

УДК 658.387

Д.В. Заморёнова, ассистент, В.Я. Копп, д-р техн. наук, профессор,

А.А. Леонов, канд. техн. наук, доцент, С.А. Гутник, канд. техн. наук, доцент

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: ps@sevgtu14.sebastopol.ua

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ТРАВМИРОВАНИЯ ОПЕРАТОРА ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИНХРОННОЙ ЛИНИИ СО СВОБОДНЫМ РИТМОМ РАБОТЫ

Построена модель, позволяющая определять вероятностей получения оператором травмы j -го вида на i -ой ячейке за время изготовления партии, состоящей из N деталей; вероятность получения оператором травмы j -го вида на всех ячейках; вероятности получения оператором травмы в зоне действия опасных факторов, сопровождающие любые отказы на i -ой ячейке.

Комплексная автоматизация производственных процессов рассматривается сегодня как система автоматизации, охватывающая все производство, от проектирования изделий и технологии до изготовления продукции и доставки ее потребителю. По мере ускорения темпов развития научно-технического прогресса, усложнения технологических процессов и технических средств проблемы обеспечения безопасности производственных процессов становятся все более актуальными. Сегодня они относятся к числу наиболее серьезных, комплексных проблем современности. Убедительным доказательством этого служат многочисленные факты производственного травматизма.

Основными видами травм являются травмы пальцев (33 %), рук (19 %), головы (16 %), спины (11 %), плеч (6 %), ног (6 %), шеи (3 %), челюстные (3 %), перелом ребер (3 %). Наибольшую опасность представляют травмы головы, которые, как правило, требуют более длительного лечения. Установлено, что наиболее травмоопасной ситуацией является прямой контакт человек–машина, когда человек выполняет такие операции, как перепрограммирование, наладку, ремонт, установку, снятие инструмента, монтаж, смазку или чистку. Наибольшему риску быть травмированными с этой точки зрения подвергаются следующие профессии, требующие прямого контакта с роботом: слесари-монтажники, сборщики, электротехники, операторы, бригадиры и операторы, непосредственно работающие на данном оборудовании.

Вероятность травмирования оператора складывается из совместного появления двух событий: появления травмоопасных отказов на какой-то технологической ячейке (ТЯ); пребывания оператора в это время в зоне действия опасных факторов, сопровождающих отказы у соответствующей ТЯ.

Для определения вероятностей появления указанных событий строятся две математические модели и решаются две соответствующие задачи.

Первая задача, состоящая в определении вероятности появления травмоопасных отказов за определенное время, может быть решена на основе использования модели [1] функционирования автоматизированной синхронной линии (АСЛ) со свободным ритмом работы при известной функции распределения (ФР) $F_{OTk}(t_{om})$ времени наработки на k -й травмоопасный отказ. В этой статье используются основные результаты [1] без промежуточных выкладок, причем рассматриваемая модель получила дальнейшее развитие.

Вторая задача, состоящая в определении вероятности пребывания оператора в момент травмоопасного отказа в зоне действия опасных факторов, возникающих при отказе у соответствующей ТЯ, решается на основе модели, предложенной в [2]. В указанном литературном источнике задача поставлена и решена в следующем виде. Один оператор обслуживает линию из n -станков. Перемещение оператора от станка к станку описывается случайным процессом, позволяющим определить стационарную вероятность пребывания оператора у той или иной ТЯ, а также среднюю относительную частоту попадания в указанные состояния. Таким образом, в [2] строится модель поведения оператора при обслуживании АСЛ. В статье, как и ранее, используются основные результаты из [2] без промежуточных выкладок.

Целью статьи является построение модели, позволяющей определять вероятность получения оператором той или иной травмы (механической, электрической и т.д.). Цель достигается за счет совместного использования двух моделей, приведенных в [1, 2]. Совместное использование двух моделей позволяет определить вероятность получения оператором той или иной травмы.

Рассмотренная в первой модели [1] АСЛ функционирует следующим образом: происходит последовательное обслуживание изделия на первой ячейке (ТЯ₁), на второй (ТЯ₂), на третьей (ТЯ₃). Передача изделия, обслуженного на предыдущей ячейке к последующей, происходит сразу при наличии свободной последующей ячейки. Отметим, что отсутствие для ячейки возможности функционирования

будем называть блокировкой. Она возможна либо когда ячейка стоит пустая по причине непоступления на нее заявки, либо когда она не может передать уже обслуженную ею заявку далее.

Структура трехфазной СЛ изображена на рисунке 1.

