

УДК 62-526

В.Я. Копп, профессор, д-р техн. наук,**Ю.А. Осинский, доцент,****В.В. Поливцев, инженер***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: ps@sevgtu14.sebastopol.ua***КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ШАГОВЫЕ ПНЕВМОПРИВОДЫ**

Рассмотрена математическая модель динамики колебательного шагового пневмопривода. Приводятся примеры расчетов.

Шаговые пневмоприводы имеют ряд преимуществ перед другими типами приводов, что обуславливает их использование в конструкциях других манипуляционных механизмов. Следует отметить, что ряд задач, требующих мелкой дискретности позиционирования или контурного управления, могут быть решены только с помощью указанных типов приводов. Кроме этого, у шаговых колебательных пневмоприводов имеется возможность осуществления следящего режима внутри одной дискреты. Последнее обстоятельство дает им ряд преимуществ перед простыми следящими пневмоприводами.

В настоящее время известно большое количество шаговых пневмоприводов, всю совокупность которых можно разделить на ряд групп, использующих следующее:

- храповые, анкерные, цевочные и другие старт-стопные механизмы;
- фрикционные прихватные устройства;
- волновые передачи.

Из всех перечисленных типов шаговых пневмоприводов наиболее перспективными являются приводы, использующие волновые передачи; они имеют наибольшую точность позиционирования, обеспечивают наименьшую дискретность позиционирования, более просты в управлении. Однако эти приводы не лишены ряда недостатков, вызываемых наличием упруго деформируемого элемента: сложная технология изготовления, низкий срок службы, высокие потери мощности, расходуемой на деформацию, пониженная точность позиционирования при больших моментах сопротивления.

Указанных недостатков лишены колебательные шаговые пневмоприводы как линейного (КШПЛ) [1], так и поворотного (КШПП) действия.

Целью данной статьи является построение математической модели и исследование динамики колебательного шагового привода.

В данной статье речь пойдет о колебательном шаговом пневмоприводе поворотного действия. Сначала рассмотрим физическую модель КШПП.

Геометрия взаимодействия ведущего и ведомого элементов представлена на рисунке 1,а. Контакт происходит по двум точкам А и Б. При совершении ведущим элементом под действием сил F^x , F^y (рисунок 1,в) плоскопараллельных круговых колебаний по часовой стрелке ведомый элемент поворачивается против часовой стрелки. При этом движение осуществляется за счет контакта в точке А. При совершении колебаний в обратном направлении движение осуществляется за счет взаимодействия в точке контакта Б. При совершении одного полного круга колебаний ведущего элемента ведомый элемент поворачивается на угол $\frac{z_1 - z_2}{z_1} 2\pi$, где z_1 и z_2 – числа зубьев ведущего и ведомого колес соответственно. Диаметр d окружности колебаний ведущего элемента равен $2r$ и соответствует максимальному зазору между ведущим и ведомым элементами, причем $d = (z_1 - z_2)m_z$. Диаметр ведомого элемента равен $D = z_2 m_z$, где m_z – модуль зацепления. Задавая траекторию ведущего элемента (окружность) в параметрическом виде и выражая длину окружности через параметр, которым является центральный угол α , определяющий величину смещения ведущего элемента относительно исходного положения, имеем

$$S(\alpha) = \alpha r, \quad (1)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Точка мгновенного контакта (А или Б) описывает окружность диаметром D . Механическая система образует клиновую передачу: ведущий элемент – ведомый элемент. Коэффициент передачи равен

Следовательно,

$$x_2 = x_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = x_1 \frac{D}{d}; \quad x_3 = x_1 \operatorname{tg} \varphi_3 = x_1.$$

За счет второй ступени клиновая передача самотормозящаяся, так как практически всегда выполняется условие

$$\operatorname{tg} \varphi_2 < f,$$

где f – коэффициент трения.

В первой ступени клиновой передачи трение отсутствует. Трением остальных поверхностей друг о друга, включая трение ведущего элемента в крестообразных направляющих качения, будем пренебрегать, так как эти величины незначительны.

Теперь рассмотрим математическую модель КШПП.

