

УДК 62-50

Л.А. Краснодубец, профессор, д-р техн. наук,**А.Е. Осадченко***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: tk@sevgtu.sebastopol.ua***СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СУДНА НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА "ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ" ОПТИМИЗАЦИИ**

Исследуется новый метод законов, управления судном на воздушной подушке при его движении по требуемой траектории, путем решения задачи гашения кинетической энергии. Предложены структурная модель и алгоритмическое обеспечение для путевого регулятора и рулевого привода. Приведены результаты моделирования в среде визуального моделирования Simulink.

Проблеме управления движением транспортных средств и, в частности, судов на воздушной подушке (СВП) посвящено множество публикаций. Однако, как отмечается в [1], несмотря на огромное разнообразие подходов и решений этой проблемы, о практических результатах экспериментов в этой области известно немного. Поэтому задача синтеза путевого регулятора для управления СВП при его движении по требуемой траектории, остаётся сегодня актуальной и требует для своего решения развития новых теоретических концепций.

Известные подходы решения указанной проблемы [2, 3] и др. предусматривают проектирование законов управления, которые заставляют транспортное средство следовать заранее установленной траектории в модели пространства состояний. При этом требуемая траектория определяет временную зависимость переменных состояния, характеризующих линейные и угловые положения, также их скорости, которые соответствуют динамике транспортного средства. Однако такой путь решения обсуждаемой проблемы имеет существенный недостаток – динамика транспортного средства обычно представлена нелинейными дифференциальными уравнениями с большим числом переменных, что усложняет вычисление траектории. В работе П.Д. Крутько [4] и более поздней публикации А.П. Агиара и Ж.П. Эспанха [1] предлагаются альтернативные рассмотренным подходы, идея которых основана просто на следовании заданной траектории. При этом в методе П.Д. Крутько задача управления движением по программной траектории формулируется и решается как задача гашения кинетической энергии. При этом законы управления синтезируются по нелинейным классическим моделям в форме Ньютона, Эйлера и Лагранжа. Алгоритмы координированного и независимого по степеням свободы управления имеют унифицируемую структуру для различных моделей управляемых объектов. По существу, этот «энергетический» метод основывается на минимизации локальных функционалов в сочетании с концепциями обратных задач динамики. Метод А.П. Агиара и Ж.П. Эспанха построен на основе итеративного метода А.М. Ляпунова и обеспечивает глобальную устойчивость, а также экспоненциальное уменьшение отклонений от заданной траектории. В работе [1] приводятся результаты испытаний спроектированной на основе этого метода системы автоматического управления малоразмерной натурной моделью СВП, осуществляющей движение по окружности на плоской поверхности. Оба метода предназначены для обширного класса подвижных объектов и применяются для синтеза законов управления, как для двумерного, так и для трехмерного пространства.

Целью настоящей статьи является синтез системы управления СВП, обеспечивающей движение его малоразмерной модели СВП и сравнительный анализ результатов, полученных обоими методами. При этом задача синтеза ставится и решается как задача гашения кинетической энергии величины отклонения текущих координат объекта управления от их требуемых значений. Модель движения и численные значения её параметров приняты такими же, как и в [1].

1. Модель движения СВП. В качестве СВП рассматривается миниатюрная физическая модель, которая использовалась для исследовательских целей на специальном полигоне [1]. Особенности такого СВП являются малая масса и скорость перемещения, а также отсутствие характерных для СВП аэроузел, функции которых выполняют два вентиляторных движителя, создающих толкающую силу, а так же поворотный момент M за счет разности тяг.

Для описания движения центра масс СВП в горизонтальной плоскости воспользуемся линейной моделью, построенной относительно инерциальной системы координат $OXYZ$ и записанной в виде уравнений Ньютона

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= -\mu\dot{x} + f_1 \\ m\ddot{y} &= -\mu\dot{y} + f_2 \\ J\ddot{\psi} &= -\eta\dot{\psi} + M \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где f_1 и f_2 – проекции вектора толкающей силы $f = (f_1 f_2)^T$, создаваемой двумя вентиляторными движителями СВП;

M – результирующий момент, создаваемый вентиляторными движителями за счет разности сил тяги отдельных движителей;

μ и η – линейный и вращательный коэффициенты трения;

m и J – соответственно масса и момент инерции СВП.

