

УДК 621+658.012+531

А.И. Бохонский, Л.А. Шмидт*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***СВОЙСТВА ДЕФОРМАЦИОННЫХ КРИТЕРИЕВ КАЧЕСТВА ПРИ УПРАВЛЕНИИ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ ОБЪЕКТОВ***Дано сравнение управлений деформируемым состоянием нежестких заготовок, полученных с использованием различных квадратичных деформационных критериев качества.*

Обоснование использования деформационных критериев оптимальности (критериев качества) для поиска управлений непрерывным деформируемым состоянием нежестких заготовок при токарной обработке дано в [1]. Такие критерии позволяют находить силовые управляющие воздействия, которые с целью снижения погрешностей формы обеспечивают минимум общего деформируемого состояния обрабатываемых заготовок с устранением линейных и угловых перемещений сечения заготовки, где приложена сила резания.

В [2] решены задачи управления деформированием обрабатываемых нежестких валов при использовании интегральных квадратичных деформационных критериев оптимальности без учета и с учетом ограничений на упругие перемещения по направлению силы резания.

В [3] впервые показано, что в качестве критерия оптимальности для поиска управлений в виде моментов (пар сил) может быть использован энергетический критерий; найдены такие управляющие воздействия, которые обеспечивают минимум энергетических затрат на управляемое деформирование при условии непрерывного равенства нулю упругих перемещений заготовки по направлению радиальной составляющей силы резания при ее медленном движении вдоль заготовки. Весьма малые энергетические затраты на управляемое деформирование заготовок подтверждают возможность внедрения способов обработки, которые можно отнести к энергосберегающим технологиям.

Многообразие деформационных (интегральных и алгебраических) критериев и найденных управлений [1–3] требует дополнительных исследований их свойств и эффективности применения для перехода к непосредственному практическому использованию управлений в условиях автоматизированной токарной обработки широкого класса нежестких деталей машиностроения.

Цель исследований – выявление свойств близких по смыслу двух типов квадратичных деформационных критериев и их влияния на характер получаемых оптимальных управляющих воздействий.

Для поиска управлений используются методы механики деформируемого твердого тела, которые применены, например, в [1].

Анализируются следующие два типа квадратичных деформационных критериев синтеза управлений деформируемым состоянием заготовок малой жесткости при токарной обработке:

$$J_1 = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} W_i(x)^2 dx = \min, \quad (1)$$

где W_i – функция прогиба заготовки на участке длины l_i ; n – общее число участков, на которых отличаются функции прогибов;

$$J_2 = \sum_{i=1}^n \left[\int_{l_i} W_i(x) dx \right]^2 = \min. \quad (2)$$

Критерии (1) и (2) означают минимум отклонения заготовки в управляемом состоянии от исходного недеформированного состояния. Как известно, квадратичный критерий типа (1) обычно выглядит более предпочтительно в теории оптимального управления при решении многих задач оптимизации управлений. В качестве ограничения (либо в наиболее простых случаях как самостоятельного критерия) используется условие

$$W(a) = 0, \quad (3)$$

где a – координата приложения силы резания. Равенство нулю перемещения по направлению радиальной составляющей силы резания фактически соответствует обработке “мгновенно жесткой” заготовки. В исследованиях сопоставляются управления и соответствующие им деформированные состояния, полученные по критериям оптимальности (1) и (2).

1. Управление в виде опорных моментов. Рассматривается характерная задача [1–3] поиска силовых управлений для непрерывного деформирования заготовок (рисунок 1) в виде опорных моментов (пар сил) в случае критериев качества (1) либо (2) и ограничения (3). Необходимо найти такие $M_1(a)$ и $M_2(a)$, которые обеспечивают минимум критериев (1) или (2) с учетом выполнения ограничения в виде равенства (3).