Опишем шаговый режим работы. При составлении физической и математической моделей предполагалось, что механическая система имеет одну степень свободы, т.е. ведущий и ведомый элементы постоянно контактируют по делительным окружностям. Кроме этого, с целью упрощения математической модели введем еще одно допущение: будем считать, что контакт ведущего и ведомого элементов происходит в одной точке В (А и В совмещены), как это показано на рисунке 1,г. На этом же рисунке приведена схема сил, действующих на ведущий элемент со стороны приводов. Тангенциальная F_τ и нормальная F_n составляющие сил равны:

$$F_\tau = F^x \cos \alpha - F^y \sin \alpha; \quad F_n = F^x \sin \alpha + F^y \cos \alpha. \quad (3)$$

Здесь F^x и F^y – силы, действующие в горизонтальном и вертикальном направлениях, соответственно; α – угол смещения ведущего элемента.

Силу трения в направлении перпендикулярном линии зацепления создает сумма проекций сил F_τ и F_n на линию зацепления. Эта сила трения определяется на основании схемы приложения сил, изображенной на рисунке 1,г. Здесь F_{Tpn}^{J3} — сила трения, действующая в направлении перпендикулярном линии зацепления, а ее проекция F_{Tpx_1} действует в направлении движения.

Проекции активных сил, которыми являются F_n и F_τ , на линию зацепления, равны

$$F_n^{J3} = F_n / \sin \psi; \quad F_\tau^{J3} = F_\tau / \cos \psi,$$

где ψ — угол зацепления ($\psi \approx 20^\circ$).

Их результирующая имеет вид:

$$F_{рез}^{J3} = F_n^{J3} + F_\tau^{J3} = F_n / \sin \psi + F_\tau / \cos \psi.$$

Сила трения, действующая в направлении перпендикулярном линии зацепления, равна:

$$F_{Tpn}^{J3} = (F_n / \sin \psi + F_\tau / \cos \psi) f.$$

Ее проекция на ось x_1 движения ведущего элемента определяется из выражения:

$$F_{Tpx_1}^{J3} = F_{Tpn}^{J3} \sin \psi = (F_n / \sin \psi + F_\tau / \cos \psi) \sin(\psi) f = (F_n + F_\tau \operatorname{tg} \psi) f. \quad (4)$$

Результирующая сил, действующих на массу m_1 , в направлении ее движения с учетом (4) равна:

$$F_{\tau рез} = F_\tau - F_{Tpx_1}^{J3} = F_\tau - (F_n + F_\tau \operatorname{tg} \psi) f = F^x \cos \alpha - F^y \sin \alpha (F_n + F_\tau \operatorname{tg} \psi) f. \quad (5)$$

Еще одна сила трения между массами m_2 и m_3 возникает за счет второй клиновой передачи с углом клина φ_2 , что будет рассмотрено ниже.

Прежде чем вывести уравнение движения, с учетом (2) заменим вращательную массу ведомого элемента с моментом инерции J поступательно движущейся массой m_3 :

$$m_3 = J \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{x}_1} \right)^2 = J i^2 = \frac{4J}{D^2} = J \left[\frac{2(z_1 - z_2)}{d \cdot z} \right].$$

Кроме этого, момент сопротивления M_c , действующий на выходном валу, также с учетом (2) эквивалентно заменим силой F_{x_3} , которая равна:

$$F_{x_3} = \frac{2M_c}{D} = M_c i.$$

Приведение осуществлялось из следующих соображений: масса m_3 ведомого элемента должна за один полный круг колебаний ведущего элемента m_1 проходить такое же расстояние, как и любая ее точка, расположенная на радиусе $\frac{D}{2}$ мгновенного контакта масс m_3 и m_2 . Это расстояние S_k равно:

$$S_k = \frac{D}{2} \cdot 2\pi \frac{z_1 - z_2}{z_2} = \pi d.$$

В этом случае приведенное передаточное отношение имеет вид:

$$i_n = \frac{x_3}{x_1} = tg\varphi_3 = 1.$$

Выведем уравнение движения для представленной физической модели механической системы на основании уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = Q, \quad (6)$$

где $q = x_1 = S(\alpha)$ – обобщенная координата.

Определяем обобщенную силу Q . Для этого дадим ведущему элементу m_1 обобщенное возможное перемещение δx_1 , в сторону возрастания x_1 . При этом точка мгновенного контакта и ведомый элемент получают следующие возможные перемещения, соответственно

$$\delta x_2 = \delta x_1 tg\varphi_1; \quad \delta x_3 = \delta x_1 tg\varphi_3 = \delta x_1. \quad (7)$$

Сумма работ δA активных сил и сил трения на возможных перемещениях системы определяется как

$$\delta A = \delta A(F_{\tau_{pez}}) + \delta A(F_{Tpx_2}) + \delta A(M_{Tpx_3}) + \delta A(F_{x_3}), \quad (8)$$