Первые два уравнения системы (1) описывают движение центра масс СВП под действием управляющих сил f_1 и f_2 . Третье уравнение характеризует угловое движение СВП под действием управляющего момента M .

Параметры модели (1) имеют следующие значения [1]: $\eta = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$; $J = 0,0031 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $m = 0,749 \text{ кг}$; $\mu = 0,15 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-1}$.

2. Синтез системы управления движением СВП по заданной траектории. Для принятой модели (1) синтезируем закон управления, с помощью которого будет осуществляться стабилизация центра масс СВП на заданной траектории, для определенности принятой в виде окружности, заданной параметрическими уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(t) &= a \cdot \sin \omega t \\ \varphi_2(t) &= a \cdot \cos \omega t \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где параметры a и ω считаются заданными. Уравнения (2) удобно представить в виде вектора $\varphi_T(t) = (\varphi_1, \varphi_2)^T$.

Далее задачу синтеза разделим на два этапа. На первом этапе найдем такие f_1 и f_2 , которые обеспечат формирование вектора f требуемого движения центра масс по траектории, заданной вектором $\varphi_T(t)$. При этом $|f| = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$, а угол, определяющий положение вектора F в инерциальной системе координат и характеризующий угловое положение СВП (угол курса), может быть найден из соотношения

$$\varphi(t) = \arctg \frac{f_2}{f_1}. \quad (3)$$

На втором этапе по найденному значению угла курса $\psi(t)$ определим величину момента $M(t)$, который нужно приложить к СВП, чтобы его развернуть для обеспечения следования заданной траектории.

Вводя обозначения $q_1 = x$ и $q_2 = y$, первые два уравнения системы (1) можно записать в векторно-матричной форме

$$A_m \ddot{q}(t) = -D_\mu \dot{q}(t) + f(t), \quad (4)$$

где $A_m = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}$ – матрица инерции; $D_\mu = \begin{pmatrix} \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$ – матрица трения; $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$ – вектор управляющих

сил; $q(t) = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$ – вектор, характеризующий состояние объекта управления.

Задачу синтеза сформулируем следующим образом. Необходимо найти такие управляющие функции (силы) $f_1 = F_x^*(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2, t)$ и $f_2 = F_y^*(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2, t)$, которые обеспечат движение СВП по траектории, расположенной в малой окрестности требуемых траекторий, таким образом, что выполняются неравенства

$$|\varphi_1(t) - q_1(t)| \leq \sigma_x; \quad |\varphi_2(t) - q_2(t)| \leq \sigma_y; \quad t \geq t_p,$$

где t_p – длительность переходных процессов.

Требуемую траекторию движения СВП определим в параметрической форме в виде вектора $\Phi_T(t)$, имеющего производные при $t \geq 0$. Начальные значения траекторных параметров требуемого движения СВП имеют следующие значения: $q_1(0) = q_{10}$; $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_{10}$; $q_2(0) = q_{20}$; $\dot{q}_2(0) = \dot{q}_{20}$.

Искомые управляющие функции (силы) f_1^* и f_2^* определим из условий гашения кинетической энергии T при управляемом движении СВП по требуемой траектории, которые имеют вид

$$\frac{dT}{dt} < 0, \quad T \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \geq 0. \quad (5)$$

Выражение для кинетической энергии представим в виде квадратичной формы

$$T(\dot{\delta}) = \frac{1}{2} \dot{\delta}^T A_m \dot{\delta}, \quad (6)$$

где $A_m = \text{diag}\{m, m\}$ – матрица инерции; m – масса СВП; $\delta = (\delta_1, \delta_2)^T = \Phi_T - q$ – вектор отклонений координат $q_1 = x$ и $q_2 = y$, составляющих вектор $q = (q_1, q_2)^T$ и характеризующих управляемое движение СВП, от вектора функций Φ_T , задающих требуемую траекторию.

