

УДК 519.87

В.Я. Копп, профессор, д-р техн. наук,**Ю.Е. Обжерин, профессор, д-р техн. наук,****И.В. Ольшанская, канд. техн. наук,****М.В. Заморенов, инженер***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ВЛИЯНИЕ ОБЕСЦЕНИВАЮЩИХ ПРОСТОЕВ НА ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ГИБКОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ЯЧЕЙКИ***Исследована модель функционирования гибкой производственной ячейки с различными обесценивающими простоями.*

При расчете, конструировании и эксплуатации гибких производственных систем (ГПС) одна из основных задач заключается в том, чтобы технологический процесс не только отвечал требованиям конкретного производства к качеству изделий, но и обеспечивал высокую производительность, надежность и эффективность в эксплуатации с минимальными потерями вследствие отказов, переналадок, смены и регулировки инструментов и других видов простоев [1].

Во многих работах принимается ряд допущений, снижающих точность расчетов, одним из которых является предположение об экспоненциальном распределении времен восстановления и безотказной работы системы. Большинство используемых формул имеет статистический характер. Поэтому необходимы исследования, направленные на совершенствование теоретических основ моделирования ГПС, позволяющие на стадиях проектирования и эксплуатации выделять и анализировать те виды простоев (в том числе и простоев из-за переналадок), которые наиболее влияют на функционирование ГПС.

Целью данной работы является исследование модели функционирования гибкой производственной ячейки (ГПЯ) [1] при условии, что в случае простоя ГПЯ обслуживание продукции прерывается, а после восстановления ее работоспособности оно начинается сначала, т.е. время, затраченное на обслуживание единицы продукции до момента простоя ГПЯ, обесценивается [2, 3].

В работе [4] была получена формула для производительности ГПЯ. Определим дисперсию случайной величины (СВ) θ – времени между двумя соседними моментами окончания обслуживания продукции с учетом простоев ГПЯ.

Время обслуживания единицы продукции ГПЯ – СВ α_1 с функцией распределения (ФР) $F_1(t) = P\{\alpha_1 \leq t\}$. Время безотказной работы ГПЯ – СВ α_2 с ФР $F_2(t) = P\{\alpha_2 \leq t\}$. ГПЯ может простаивать в силу простоя i -го вида, $i = \overline{1, n}$ с вероятностью $p_i > 0$, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Если ГПЯ простаивает вследствие простоя i -го вида, то время восстановления ГПЯ – СВ β_i с ФР $G_i(t) = P\{\beta_i \leq t\}$. СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta_i$ предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания и дисперсии; у ФР $F_1(t), F_2(t), G_i(t)$ существуют плотности $f_1(t), f_2(t), g_i(t)$. При простое ГПЯ обслуживание единицы продукции прерывается, после восстановления его работоспособности прерванное обслуживание единицы продукции начинается сначала.

Используя результаты [4], вычислим дисперсию СВ по формуле:

$$D\theta = 2 \int_0^{\infty} t \bar{F}_{\theta}(t) dt - (M\theta)^2.$$

Для этого предварительно вычислим интеграл, входящий в эту формулу

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} t \bar{F}_{\theta}(t) dt &= \frac{1}{c} \left[\int_0^{\infty} t \bar{F}_1(t) dt \int_0^{\infty} h_1(y) \bar{F}_2(t+y) dy + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\infty} t dt \int_0^t \psi(t-x) \bar{F}_1(x) dx \int_0^{\infty} h_1(y) f_2(x+y) dy \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где $h_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_1^{*(k)}(t)$ – плотность функции восстановления процесса с временем восстановления α_1 .