где $\delta A(F_{x_3})$ – работа эквивалентной силы нагрузки, к которой приведен момент нагрузки (сопротивления) на выходном валу, приложенной к ведомому элементу; $\delta A(F_{Tpx_2})$, $\delta A(F_{Tpx_3})$ – работы сил трения на возможных перемещениях δx_2 и δx_3 . Эти составляющие с учетом того, что $F_{Tpx_3}/F_{Tpx_2} = tg\varphi_2$, равны:

$$\delta A(F_{\tau_{pez}}) = F_{\tau_{pez}} \delta x_1; \quad (9)$$

$$\delta A(F_{Tpx_2}) = -F_{Tpx_2} \delta x_1 tg\varphi_1; \quad (10)$$

$$\delta A(F_{Tpx_3}) = -F_{Tpx_2} \delta x_1 tg\varphi_2; \quad (11)$$

$$\delta A(F_{x_3}) = -F_{x_3} \delta x_1 = -\frac{2M_c}{D} \delta x_1 = -M_c i \delta x_1. \quad (12)$$

Подставляя (9) – (12) в (8), получаем

$$\delta A = [F_{\tau_{pez}} - F_{Tpx_2} tg\varphi_1 - F_{Tpx_2} tg\varphi_2 - F_{x_3}] \delta x_1 = [F_{\tau_{pez}} - F_{Tpx_2} (tg\varphi_1 + tg\varphi_2) - F_{x_3}] \delta x_1,$$

откуда

$$Q = [F_{\tau_{pez}} - F_{Tpx_2} (tg\varphi_1 + tg\varphi_2) - F_{x_3}] \delta x_1 = [F_{\tau_{pez}} - F_{Tpx_2} (tg\varphi_1 + tg\varphi_2) - M_c i] \delta x_1. \quad (13)$$

Определяем кинетическую энергию

$$T = T_1 + T_2 + T_3,$$

где T_1 , T_2 , T_3 – кинетические энергии масс m_1 , m_2 , m_3 равные

$$T_1 = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2}; \quad T_2 = 0; \quad T_3 = m_3 \frac{\dot{x}_1^2 tg^2 \varphi_3}{2} = m_3 \frac{\dot{x}_1^2}{2} = \frac{1}{2} J i^2 \dot{x}_1^2,$$

откуда

$$T = (m_1 + J i^2) \frac{\dot{x}_1^2}{2}.$$

Взяв частные производные T по x_1 и $\dot{x}$, а также дифференцируя $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}$ по t и подставляя полученные выражения и формулу (5) в (15), с учетом $x_1 = \alpha r$, получим

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \ddot{x}_1} = \dot{x}_1(m_1 + Ji^2); \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = \ddot{x}(m_1 + Ji^2).$$

Тогда с учетом $x_1 = \alpha r$ получаем

$$(m_1 + Ji^2)\ddot{\alpha}r = F_{\tau_{pez}} - F_{Tpx_2}(tg\varphi_1 + tg\varphi_2) - M_c i. \quad (14)$$

Неизвестным в данном выражении (14) является сила F_{Tpx_2} , для определения которой нужно найти силу N нормального давления на ведущий (или ведомый) элемент x_2 . Сумма сил, приведенных к оси x_2 , включая силу инерции, имеет вид

$$\frac{F_{\tau} - m_1 \ddot{x}_1}{tg\varphi_1} - F_{Tpx_2} - N \sin \varphi_2 = 0,$$

где $N \sin \varphi_2$ – реакция со стороны массы m_3 , приведенная к оси x_2 .

Учитывая что (см. рисунок 2,б)

$$Nf = F_{Tp}, \text{ а } F_{Tp} = \frac{F_{Tpx_2}}{\cos \varphi_2}, \text{ а также } N = \frac{F_{Tp}}{f} = \frac{F_{Tpx_2}}{f \cos \varphi_2},$$

получаем

$$\frac{F_{\tau} - m_1 \ddot{x}_1}{tg\varphi_1} - F_{Tpx_2} - F_{Tpx_2} \frac{tg\varphi_2}{f} = 0.$$

Из последнего выражения определяем F_{Tpx_2}

$$F_{Tpx_2} = \frac{F_{\tau_{pez}} - m_1 \ddot{x}_1}{\left(1 + \frac{tg\varphi_2}{f}\right)tg\varphi_1}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14), с учетом (1) находим:

$$\ddot{\alpha}r[m_1 + Ji^2] = F_{\tau_{pez}} - \frac{F_{\tau_{pez}} - m_1 \ddot{x}_1}{\left(1 + \frac{tg\varphi_2}{f}\right)tg\varphi_1}(tg\varphi_1 + tg\varphi_2) - M_c i. \quad (16)$$