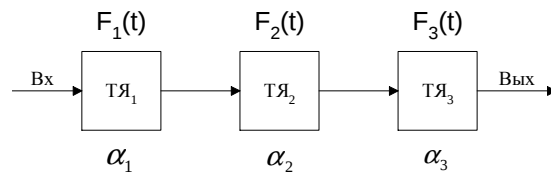


Рисунок 1 – Модель трёхфазной системы

Исходными данными для построения модели являются чистые (без блокировок) машинные времена выполнения i -ой операции на $ТЯ_i$, ($i = \overline{1,3}$) – случайные величины (СВ) α_i с ФР $F_i(t)$ общего вида. В общем случае ФР времен обслуживания различных заявок на одних и тех же ячейках могут отличаться.

Кроме указанных, введены также следующие обозначения: $F_{ij}(t)$ и $f_{ij}(t)$ – функция и плотность распределения СВ α_{ij} времени пребывания i -ой заявки на j -ой ячейке, т.е. суммарного времени обслуживания и задержки заявки на ячейке за счет блокировки.

Граф состояний моделируемой АСЛ изображен на рисунке 2/

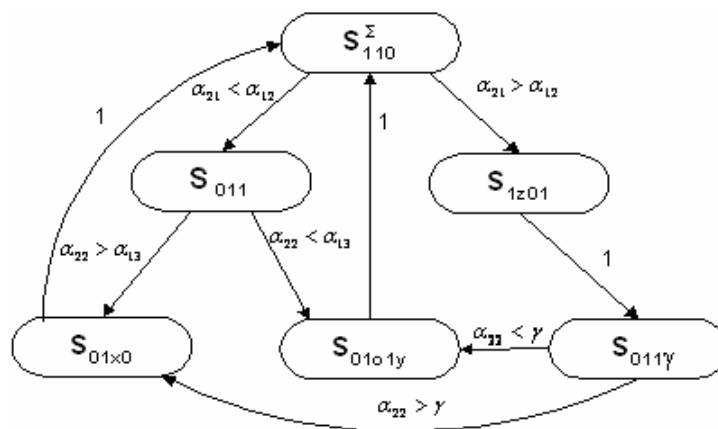


Рисунок 2 – Граф состояний трехфазной системы

Данный граф соответствует прохождению двумя заявками трехфазной системы. Основная задача, решаемая данной моделью: определение функции распределения (ФР) $F_{22}(t)$ времени пребывания второй заявки на второй ячейке с учетом блокировки со стороны первой. Определение остальных (ФР) первой и второй заявок на любой из ячеек трудностей не вызывает. После того как задача решена для первой и второй заявок, она аналогично решается для второй и третьей, при этом полагается, что ФР времени пребывания второй заявки на каждой из ячеек с учетом блокировок со стороны первой взяты из решения предыдущей задачи.

Далее задача решается для третьей и четвертой ячеек, и далее до тех пор, пока изменения значений математических ожиданий времен пребывания заявок на ячейках от задачи к задаче не станут меньше заданной величины, определяемой точностью вычислений. Таким образом, данная модель пригодна как для нестационарных (переходных), так и для стационарных режимов функционирования АСЛ. В [1] предложен метод распространения полученных результатов для моделирования АСЛ с произвольным числом фаз.

Состояния на графе следующие:

S_{110}^Σ – 1-ая заявка начала обслуживаться на 2-ой ячейке, а 2-ая на 1-ой ячейке, причем, в принципе, S_{110}^Σ представляет собой подмножество, состоящее из состояний $S_{1_01_0}$ и S_{110} , причем в $S_{1_01_0}$ первая заявка уже обслужилась на 1-ой ячейке, а 2-ая заявка продолжает обслуживаться на 2-ой ячейке, и время, оставшееся до окончания ее обслуживания (остаточное время) $v = [\alpha_{12} - \alpha_{21}]^+$; S_{011} – 1-ая заявка начала обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая начала обслуживаться на 2-ой ячейке; S_{1z01} – 1-ая заявка начала обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая ещё обслуживается на 1-ой ячейке (остаточное время $z = [\alpha_{21} - \alpha_{12}]^+$); S_{01x0} – 1-ая заявка закончила обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая заявка ещё обслуживается на 2-ой

ячейке (остаточное время x); S_{0101y} – 1-ая заявка продолжает обслуживаться на 3-ой ячейке (остаточное время y), а 2-ая закончила обслуживаться на 2-ой ячейке; S_{011y} – 1-ая заявка продолжает обслуживаться на 3-ой ячейке (остаточное время $\gamma = [\alpha_{13} - z]^+$), а 2-ая заявка начала обслуживаться на 2-ой ячейке.

Введем пояснение, касающееся остаточных времен. Например, случайная величина $v = [\alpha_{12} - \alpha_{21}]^+$ равна разности случайных величин α_{12} и α_{21} при условии $\alpha_{12} > \alpha_{21}$. Это относится и к другим аналогичным СВ. Выражения для определения ФР таких СВ приведены в [1].

При построении модели приняты допущения, которые перечислены ниже.

1. СВ α_i предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания и дисперсии; у ФР $F_i(t)$ существуют плотности $f_i(t)$.