Принимая во внимание, что выражение для производной кинетической энергии (6) имеет вид

$$\dot{T}(\dot{\delta}) = \dot{\delta}^T A_m \ddot{\delta}, \quad (7)$$

неравенство (4) с учётом (6) и равенства $\delta = \Phi_T - q$ преобразуем следующим образом

$$\dot{T}(\dot{\delta}) = (\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T A_m (\ddot{\Phi}_T - \ddot{q}) < 0. \quad (8)$$

Далее, учитывая (3), выражение (7) перепишем в виде

$$(\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T \{A_m \ddot{\Phi}_T - A_m [-A_m^{-1} D_\mu \dot{q} + A_m^{-1} f]\} < 0$$

или

$$(\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T A_m \ddot{\Phi}_T + (\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T D_\mu \dot{q} < (\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T f. \quad (9)$$

Из (9) следует, что неравенства (5) будут выполняться, если вектор управляющих сил определится выражением

$$f^* = K(\dot{\Phi}_T - \dot{q}) \quad (10)$$

и существует положительно определённая матрица K такая, что

$$|(\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T A_m \ddot{\Phi}_T + (\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T D_\mu \dot{q}| < (\dot{\Phi}_T - \dot{q})^T K(\dot{\Phi}_T - \dot{q}), \quad t \geq 0.$$

Синтезированный закон управления (10) определяет требуемый вектор f^* управляющих сил, обеспечивающих движение центра масс СВП вдоль требуемой траектории.

На следующем этапе выполним синтез регулятора рулевого привода СВП. Уравнение углового движения СВП (третье уравнение системы (1)) запишем в виде

$$\ddot{\psi}(t) + a_1 \dot{\psi}(t) = b_0 M(t), \quad (11)$$

где J – момент инерции; $a_1 = \frac{\eta}{J}$; $b_0 = \frac{1}{J}$; ψ – угол курса, определенный в инерциальной системе координат; M – управляющий момент.

Ставится задача найти такую управляющую функцию $M(t)$, входящую в уравнение (11), которая обеспечивала бы изменение угла курса в соответствии с функцией $\psi_T(t)$, вычисляемой в блоке управления (в регуляторе вычисляются силы f_1 и f_2). Отклонение текущего значения от назначенного обозначим

$$\varepsilon(t) = \psi_T(t) - \psi(t). \quad (12)$$

Потребуем, чтобы отклонение (12) было исчезающей функцией и подчинялось дифференциальному уравнению

$$\ddot{\varepsilon} + h_1 \dot{\varepsilon} + h_0 \varepsilon = 0. \quad (13)$$

Коэффициенты h_1 и h_0 будем выбирать такими, чтобы выполнялось условие асимптотической устойчивости тривиального решения $\varepsilon(t) = 0$, а вид и время затухания процесса $\varepsilon(t) \rightarrow 0$

соответствовали желаемым показателям качества привода СВП, как динамической системы, предназначенной для автоматического управления.

Синтезируем алгоритм управления, который обеспечивает решение поставленной задачи. Отметим прежде всего, что уравнение (13) определяет такое значение производной $\dot{\psi}$ в каждый момент времени $t \geq 0$, при котором теоретически точно выполняются равенства $\psi_T(t) = \psi(t)$, и следовательно, движение системы происходит строго по назначенной траектории. Эти значения производной (ускорения) обозначим $\ddot{\psi}^*$ и будем называть их требуемыми значениями [4]. В таком случае уравнение (13) можно переписать в виде:

$$\ddot{\psi}_T - \ddot{\psi}^* + h_1(\dot{\psi}_T - \dot{\psi}) + h_0(\psi_T - \psi) = 0,$$

откуда следует выражение для требуемого значения ускорения

$$\ddot{\psi}^* = \ddot{\psi}_T + h_1(\dot{\psi}_T - \dot{\psi}) + h_0(\psi_T - \psi). \quad (14)$$