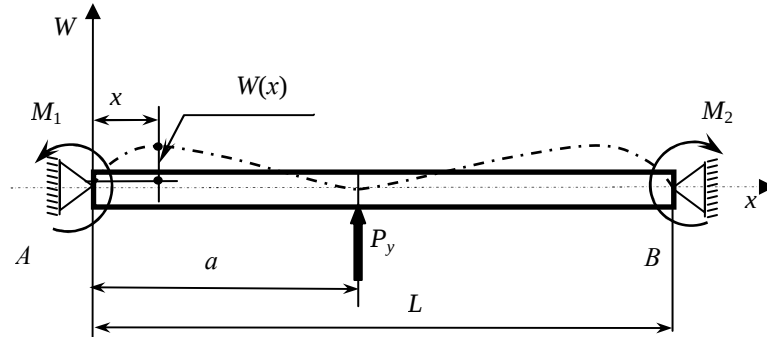


Рисунок 1 – Схема управляемого деформирования заготовки

Для описания напряженно-деформированного состояния используется известный в механике деформируемого твердого тела метод начальных параметров, позволяющий записать выражения для прогибов на участках заготовки через кинематические и силовые начальные параметры, которые находятся из краевых условий закрепления заготовки. В выражение для прогибов в качестве неизвестных входят управления (опорные моменты). Силовые управления находятся из необходимых условий экстремума критерия качества с учетом ограничения. При использовании метода множителей Лагранжа из $J_1^* = J_1 + \lambda_1 W(a) = \min$ следуют уравнения $\partial J_1^* / \partial M_1 = 0$, $\partial J_1^* / \partial M_2 = 0$. Аналогичные преобразования выполнены и для критерия $J_2^* = J_2 + \lambda_2 W(a) = \min$.

В случае критерия (1) найдены управления как функции координаты силы резания:

$$M_1 = - \left(-2 L P_y a + \frac{P_y a^2 (10 L^6 - 4 a^6 + 22 a^5 L - 28 L^2 a^4 - 49 a L^5 + 84 a^2 L^4 - 35 a^3 L^3)}{6 L^4 (2 L^2 - 7 L a + 7 a^2)} + 2 P_y a^2 + \frac{a^3 P_y (10 L^6 - 4 a^6 + 22 a^5 L - 28 L^2 a^4 - 49 a L^5 + 84 a^2 L^4 - 35 a^3 L^3)}{6 L^5 (2 L^2 - 7 L a + 7 a^2)} \right) / (2 L - a), \quad (4)$$

$$M_2 = \frac{P_y a^2 (10 L^6 - 4 a^6 + 22 a^5 L - 28 L^2 a^4 - 49 a L^5 + 84 a^2 L^4 - 35 a^3 L^3)}{6 L^5 (2 L^2 - 7 L a + 7 a^2)}.$$

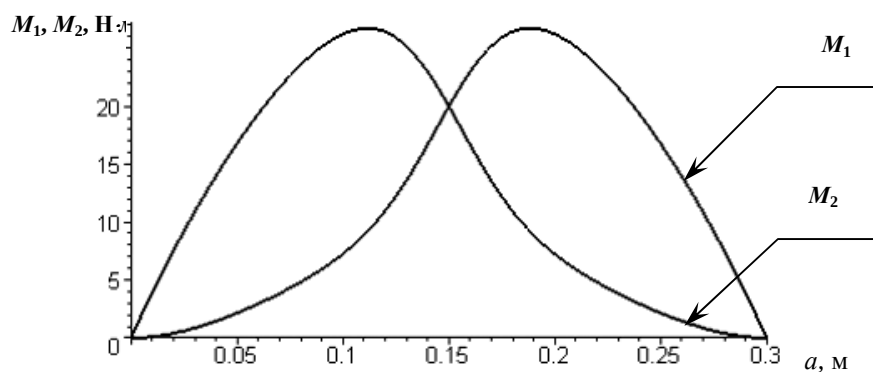
Графики управлений изображены на рисунке 2. Характерно, что управления не меняют знак и непрерывно обеспечивают выполнение условия $W(a)=0$ при минимуме критерия J_1^* . Графики управлений как функций координаты силы резания построены для исходных данных: $P_y = 400 \text{ Н}$; $L = 0,3 \text{ м}$.