2. Продукция на вход СЛ постоянно поступает, с выхода постоянно удаляется, а передача изделия от ячейки к ячейке происходит мгновенно.

3. Состоянием, при котором 2-ая и 3-я ячейки закончили обслуживание, а первая ещё обслуживает заявку, пренебрегается, как маловероятным.

Как было сказано выше, построенная модель предназначена для определения характеристик многофазных СЛ как в переходном, так и в стационарном режимах. Наибольшую сложность представляет получение выражения для распределения $\psi_{22}(t)$ времени пребывания второй заявки на второй ячейке с учетом блокировки со стороны первой. На основании составления и решения уравнений Марковского восстановления получено следующее выражение для $\psi_{22}(t)$:

$$\psi_{22}(t) = \left[\int_0^\infty F_{21}(t) f_{12}(t) dt \right] \cdot F_{22}(t) F_{13}(t) + \left[\int_0^\infty F_{12}(t) f_{21}(t) \right] \cdot F_{22}(t) F_{011\gamma}(t);$$

$$F_{1201}(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{21}(t+y) - F_{21}(y)] f_{12}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{21}(y) f_{12}(y) dy}; \quad F_{011\gamma}(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{13}(t+y) - F_{13}(y)] f_{1201}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{13}(y) f_{1201}(y) dy}.$$

Здесь $F_{12}(t)$, $f_{12}(t)$ – функция и плотность распределения времени обслуживания 1-ой заявки на 2-ой ячейке (СВ α_{12}); $F_{13}(t)$ – функция распределения времени обслуживания 1-ой заявки на 3-ой ячейке (СВ α_{13}); $F_{21}(t)$, $f_{21}(t)$ – функция и плотность распределения времени обслуживания 2-ой заявки на 1-ой ячейке (СВ α_{21}); $F_{22}(t)$ – функция распределения времени обслуживания 2-ой заявки на 2-ой ячейке (СВ α_{22}); $F_{011\gamma}$ – функция распределения остаточного времени обслуживания 1-ой заявки на 3-ой ячейке (СВ γ); F_{1201} , f_{1201} – функция и плотность распределения остаточного времени обслуживания 2-ой заявки на 1-ой ячейке (СВ z).

Математическое ожидание $m[\tau_y]$ стационарного времени τ_y цикла обслуживания одного изделия синхронной линией определяется как математическое ожидание времени обслуживания одного изделия на первой ячейке, а производительность линии равна

$$P_{АСЛ} = \frac{1}{m[\tau_y]}.$$

Запишем времена блокировок всех ячеек. Введём следующие обозначения для более компактной записи: τ_{i0-} – блокировка i -ой ТЯ при отсутствии детали (ячейка свободна, но на предыдущей обслуживании еще не закончилось), например, для второй и третьей ячеек это блокировки в состояниях S_{1201} , S_{01x0} с временами τ_{20-} , τ_{30-} ; τ_{i0+} – блокировка i -ой ТЯ при наличии детали, но отсутствии возможности её передачи, например, для первой и второй ячеек это блокировки в состояниях S_{1010} , S_{0101y} с временами τ_{10+} , τ_{20+} .

Для упрощения изложения далее будем говорить о первой и второй заявках, в соответствии с исходным описанием графа, так как для i -ой и $i+1$ -й заявок все аналогично. Блокировки рассмотрим для АСЛ, содержащей три ТЯ, так как для n ТЯ они определяются аналогично.

1. Блокировка первой ячейки. Математическое ожидание $m[\tau_{10+}]$ времени блокировки 1-ой ячейки 1-ой заявкой (т.е. ситуация соответствующая состоянию S_{1010} , когда вторая деталь закончила обслуживание на первой ТЯ и не может быть передана на вторую ТЯ, так как на ней еще обслуживается первая заявка) будет равно

$$m[\tau_{1\delta+}] = m[\alpha_1 \vee \alpha_2] - m[\alpha_1] = \int_0^{\infty} [1 - F_1(t)F_2(t)]dt - \int_0^{\infty} [1 - F_1(t)]dt,$$

где $m[\alpha_1 \vee \alpha_2] = \int_0^{\infty} [1 - F_1(t)F_2(t)]dt$ – математическое ожидание максимума СВ α_1 и α_2 ;

$m[\alpha_1] = \int_0^{\infty} [1 - F_1(t)]dt$ – математическое ожидание СВ α_1 .

2. Блокировка второй ячейки. Она заблокирована в состояниях: $S_{01_01_y}$ и S_{1_201} .