Чтобы найти структуру искомого алгоритма управления, управляющую функцию определим путем минимизации функционала

$$G(M) = \frac{1}{2} [\ddot{\psi}^* - \ddot{\psi}(t, M)]^2, \quad (15)$$

в котором варьируется переменная M . При этом движение к экстремуму (минимуму) будем осуществлять по градиентной схеме первого порядка. В таком случае изменение варьируемой функции M определяется дифференциальным соотношением

$$\frac{dM(t)}{dt} = -\lambda \frac{\partial G(M)}{\partial M}, \quad \lambda = \text{const}. \quad (16)$$

Далее найдем выражение для производной $\frac{\partial G(M)}{\partial M}$ путем дифференцирования (16) с учетом (11).

Имеем:

$$\frac{\partial G(M)}{\partial M} = 2 \frac{1}{2} [\ddot{\psi}^* - \ddot{\psi}(t, M)] \cdot \frac{\partial [\ddot{\psi}^* - \ddot{\psi}(t, M)]}{\partial M} = [\ddot{\psi}^* - \ddot{\psi}(t, M)] \frac{\partial [\ddot{\psi}^* + a_1 \dot{\psi}(t) - b_0 M]}{\partial M} = -b_0 (\ddot{\psi}^* - \ddot{\psi}). \quad (17)$$

Из (16) и (17) следует дифференциальный закон управления

$$\frac{dM(t)}{dt} = k_M (\ddot{\psi}^* - \ddot{\psi}), \quad k_M = b_0 \lambda. \quad (18)$$

Интегрируя правую и левую части закона управления (18) при нулевых начальных значениях переменных, найдем уравнение искомого алгоритма управления

$$M(t) = k_M (\dot{\psi}^* - \dot{\psi}). \quad (19)$$

Значение $\dot{\psi}^*$, входящее в уравнение (20) найдем путем интегрирования обеих частей уравнения (14) при нулевых начальных значениях переменных. При этом получаем

$$\dot{\psi}_T^* = h_1(\psi_T - \psi) + h_0 \int_0^t (\psi_T - \psi) dt = 0. \quad (20)$$

Уравнения (20) и (21) определяют искомый закон управления для рулевого привода СВП и позволяют построить соответствующий алгоритм управления, который удобен для аппаратной реализации и моделирования.

Структурная схема регулятора, реализующего синтезированный закон управления, изображена на рисунке 1.

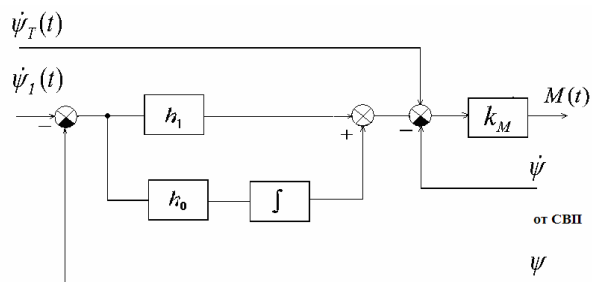


Рисунок 1 – Структурная схема регулятора рулевого привода

Вычисление параметров регулятора выполним следующим образом. Параметры h_0 и h_1 можно найти методом моделирования уравнения (13) путем их подбора по наблюдениям реакции системы (13) на ненулевые начальные условия. При этом вид переходного процесса лучше выбирать аperiodическим, а время реакции – в зависимости от постоянной времени T , которую определяет момент инерции J .

Параметр k_M находится из соотношения $k_M = b_0 \lambda$, λ – постоянная, которая определяет скорость движения к экстремуму. Её рекомендуемое значение $\lambda = 0,1$.

Функция $\psi_T(t)$ определяется в регуляторе СВП по формуле (3).

Структурная модель канала углового движения (рыскания), построенного по уравнению (11), изображена на рисунке 2.