В случае критерия J_2 (без ограничения) выражения для управлений существенно упрощаются, т.е. получаем:

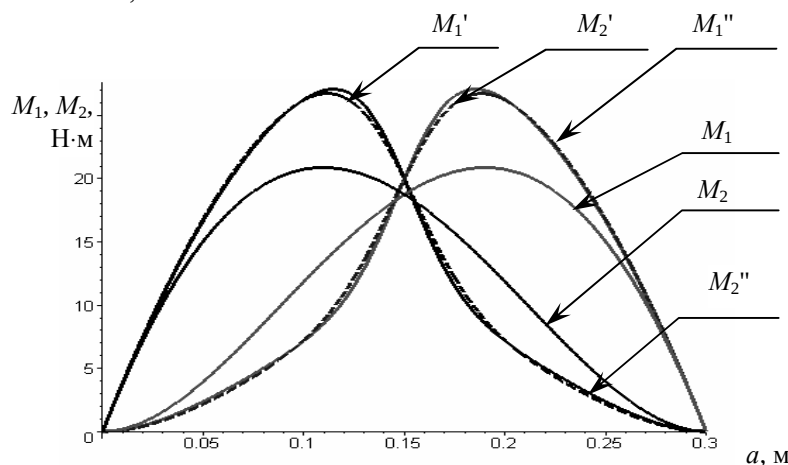
$$M_1 = \frac{P_y a (2 L^3 - 3 L^2 a + a^3)}{2 L^3}, \quad (5)$$

$$M_2 = \frac{(3 L^2 - 4 L a + a^2) P_y a^2}{2 L^3}.$$

В обоих случаях для принятых критериев (1) и (2) получены весьма близкие результаты. Для количественного сравнения вычислены интегралы от управлений, которые представляют собой площади эпюр управляющих воздействий.

Рисунок 2 – Графики управляющих моментов M_1 и M_2

В первом случае (критерий (1)) получено: $S_1 = \int_0^L M_1 dx = S_2 = \int_0^L M_2 dx = 3,703 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$. Во втором случае (критерий (2)) при прежних исходных данных $S_1 = \int_0^L M_1 dx = S_2 = \int_0^L M_2 dx = 3,706 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$. Интересно, что в отсутствии ограничения $W(a) = 0$ получено $S_1 = S_2 = 3,6 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$. В этом случае результаты отличаются на 2,8%.

Рисунок 3 – Графики управляющих моментов: M_1 и M_2 при использовании критерия J_2 ; M_1' и M_2' при минимуме J_1^* (с учетом ограничений); M_1'' и M_2'' при J_2^* (с учетом ограничений)

Высокая точность определения управлений в первых двух случаях (критерии (1) и (2)) связана с тем, что при любом положении силы резания прогиб заготовки по ее длине не меняет знак, и поэтому критерии практически не отличаются друг от друга.

2. Управление в виде сосредоточенной силы. Рассматривается наиболее простой практический пример, когда используется управление в виде сосредоточенной силы, приложенной посередине заготовки.