2.1. В состоянии $S_{01_01_y}$ обслуженная на второй ячейке вторая заявка не может быть передана на третью ячейку, так как на ней еще обслуживается первая заявка. Математическое ожидание $m[\tau_{2\delta+}]$ времени $\tau_{2\delta+}$ блокировки равно

$$m[\tau_{2\delta+}] = m[\alpha_{22}] - m[\alpha_2] = \int_0^{\infty} [1 - \psi_{22}(t)]dt - \int_0^{\infty} [1 - F_2(t)]dt,$$

где $m[\alpha_{22}] = \int_0^{\infty} [1 - \psi_{22}(t)]dt$ – математическое ожидание СВ α_{22} ; $m[\alpha_2] = \int_0^{\infty} [1 - F_2(t)]dt$ – математическое ожидание СВ α_2 .

2.2. В состоянии S_{1_201} вторая ячейка стоит пустая, т.е. заблокирована второй заявкой, продолжающей обслуживаться на первой ячейке, в то время как первая заявка уже начала обслуживаться на третьей ячейке. Математическое ожидание $m[\tau_{2\delta-}]$ времени $\tau_{2\delta-}$ блокировки равно

$$m[\tau_{2\delta-}] = m[\tau_y] - m[\alpha_{22}].$$

3. Блокировка третьей ячейки. В состоянии S_{01_x0} третья ячейка стоит пустая, т.е. заблокирована второй заявкой, продолжающей обслуживаться на второй ячейке, в то время как первая заявка уже закончила обслуживаться на третьей ячейке. Математическое ожидание $m[\tau_{3\delta-}]$ времени блокировки 3-ей ячейки за счёт отсутствия на ней второй заявки равно

$$m[\tau_{3\delta-}] = m[\tau_y] - m[\alpha_3].$$

Таким образом, все математические ожидания времен блокировок определены, что вполне достаточно для последующего анализа. Однако, в некоторых случаях, требуется более детальный анализ блокировок. Для этого необходимо знать вид ФР $F_{01_x0}(t)$ и $F_{01_01_y}(t)$, которые в [1] не определялись и их необходимо вывести.

Рассмотрим ФР $F_{01_x0}(t)$. Для ее вывода используется приведенная в [3] формула для ФР $F_{\theta}(t)$ усредненной по множеству M_+

$$F_{\theta}(t) = \frac{\int_{M_+} G_x(t)dx \int_{M_-} P(y, dx)p(dy)}{\int_{M_+} dx \int_{M_-} P(y, dx)p(dy)}; \quad x \in M_+; \quad y \in M_-, \quad (1)$$

где x – непрерывная компонента, принадлежащая множеству M_+ ; y – непрерывная компонента, принадлежащая множеству M_- ; $G_x(t)$ – ФР времени пребывания в подмножестве M_+ при исходном состоянии S_{01_x0} ; $P(y, dx)$ – вероятность перехода в состояние S_{01_x0} из подмножества M_- ; $p(dy)$ – стационарное распределение вложенной цепи Маркова (ВЦМ), соответствующее относительной частоте попадания в состояние S_{01_x0} из подмножества M_- (состояниями подмножества M_- из которых возможен непосредственный переход в состояние S_{01_x0} являются S_{011} и S_{011y}).

Подставляя в (1) выражения для $G_x(t)$, $P(y, dx)$, $p(dy)$, соответствующие графу (рисунок 2) и выведенные в [1], получаем:

$$F_{01x0}(t) = \frac{\int_0^{\infty} \varphi_{01x0}(x, t) P_{011}^{01x0} \rho_{011} dx + \int_0^{\infty} \varphi_{01x0}(x, t) P_{011\gamma}^{01x0} \rho_{011\gamma} dx}{\int_0^{\infty} P_{011}^{01x0} \rho_{011} dx + \int_0^{\infty} P_{011\gamma}^{01x0} \rho_{011\gamma} dx}. \quad (2)$$

Здесь P_{011}^{01x0} , $P_{011\gamma}^{01x0}$ – вероятности переходов в состояние S_{01x0} из состояний S_{011} и $S_{011\gamma}$; ρ_{011} , $\rho_{011\gamma}$ – стационарные распределения ВЦМ, соответствующие состояниям S_{011} , $S_{011\gamma}$; $\varphi_{01x0}(x, t)$ – ФР пребывания системы в S_{01x0} , причем $\varphi_{01x0}(x, t) = F_{01x0}(x, t)$.

Введем обозначения:

$$A_1 = \int_0^{\infty} \varphi_{01x0}(x, t) P_{011}^{01x0} \rho_{011} dx; \quad A_2 = \int_0^{\infty} \varphi_{01x0}(x, t) P_{011\gamma}^{01x0} \rho_{011\gamma} dx; \quad B = \int_0^{\infty} P_{011}^{01x0} \rho_{011} dx + \int_0^{\infty} P_{011\gamma}^{01x0} \rho_{011\gamma} dx.$$