Обозначив

$$K = \frac{(tg\varphi_1 + tg\varphi_2)f}{(f + tg\varphi_2)tg\varphi_1},$$

и учитывая (3) запишем (16) в виде:

$$\ddot{\alpha}r \left[m_1 + \frac{Ji^2}{1-K} \right] = F_{\tau_{pez}} - \frac{M_c i}{1-K} = F^x \cos \alpha - F^y \sin \alpha (F_n + F_t tg\psi) f - \frac{M_c i}{1-K}. \quad (17)$$

Уравнение, описывающее динамику КШПП, является нелинейным, поэтому решалось численно на ЭВМ.

Приведем, например, результаты решения уравнения (17) для привода с параметрами: $m_1 = 0,522 \text{ кг}$; $J = 0,00005257 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $F = 120 \text{ Н}$; $f = 0,15$, $P = 0,001 \text{ м}$; $M_c = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$; число приводов $n = 4$ при повороте выходного вала на одну дискрету равную $0,0837 \text{ рад} = 4,798^\circ$. Результаты показали, что время перемещения на указанную величину составляет $6,81 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. При этом предполагалось, что силы F^x и F^y , создаваемые мембранными приводами, изменялись в начальный момент времени скачкообразно следующим образом: F^y от своего максимального значения до 0, а F^x – от 0 до своего максимального значения, так как объем полостей крайне мал, а ход штоков поршней не превышал 0,5 мм. При $M_c = 0$ время перемещения на указанную величину составляет $6,09 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Зависимость величины смещения S ведущего элемента относительно исходного положения от времени при $M_c = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ изображена на рисунке 2.

Результаты моделирования на основании построенной модели позволяют сделать вывод, что скорости поворота КШПП при нагрузках $M_c = (0...0,1) \text{ Н} \cdot \text{м}$ лежат в пределах $(12,29...13,74) \text{ с}^{-1}$, что является вполне приемлемым для технологического устройства.

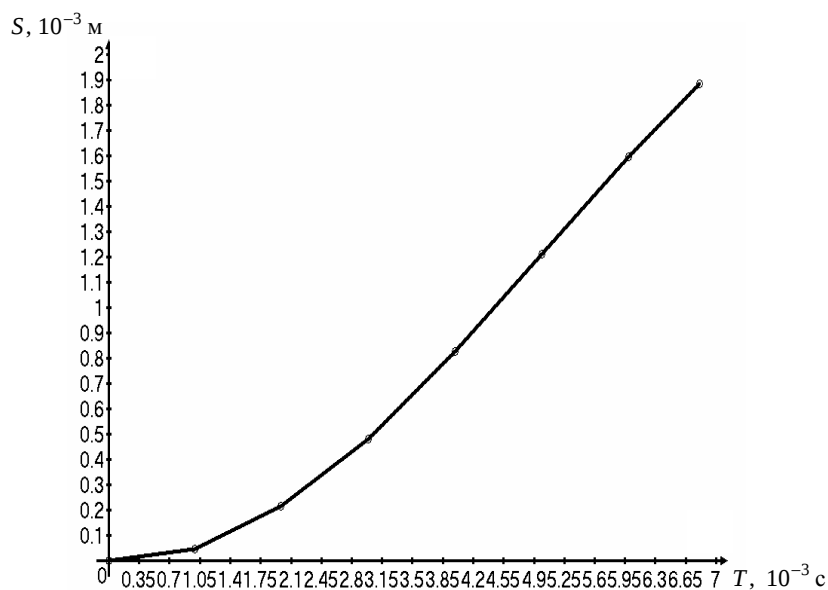


Рисунок 2 – Графическая зависимость величины смещения ведущего элемента относительно исходного положения от времени

Дальнейшие исследования на основе динамической модели КШПП будут связаны с разработкой алгоритмов его управления.

Библиографический список

1. Копп В.Я. Пневматические модульные манипуляторы в сборочном производстве/ В.Я. Копп // Машиностроительное производство. Сер. Автоматизация производства, гибкие производственные системы, робототехника: сб. науч. тр. — Севастополь, 1985. — Вып. 1. — С. 52–54.

Поступила в редакцию 19.10.2007 г.