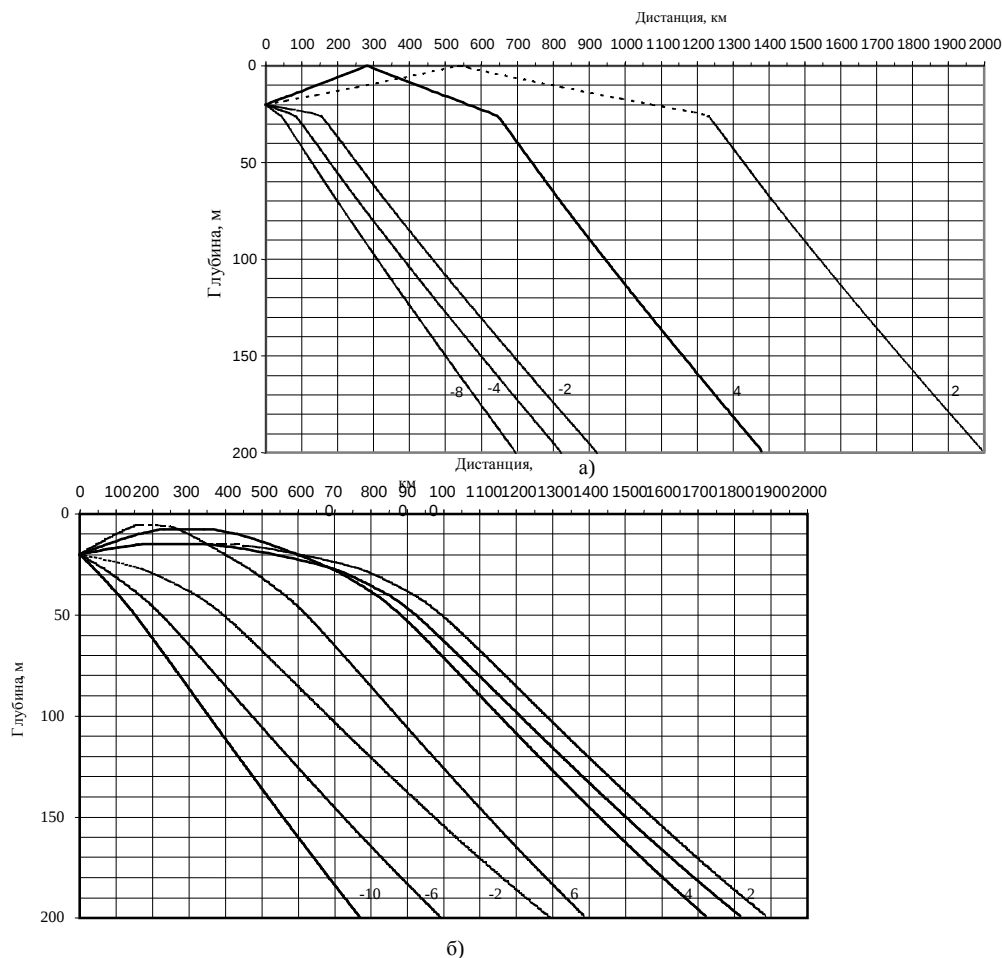


Рисунок 1 – Лучевые картины, рассчитанные по методу Монте-Карло для разных условий стратификации в Черном море. Цифры у кривых соответствуют начальному углу скольжения лучей

аналогичными результатами расчетов по традиционному методу построения лучевых картин [7], показало, что при отсутствии горизонтальных участков траектории горизонтальные координаты лучей на горизонте 200 м совпадают с точностью нескольких метров.

В последнем случае сезонный термоклин был хорошо выражен на глубине 30 м. Положение излучателя задавалось на глубине 20 м, то есть выше глубины термоклина. Рассчитывались траектории лучей с начальными углами скольжения в пределах 10° . Крайние два луча на нижнем рисунке соответствуют вариантам расчетов с $\Delta z = 0,5$ м и $\Delta z = 1$ м для луча, вышедшего вверх с начальным углом скольжения 2° . Их расхождение по горизонтальной координате на горизонте 200 м достигает 70 м. Поскольку реальная структура профиля скорости звука по данным измерений обычно известна с разрешением не лучше 0,5 м, эту неточность следует признать неизбежной для лучей с малыми углами скольжения. Сравнение с аналогичными результатами расчетов по традиционному методу построения лучевых картин [7], показало, что при отсутствии горизонтальных участков траектории горизонтальные координаты лучей на горизонте 200 м совпадают с точностью нескольких метров.

Библиографический список

1. Марчук Г.И. Метод Монте-Карло и методы вычислительной математики / Г.И. Марчук, С.М. Ермаков // Метод Монте-Карло в проблеме переноса излучений: Сб. науч. тр. — М., 1967. — С. 6–24.
2. Дегтерев А.Х. Ядерно-физические исследования в океанографии / А.Х. Дегтерев., А.И. Рябинин, Е.М. Филиппов. — М.: Гидрометеиздат 1991. — 278 с.
3. Ермаков С.М. Курс статистического моделирования / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. — М.: Наука 1976. — 320 с.
4. Дегтерев А.Х. Зависимость распределения пузырьков по размерам в верхнем слое моря от гидрометеорологических параметров / А.Х. Дегтерев., П.А. Колобаев // Изв. РАН Сер. Физика атмосферы и океана. — 1993. — Т. 29. — № 5. — С. 688–692.
5. Андреева И.Б. Физические основы распространения звука в океане / И.Б. Андреева. — Л.: Гидрометеиздат 1975. — 190 с.
6. Дегтерев А.Х. Лучевая имитационная система распространения звука в морской среде / А.Х. Дегтерев, В.С. Ковальский // Системы контроля окружающей среды: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2004. — С. 155–158.

7. Белокопытов В.Н Термохалинная и гидролого-акустическая структура вод Черного моря: Дисс... канд. геогр. наук 11.00.08 – Океанология / В.Н. Белокопытов — Севастополь, МГИ НАН Украины, 2004. — 160 с.

Поступила в редакцию 3.02.2005 г.