В [1] получены выражения для P_{011}^{01x0} , $P_{011\gamma}^{01x0}$, ρ_{011} , $\rho_{011\gamma}$, $\varphi_{01x0}(x, t)$, которые имеют вид:

$$P_{011}^{01x0} = \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) f_{13}(u) du; \quad (3)$$

$$P_{011\gamma}^{01x0} = \int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{\gamma}(u) du; \quad (4)$$

$$\rho_{011} = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}; \quad (5)$$

$$\rho_{011\gamma} = \rho_{1z01} = \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}; \quad (6)$$

$$\bar{\varphi}_{01x0}(x, t) = \bar{1}_x(t) = \begin{cases} 1, & t < x; \\ 0, & t \geq x. \end{cases} \quad (7)$$

Подставляя выражения (3)–(7) в (2) получаем:

$$A_1 = \int_0^{\infty} \varphi_{01x0}(x, t) dx \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) f_{13}(u) du \cdot \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}. \quad (8)$$

Преобразуем (8), подставив в нее (7):

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^t dx \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) f_{13}(u) du \cdot \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} = \int_0^{\infty} f_{13}(u) du \int_0^t f_{22}(u+x) \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} = \\ &= |u+x=z| = \int_0^{\infty} f_{13}(u) du \int_u^{t+u} f_{22}(z) dz \cdot \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} = \int_0^{\infty} f_{13}(u) [F_{22}(z)]_u^{t+u} du \cdot \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} = \\ &= \left(\int_0^{\infty} f_{13}(u) F_{22}(t+u) du - \int_0^{\infty} f_{13}(u) F_{22}(u) du \right) \cdot \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} = \\ &= \left(\int_0^{\infty} f_{13}(u) F_{22}(t+u) du - P\{\alpha_{22} < \alpha_{13}\} \right) \cdot \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}. \end{aligned} \quad (9)$$

По аналогии второй член суммы A_2 в числителе равен:

$$A_2 = \left(\int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) F_{22}(t+u) du - P\{\alpha_{22} < \gamma\} \right) \cdot \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}. \quad (10)$$

Используя выражения (3)–(6) найдём знаменатель формулы (2):

$$B = \int_0^{\infty} \rho_{011} dx \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) f_{13}(u) du + \int_0^{\infty} \rho_{011\gamma} dx \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) f_{\gamma}(u) du =$$

$$\begin{aligned}
 &= \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(u) du \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) dx + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) du \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) dx = \\
 &= |u+x=z| = \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(u) du \int_u^{\infty} f_{22}(z) dz + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) du \int_u^{\infty} f_{22}(z) dz = \\
 &= \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(u) [F_{22}(z)|_u^{\infty}] du + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) [F_{22}(z)|_u^{\infty}] du = \\
 &= \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(u) [1 - F_{22}(u)] du + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) [1 - F_{22}(u)] du = \\
 &= \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(u) \bar{F}_{22}(u) du + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) \bar{F}_{22}(u) du = \rho_{011} P\{\alpha_{22} > \alpha_{13}\} + \rho_{011\gamma} P\{\alpha_{22} > \gamma\} = \\
 &= \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} \cdot P\{\alpha_{22} > \alpha_{13}\} + \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} \cdot P\{\alpha_{22} > \gamma\} = \\
 &= \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} \cdot P\{\alpha_{22} > \alpha_{13}\} + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} \cdot P\{\alpha_{22} > \gamma\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Подставляя выражения (9)–(11) в (2), после преобразований получаем:

$$F_{01x0}(t) = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} \left[\int_0^{\infty} f_{13}(u) F_{22}(t+u) du - P\{\alpha_{22} < \alpha_{13}\} \right] + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} \left[\int_0^{\infty} f_{\gamma}(u) F_{22}(t+u) du - P\{\alpha_{22} > \gamma\} \right]}{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} \cdot P\{\alpha_{22} > \alpha_{13}\} + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} \cdot P\{\alpha_{22} > \gamma\}}.$$

По аналогии получаем выражение для ФР $F_{0101y}(t)$:

$$F_{0101y}(t) = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} \left[\int_0^{\infty} f_{22}(u) F_{13}(t+u) du - P\{\alpha_{13} < \alpha_{22}\} \right] + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} \left[\int_0^{\infty} f_{22}(u) F_{\gamma}(t+u) du - P\{\gamma < \alpha_{22}\} \right]}{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} \cdot P\{\alpha_{13} > \alpha_{22}\} + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} \cdot P\{\gamma > \alpha_{22}\}}.$$

При выводе данного выражения использовались полученные в [1] формулы для P_{011}^{0101y} , $P_{011\gamma}^{0101y}$, $\Phi_{0101y}(x, t) = F_{0101y}(x, t)$, имеющие вид:

$$P_{011}^{0101y} = \int_0^{\infty} f_{13}(u+y) f_{22}(u) du; \quad P_{011\gamma}^{0101y} = \int_0^{\infty} f_{\gamma}(y+u) f_{22}(u) du; \quad \bar{\Phi}_{0101y}(y, t) = \bar{1}_y(t) = \begin{cases} 1, & t < y; \\ 0, & t \geq y. \end{cases}$$

Далее необходимо определить условные вероятности наступления травмоопасных отказов, используя формулу полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A/H_i), \quad (12)$$

где $P(H_i)$ – вероятность гипотезы H_i ; $P(A/H_i)$ – условная вероятность события A при этой гипотезе.