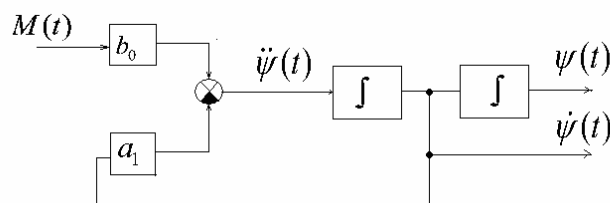


Рисунок 2 – Структурная модель канала углового движения СВП

Объединив обе модели, изображенные на рисунках 1 и 2, получим структурную модель регулятора рулевого привода и объекта управления с параметрами:

$$a_1 = \frac{\eta}{J} = 1,613 \text{ с}^{-1}; \quad b_0 = \frac{1}{J} = 332,58 \text{ кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Параметры регулятора h_0 и h_1 найдем методом моделирования уравнения (13) с ненулевыми начальными значениями $t_0 = 0$, $\varepsilon = 1$, $\dot{\varepsilon} = 0$. При заданной длительности переходного процесса $t_p = 0,02$ с искомые значения параметров составляют: $h_0 = 50$; $h_1 = 250$.

Значения λ выбираем равными 0,1; коэффициент усиления k_M при $\lambda = 0,1$ принимает значение $k_M = b_0 \lambda = 32,258 \text{ кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$.

4. Результаты моделирования. При моделировании синтезированной системы управления движением СВП по заданной траектории в качестве последней принята окружность, заданная уравнениями (2) с параметрами $a = 1,5$; $\omega = 0,3$.

Начальное состояние СВП определяется параметрами: $t_0 = 0$; $q_1(0) = x(0) = 3,5 \text{ м}$; $q_2(0) = y(0) = 4 \text{ м}$; $\psi(0) = 0$. График траектории движения центра масс СВП из начального состояния на заданную окружность показан на рисунке 3

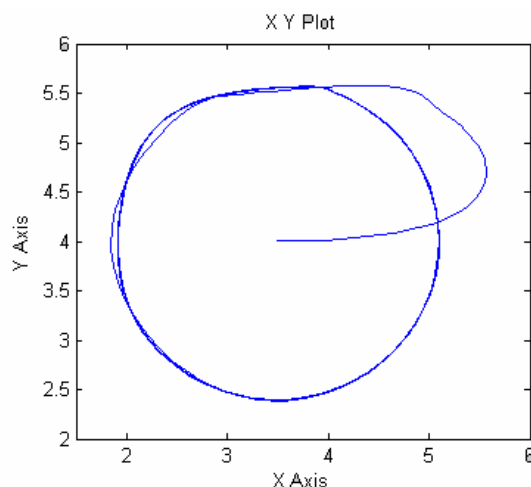


Рисунок 3 – Траектория вывода СВП на заданную траекторию

Заключение. Решенная задача синтеза системы управления движением СВП сформулирована как задача гашения энергии и по существу сведена к процедуре оптимизации по локальному функционалу, в роли которого выступает кинетическая энергия.

По сравнению с результатами, приведенными в [1], рассматриваемый метод синтеза приводит к более простой, наглядной и удобной для реализации структуре регулятора.

Дальнейшие исследования могут быть связаны с разработкой формальных процедур синтеза для целей автоматизации процесса проектирования.

Библиографический список

1. Aguiar A.P. Position tracking of underactuated underwater vehicles / A.P. Aguiar, J.P. Hespanha // In Proc. Of the 2003 Amer. Contr. Conf. Denver, CO. USA. — 2003. — № 1. — С. 15–22.
2. Trajectory tracking controllers for autonomous vehicles: An integrated approach to guidance and control / I. Kammer, A. Pascoal, E. Hallberg, C. Silvestre // J. of Guidance, Control and Dynamics. — 1998. — № 1. — С. 29–38.
3. Tracking and regulation control of an underactuated surface vessel with nonintegrable dynamics / A. Behal, D.M. Dawson, W.E. Dixon, Y. Fang // IEEE Trans. on Automat. Contr. — 2002. — № 3. — С. 495–500.
4. Крутько П.Д. Задачи гашения энергии и алгоритмы управления движением динамических систем. Нелинейные модели / П.Д. Крутько // Изв. РАН. Серия ТиСУ. — 1999. — № 6. — С. 5–24.

Поступила в редакцию 7.10.2008 г.