Вычислим первый интеграл в формуле (1):

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} t \bar{F}_1(t) dt \int_0^{\infty} \bar{F}_2(t+y) h_1(y) dy = \int_0^{\infty} \bar{F}_2(s) ds \int_0^{\infty} \bar{F}_1(t) h_1(s-t) t dt = \\
& = \int_0^{\infty} \bar{F}_2(s) ds \int_0^s dx \int_x^s \bar{F}_1(t) h_1(s-t) dt = \int_0^{\infty} \bar{F}_2(s) ds \int_0^s dx \int_0^{s-x} \bar{F}_1(s-y) h_1(y) dy = \\
& = \int_0^{\infty} s \bar{F}_2(s) F_1(s) ds - \int_0^{\infty} \bar{F}_2(s) ds \int_0^s V_{s-x}(x) dx = \int_0^{\infty} s \bar{F}_2(s) F_1(s) ds - \\
& - \int_0^{\infty} \bar{F}_2(s) ds \int_0^s V_y(s-y) dy = \frac{1}{2} (D\alpha_2 + (M\alpha_2)^2) - \\
& - \frac{1}{2} (D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) - \int_0^{\infty} dy \int_y^{\infty} V_y(s-y) \bar{F}_2(s) ds = \\
& = \frac{1}{2} (D\alpha_2 - D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M\alpha_2)^2 - (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} V_y(\tau) \bar{F}_2(y+\tau) dy d\tau.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $V_y(x) = F_1(x+y) - \int_0^y \bar{F}_1(x+y-u) h_1(u) du$ – ФР прямого остаточного времени процесса восстановления, порожденного СВ α_1 [5].

Перейдем к вычислению второго интеграла в формуле (1):

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} t dt \int_0^t \psi(t-x) \bar{F}_1(x) dx \int_0^{\infty} f_2(x+y) h_1(y) dy = \int_0^{\infty} t \psi(t) dt \int_0^{\infty} \bar{F}_1(x) dx \int_0^{\infty} f_2(x+y) h_1(y) dy + \\
& + \int_0^{\infty} \psi(t) dt \int_0^{\infty} x \bar{F}_1(x) dx \int_0^{\infty} f_2(x+y) h_1(y) dy.
\end{aligned} \tag{3}$$

При вычислении $M\theta$ установили, что

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} \bar{F}_1(x) dx \int_0^{\infty} f_2(x+y) h_1(y) dy = P(\alpha_1 < \alpha_2), \\
& \int_0^{\infty} \psi(t) dt = \frac{1}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) \right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Производя такие же выкладки, как и при выводе формулы (2), получаем:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} x \bar{F}_1(x) dx \int_0^{\infty} f_2(x+y) h_1(y) dy = \int_0^{\infty} s f_2(s) F_1(s) ds - \\
& - \int_0^{\infty} f_2(s) ds \int_0^s V_y(s-y) dy = \int_0^{\infty} s f_2(s) F_1(s) ds - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} V_y(\tau) f_2(\tau+y) dy d\tau.
\end{aligned}$$

При вычислении интеграла $\int_0^{\infty} t \psi(t) dt$ учтем, что

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} t h_{\gamma}(t) dt = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} t \gamma^{*(k)}(t) dt = \left(\int_0^{\infty} t \gamma(t) dt \right) \sum_{k=1}^{\infty} k \left(\int_0^{\infty} \gamma(t) dt \right)^{k-1} = \\
& = \frac{1}{[P(\alpha_1 < \alpha_2)]^2} \int_0^{\infty} t \gamma(t) dt = \frac{1}{[P(\alpha_1 < \alpha_2)]^2} \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i P(\alpha_1 > \alpha_2) + \int_0^{\infty} t f_2(t) \bar{F}_1(t) dt \right),
\end{aligned}$$

поэтому

$$\int_0^{\infty} t \psi(t) dt = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} (D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) + \frac{1}{[P(\alpha_1 < \alpha_2)]^2} \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i P(\alpha_1 > \alpha_2) + \right. \\
& + \int_0^\infty t f_2(t) \bar{F}_1(t) dt \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) \right) + \\
& + \frac{P(\alpha_1 > \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \left(\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \right. \\
& + \frac{1}{2} (D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) = \\
& = \frac{1}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \left(\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \right. \\
& + \frac{1}{2} (D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) \left. \right) + \\
& + \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{[P(\alpha_1 < \alpha_2)]^2} \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i P(\alpha_1 > \alpha_2) + \int_0^\infty t f_2(t) \bar{F}_1(t) dt \right). \tag{5}
\end{aligned}$$