Выдвинем следующие гипотезы: H_1 – ячейка заблокирована и детали нет; H_2 – ячейка заблокирована, деталь есть; H_3 – ячейка обслуживает заявку.

Вероятности данных гипотез находим, исходя из математических ожиданий времён блокировок ячейки и её функционирования:

$$\begin{aligned}
 P(H_1) = P_{i\bar{o}-} &= \frac{m[\tau_{i\bar{o}-}]}{m[\tau_{i\bar{o}-}] + m[\tau_{i\bar{o}+}] + m\alpha_i}; \quad P(H_2) = P_{i\bar{o}+} = \frac{m[\tau_{i\bar{o}+}]}{m[\tau_{i\bar{o}-}] + m[\tau_{i\bar{o}+}] + m\alpha_i}; \\
 P(H_3) = P_{m\alpha_i} &= \frac{m\alpha_i}{m[\tau_{i\bar{o}-}] + m[\tau_{i\bar{o}+}] + m\alpha_i}.
 \end{aligned}$$

Запишем выражения для условных вероятностей наступления j -го отказа i -ой ячейки за времена соответствующие каждой из рассмотренных гипотез. Полагаем, что из статистических данных известны условные стационарные вероятности $P_{i\bar{o}-}^j$, $P_{i\bar{o}+}^j$, $P_{m\alpha_i}^j$ наступления отказа j -го вида на i -ой ячейке при

выполнении одной из вышеуказанных гипотез. Необходимо учитывать, что $\sum_{j=1}^{M_i} P_{\delta i-}^j = 1$, $\sum_{j=1}^{M_i} P_{\delta i+}^j = 1$,

$\sum_{j=1}^{M_i} P_{m\alpha i}^j = 1$, где M_i – число видов отказов на каждой i -ой ячейке. Для удобства будем полагать, что в

каждом из состояний ячеек (заблокирована при отсутствии детали, заблокирована при наличии детали, не заблокирована) возможны все виды отказов, число которых обозначим M . Если у i -ой ячейки в каком-либо из трех указанных состояний какие-то отказы отсутствуют, это учитывается присвоением вероятностям их появления значения «0». Поэтому считаем, что условные вероятности появления j -го травмоопасного отказа на i -ой ячейке для указанных трех состояний имеют вид:

$P_{\delta i-}^j(t_{i\delta-}^j) = P_{i\delta-}^j \cdot F_{\delta i-}^j(t_{i\delta-}^j)$ – при блокировке в момент отсутствия детали;

$P_{\delta i+}^j(t_{i\delta+}^j) = P_{i\delta+}^j \cdot F_{\delta i+}^j(t_{i\delta+}^j)$ – при блокировке в момент наличия детали;

$P_{\alpha i}^j(t_{m\alpha i}^j) = P_{m\alpha i}^j \cdot F_{\alpha i}^j(t_{m\alpha i}^j)$ – при отсутствии блокировки в момент обслуживания детали.

В приведенных выражениях приняты следующие обозначения: $F_{\delta i-}^j(t_{i\delta-}^j)$, $F_{\delta i+}^j(t_{i\delta+}^j)$, $F_{\alpha i}^j(t_{m\alpha i}^j)$ – известные из статистических данных ФР времени наработки на j -ый травмоопасный отказ на i -ой ячейке при блокировке в момент отсутствия детали; при блокировке в момент наличия детали; при отсутствии блокировки в момент обслуживания детали; $t_{i\delta-}^j$, $t_{i\delta+}^j$, $t_{m\alpha i}^j$ – расчетные времена, соответствующие указанным блокировкам и обслуживанию.

Теперь можно с использованием (12) записать вероятность наступления j -го травмоопасного отказа в моменты блокировок или функционирования i -ой ячейки:

$$P_{\alpha i}^j(t_N) = P_{m\alpha i}^j \cdot P_{\alpha i}^j(t_{m\alpha i}^j) + P_{\delta i-}^j \cdot P_{\delta i-}^j(t_{i\delta-}^j) + P_{\delta i+}^j \cdot P_{\delta i+}^j(t_{i\delta+}^j),$$

где t_N – время обслуживания партии, состоящей из N изделий с учетом блокировок, рассчитываемое по модели, приведенной в [1]. Все расчеты будем производить относительно этого времени.

Отметим, что времена $t_{i\delta-}^j$, $t_{i\delta+}^j$, $t_{m\alpha i}^j$ рассчитываются для каждой i -ой ТЯ с учетом объема N партии изделий.