Для критерия (1) без учета ограничения на участке $L/2 \geq a \geq 0$ получаем управление

$$U_1 = \frac{P_y a (427 L^6 - 64 a^6 + 336 L^2 a^4 - 700 a^2 L^4)}{136 L^7}, \quad (6)$$

а в случае критерия (2) без учета ограничения управление на этом участке имеет вид

$$U_2 = \frac{8 P_y a (444 a^4 L^4 - 16 a^6 L^2 - 720 a^5 L^3 + 480 a^7 L - 192 a^8 + 10 L^8 - 87 L^6 a^2 + 80 L^5 a^3)}{L (656 a^4 L^4 - 768 a^6 L^2 + 256 a^8 + 25 L^8 - 120 L^6 a^2)}. \quad (7)$$

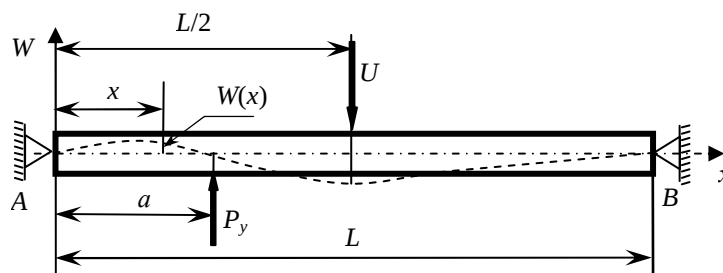


Рисунок 4 – Схема управляемого деформирования заготовки

При замене критериев (1) и (2) одним только условием (3) получаем следующее выражение для управления (на участке $L/2 \geq a \geq 0$):

$$U_0 = \frac{16 P_y a (L^2 - 2 L a + a^2)}{L (3 L^2 - 4 a^2)}. \quad (8)$$

В соответствии с предложенным выше количественным признаком близости управлений вычислялись (достаточно для количественной оценки вычислять только на участке при $L/2 \geq a \geq 0$)

интегралы для управлений (6) – (8): $S_1 = \int_0^{L/2} U_1 da$, $S_2 = \int_0^{L/2} U_2 da$, $S_0 = \int_0^{L/2} U_0 da$. Получено:

$S_1 = 37,396 \text{ Нм}^2$; $S_2 = 38,189 \text{ Нм}^2$; $S_0 = 42,846 \text{ Нм}^2$. Отметим, что если принять за эталонное управление U_0 , то погрешности для других управлений составляют не более 10 – 12 %. При этом управление U_1 отличается от U_2 на 1 %. Если, например, в случае управления U_0 вычислить площади под кривой прогиба на двух участках, где эпюры прогибов положительны и отрицательны, то отрицательная площадь эпюры, взятая по абсолютной величине, всегда будет в несколько раз (примерно в 5 раз) больше положительной.

Выводы. Важно отметить, что минимизация квадратичного деформационного критерия качества означает прежде всего уменьшение деформированного состояния от управляющего воздействия (с учетом или без учета условия ликвидации упругого перемещения по направлению силы резания).

Результаты исследований подтверждают практическую равноценность критериев (1) и (2) при использовании управлений в виде опорных моментов.

В случае силового управления, прикладываемого посередине заготовки, площадь эпюры деформирования заготовки (по абсолютной величине) по направлению управляющего воздействия (отклонение от исходного недеформированного состояния) практически на порядок может превышать деформирование в противоположном направлении. Таким образом, основная доля в экстремум критерия всегда привносится деформированием в направлении управления и поэтому отличия в результатах, полученных по критериям (1) и (2), несущественны для практики.

В перспективе предполагается исследование системы управления, которая включает оптимальное управление по медленному движению (при медленном изменении координаты силы резания) и управление по быстрому движению (колебаниями заготовки, возникающими в связи с процессом резания).

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Управление деформированием нежестких деталей при токарной обработке / А.И. Бохонский, А.Н. Вохмянин. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. — 240 с.
2. Шмидт Л.А. Управление деформированием твердых тел при квадратичном критерии оптимальности и ограничениях в виде равенств / Л.А. Шмидт // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь, 2002. — Вып. 38. — С. 44–49.
3. Бохонский А.И. Энергоемкость управляемого деформирования нежестких заготовок при автоматической токарной обработке / А.И. Бохонский, Л.А. Шмидт // Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. — Севастополь, 2002. — Вып. 36. — С. 80–84.

Поступила в редакцию 28.08.2008 г.