Подставляя в формулу (3) выражения (4) и (5), находим:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty t dt \int_0^t \psi(t-x) \bar{F}_1(x) \int_0^\infty f_2(x+y) h_1(y) dy = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) + \\
& + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \frac{1}{2} (D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) + \\
& + \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i P(\alpha_1 > \alpha_2) + \int_0^\infty t f_2(t) \bar{F}_1(t) dt \right) + \\
& + \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \left(\int_0^\infty s f_2(s) F_1(s) ds - \int_0^\infty dy \int_y^\infty V_y(s-y) f_2(s) ds \right) = \\
& = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \\
& + \frac{1}{2} (D(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + (M(\alpha_1 \wedge \alpha_2))^2) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + \right. \\
& + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) \left. \right) \frac{P(\alpha_1 > \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} + \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} M\alpha_2 - \\
& - \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) f_2(\tau+y) dy d\tau. \tag{6}
\end{aligned}$$

С учетом формул (2) и (6) выражение (1) преобразуем к виду:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty t \bar{F}_\theta(t) dt = \frac{1}{c} \left[\frac{1}{2} (D\alpha_2 + (M\alpha_2)^2) - \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) \bar{F}_2(\tau+y) dy d\tau + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i M(\alpha_1 \wedge \alpha_2) + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i \left(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)) \frac{P(\alpha_1 > \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} + \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} M\alpha_2 - \\
& - \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) f_2(\tau + y) dy d\tau = \\
& = \frac{1}{c} \left[\frac{1}{2} (D\alpha_2 + (M\alpha_2)^2) + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n p_i (D\beta_i + (M\beta_i)^2) \right) - \sum_{i=1}^n p_i (M\beta_i)^2 + \right. \\
& \quad \left. \frac{(\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)) (\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_2))}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} - \right. \\
& \quad \left. - \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) \bar{F}_2(\tau + y) dy d\tau - \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) f_2(\tau + y) dy d\tau \right].
\end{aligned}$$

Окончательно получим

$$\begin{aligned}
D\theta &= \frac{1}{c} [D\alpha_2 + \sum_{i=1}^n p_i D\beta_i + (M\alpha_2)^2 - \sum_{i=1}^n p_i (M\beta_i)^2 + \\
& + \frac{2}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} (\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)) (M\alpha_2 + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i) - \\
& - 2 \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) \bar{F}_2(\tau + y) dy d\tau - \frac{\sum_{i=1}^n p_i M\beta_i + M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{P(\alpha_1 < \alpha_2)} \int_0^\infty \int_0^\infty V_y(\tau) f_2(\tau + y) dy d\tau] - \frac{1}{c} (M\alpha_2 + \sum_{i=1}^n p_i M\beta_i)^2,
\end{aligned}$$

где постоянная c определяется следующим образом:

$$c = \int_0^\infty f_2(x) H_1(x) dx, \quad H_1(x) = \sum_{k=1}^\infty F_1^{*(k)}(x).$$

Полученные результаты позволяют проводить анализ влияния различных видов простоев на функционирование ГПЯ.

В дальнейшем данную методику планируется перенести на многокомпонентную систему, что и составит перспективу исследований в данном направлении.

Библиографический список

1. Копп В.Я. Моделирование автоматизированных линий: монография / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. — 240 с.
2. Копп В.Я. Анализ производительности технологической ячейки с учетом ее надежности / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский // Кибернетика и системный анализ. — 2001. — № 5. — С. 17–24.
3. Обжерин Ю.Е. Математическая модель функционирования сборочной ячейки при обесценивающих отказах / Ю.Е. Обжерин, В.Я. Копп, А.И. Песчанский // Оптимизация производственных процессов: сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — № 3. — С. 24–32.
4. Анализ производительности гибкой производственной ячейки с различными обесценивающими простоями / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, И.В. Олышанская, М.В. Заморенов // Системні технології: матер. наук.-техн. конф. „Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні”, Дніпропетровськ, 14–17 квітня 2008 г. — Дніпропетровськ, 2008. — С. 24–32.
5. Разработка САПР: [в 10 кн.] Кн. 9. — Имитационное моделирование / А.В. Петров [и др.] / Под ред. А.В. Петрова. — М.: Высш. шк., 1990. — 110 с.

Поступила в редакцию 11.06.2008 г.