После того, как с помощью модели приведенной в [2] определяются вероятности $\pi_i (i = \overline{1, n})$ пребывания оператора на каждой из i -х ячеек, можно записать вероятности получения травмы j -го вида на i -ой ячейке за время t :

$$P_{Ti}^j(t_N) = \pi_i P_{\alpha i}^j(t_N).$$

Тогда вероятность травмирования оператора j -м фактором на всех n ячейках за время t_N определяем по формуле полной вероятности:

$$P_{T\Sigma}^j(t_N) = \sum_{i=1}^n P_{Ti}^j(t_N) = \sum_{i=1}^n \pi_i P_{\alpha i}^j(t_N).$$

Для того чтобы посчитать все конкретные вероятности травмирования за интересующий период, необходимо подставить требуемые значения расчетных времен $t_{i\delta-}^j$, $t_{i\delta+}^j$, $t_{m\alpha i}^j$, t_N в полученные выражения.

Суммарная вероятность наступления травмоопасного отказа на i -ой ячейке за время t_N , включая все M их видов, определяется также по формуле полной вероятности (12):

$$P_{\alpha i}(t_N) = \sum_{j=1}^M P_{\alpha i}^j(t_N) = \sum_{j=1}^M [P_{m\alpha i}^j \cdot P_{\alpha i}^j(t_N) + P_{\delta i-}^j \cdot P_{\delta i-}^j(t_N) + P_{\delta i+}^j \cdot P_{\delta i+}^j(t_N)].$$

Следовательно, можно определить вероятности получения оператором травмы любым из j -ых отказов на i -ой ячейке за время t_N : $P_{T\Sigma i}(t_N) = \pi_i P_{\alpha i}(t_N)$.

Тогда вероятность получения оператором травмы при любом из отказов на всех ТЯ СЛ за время t_N равна: $P_{T\Sigma}(t_N) = \sum_{i=1}^n \pi_i P_{\alpha i}(t_N)$.

Моделирование проводилось для партии из $N = 52356$ изделий при следующих исходных данных:

– группа возможных травмоопасных отказов включала четыре их вида, приводящих к поражению электрическим током, неисправностями в пневмо-гидрооборудовании, в механической части, а также травмоопасные отказы по вине неправильного функционирования человека; $m_{\alpha i} = 0,01$; $(i = \overline{1,4})$;

– дисперсии СВ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ выбирались из соотношения $D(\alpha_i) = \frac{[m(\alpha_i)]^2}{1,5}$, $(i = \overline{1,4})$;

$$\begin{aligned} P_{i\bar{\sigma}-}^1 &= 0,32; (i = \overline{1,4}); & P_{i\bar{\sigma}+}^1 &= 0,32; (i = \overline{1,4}); & P_{m\alpha i}^1 &= 0,32; (i = \overline{1,4}); & P_{i\bar{\sigma}-}^2 &= 0,26; (i = \overline{1,4}); \\ P_{i\bar{\sigma}+}^2 &= 0,26; (i = \overline{1,4}); & P_{m\alpha i}^2 &= 0,26; (i = \overline{1,4}); & P_{i\bar{\sigma}-}^3 &= 0,22; (i = \overline{1,4}); & P_{i\bar{\sigma}+}^3 &= 0,22; (i = \overline{1,4}); \\ P_{m\alpha i}^3 &= 0,22; (i = \overline{1,4}); & P_{i\bar{\sigma}-}^4 &= 0,2; (i = \overline{1,4}); & P_{i\bar{\sigma}+}^4 &= 0,2; (i = \overline{1,4}); & P_{m\alpha i}^4 &= 0,2; (i = \overline{1,4}); \end{aligned}$$

$$F_{om\bar{\sigma}i-}^1(t_{\bar{\sigma}i-}^1) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i-}^1 t_{\bar{\sigma}i-}^1); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i-}^1 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i+}^1(t_{\bar{\sigma}i+}^1) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i+}^1 t_{\bar{\sigma}i+}^1); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i+}^1 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om i}^1(t_{m\alpha i}^1) = 1 - \exp(-\lambda_{om i}^1 t_{m\alpha i}^1); \quad \lambda_{om i}^1 = 1,67 \cdot 10^{-4}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i-}^2(t_{\bar{\sigma}i-}^2) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i-}^2 t_{\bar{\sigma}i-}^2); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i-}^2 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i+}^2(t_{\bar{\sigma}i+}^2) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i+}^2 t_{\bar{\sigma}i+}^2); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i+}^2 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om i}^2(t_{m\alpha i}^2) = 1 - \exp(-\lambda_{om i}^2 t_{m\alpha i}^2); \quad \lambda_{om i}^2 = 1,67 \cdot 10^{-4}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i-}^3(t_{\bar{\sigma}i-}^3) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i-}^3 t_{\bar{\sigma}i-}^3); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i-}^3 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i+}^3(t_{\bar{\sigma}i+}^3) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i+}^3 t_{\bar{\sigma}i+}^3); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i+}^3 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om i}^3(t_{m\alpha i}^3) = 1 - \exp(-\lambda_{om i}^3 t_{m\alpha i}^3); \quad \lambda_{om i}^3 = 1,67 \cdot 10^{-4}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i-}^4(t_{\bar{\sigma}i-}^4) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i-}^4 t_{\bar{\sigma}i-}^4); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i-}^4 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om\bar{\sigma}i+}^4(t_{\bar{\sigma}i+}^4) = 1 - \exp(-\lambda_{\bar{\sigma}i+}^4 t_{\bar{\sigma}i+}^4); \quad \lambda_{\bar{\sigma}i+}^4 = 8,3 \cdot 10^{-5}; (i = \overline{1,4});$$

$$F_{om i}^4(t_{m\alpha i}^4) = 1 - \exp(-\lambda_{om i}^4 t_{m\alpha i}^4); \quad \lambda_{om i}^4 = 1,67 \cdot 10^{-4}; (i = \overline{1,4}).$$

Результаты моделирования. Время изготовления партии из N изделий $t_N = 1000$ ч; стационарные вероятности π_i , $(i = \overline{1,4})$ пребывания оператора на i -ой ячейке: $\pi_1 = 0,00045$; $\pi_2 = 0,00037$; $\pi_3 = 0,00037$; $\pi_4 = 0,00074$; времена блокировок: $t_{\bar{\sigma}i-}^1 = 0$; $t_{\bar{\sigma}i+}^1 = 8,947 \cdot 10^{-3}$; $t_{\bar{\sigma}i-}^2 = 2,55 \cdot 10^{-3}$; $t_{\bar{\sigma}i+}^2 = 6,397 \cdot 10^{-3}$; $t_{\bar{\sigma}i-}^3 = 5,063 \cdot 10^{-3}$; $t_{\bar{\sigma}i+}^3 = 3,884 \cdot 10^{-3}$; $t_{\bar{\sigma}i-}^4 = 8,947 \cdot 10^{-3}$; $t_{\bar{\sigma}i+}^4 = 0$;

– вероятности получения оператором травмы j -го вида, учитывая его пребывание на всех ячейках за расчетное время:

$$P_{T\Sigma}^1(t) = 3,68 \cdot 10^{-5}; \quad P_{T\Sigma}^2(t) = 2,99 \cdot 10^{-5}; \quad P_{T\Sigma}^3(t) = 2,53 \cdot 10^{-5}; \quad P_{T\Sigma}^4(t) = 2,3 \cdot 10^{-5};$$

– суммарные вероятности травмоопасных отказов в моменты блокировок или функционирования i -ых ячеек по всем видам отказов за расчетное время:

$$P_{om\Sigma 1} = 6,27 \cdot 10^{-2}; \quad P_{om\Sigma 2} = 5,53 \cdot 10^{-2}; \quad P_{om\Sigma 3} = 5,38 \cdot 10^{-2}; \quad P_{om\Sigma 4} = 6,27 \cdot 10^{-2};$$

– вероятности получения травмы при любом виде отказа на i -ой ячейке:

$$P_{T\Sigma 1} = 2,79 \cdot 10^{-5}; \quad P_{T\Sigma 2} = 2,06 \cdot 10^{-5}; \quad P_{T\Sigma 3} = 2,0 \cdot 10^{-5}; \quad P_{T\Sigma 4} = 4,65 \cdot 10^{-5};$$

– вероятность получения травмы при любом виде отказа на всех ячейках: $P_{T\Sigma} = 1,15 \cdot 10^{-4}$.

Вывод. В результате проведенных исследований разработана математическая модель, позволяющая определять вероятности травмирования оператора, обслуживающего синхронную автоматизированную линию за заданное время t_N изготовления партии, состоящей из N изделий.

Дальнейшие исследования будут направлены на минимизацию вероятностей возникновения травмоопасных отказов снижение риска производственного травматизма при обслуживании автоматизированной синхронной линии.

Библиографический список

1. Время обслуживания партии продукции синхронной переналаживаемой автоматизированной линией / Д.В. Заморёнова, В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, М.В. Заморёнов // Труды Одесского политехнического университета: Научный и производственно-практический сборник по техническим и естественным наукам. — Одесса, 2005. — Спецвыпуск. — С. 123–131.
2. Заморёнова Д.В. Модель поведения оператора при обслуживании автоматизированной синхронной линии / Д.В. Заморёнова // Сер. Адаптивные системы автоматического управления: сб. науч. тр. — Днепропетровск, 2008. — Вып. № 12 (32). — С. 160–165.
3. Райншке К. Оценка надёжности систем с использованием графов / К. Райншке, И.А. Ушаков. — М.: Радио и связь, 1988. — 208 с.

Поступила в редакцию 20.10.2008 г.