

УДК 519.2:621.39

С.В. Доценко, профессор, д-р физ-мат. наук**А.Ю. Дрозин, аспирант***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ**

Разрабатывается математическая модель видеопоследовательностей, на базе матричного описания пространственно-временных структур автокорреляционных функций анизотропных случайных полей, в общем случае не удовлетворяющих условию «замороженности».

Ключевые слова: видеопоследовательность, автокорреляционная функция, случайное скалярное поле, эллипсоид равной корреляции, анизотропия, временная эволюция поля.

На современном этапе развития информационных технологий наблюдается интенсивный рост объемов цифровой информации, большую долю среди них занимают видеоизображения. Тенденция перевода видеопоследовательностей в цифровую форму обусловлена множеством преимуществ цифрового видеоизображения по сравнению с аналоговым. Преимущества технологии цифрового видео заключаются в расширении возможностей в обработке, анализа, специальных эффектов, информационного наполнения и способов распространения.

Видеоизображения имеют сложную и разнообразную пространственно-временную структуру. Применение универсальной видеоаппаратуры с усредненными характеристиками для разных объектов является некорректным. Так как видеотехника в общем случае предназначена для съемки различных случайных сцен, то для правильной организации обработки данных следует применять не детерминистические, а статистические методы обработки.

В настоящее время наиболее распространенные системы, выполняющие преобразование аналогового видеосигнала в цифровую форму при проведении основных этапов аналого-цифрового преобразования (дискретизация по времени и квантование по уровню) не учитывают никаких особенностей конкретных видеоизображений и строятся по универсальному принципу. А выбор параметров аналого-цифрового преобразования производится эмпирически или, исходя из требуемого качества оцифрованного изображения, которые чаще всего имеют весьма примитивные и ничего не говорящие градации: высокое, среднее и низкое качество.

Целью данной статьи является разработка математической модели видеопоследовательностей, что является основой исследований, и выработки стратегии оптимального аналого-цифрового преобразования, а также для введения четких математических параметров оценки качества преобразования видео.

Как известно, любое видеоизображение состоит из последовательности меняющихся кадров, а каждый кадр состоит из множества точек, так называемых пикселей изображения. Основными параметрами видео последовательности являются количество кадров в единицу времени (секунду), а также горизонтальное и вертикальное разрешение, которые также измеряются в пикселях. Принято считать, что этот параметр от кадра к кадру не меняется. При этом каждый пиксель характеризуется значениями интенсивностей трех составляющих цвета (красной, зеленой и синей). Данные интенсивности любого из этих цветов случайным образом меняют свое числовое значение, образуя, таким образом, случайное скалярное поле, меняющееся во времени. В общем случае формируется три случайных скалярных поля.

Аппаратом исследования случайных полей, как известно, является корреляционный и спектральный анализ. Для упрощения задачи описания и исследования полей обычно предполагается, что они подчиняются условиям эргодичности, однородности, изотропности (или локальной изотропности) и “замороженности”. Естественно, что наложение такого количества ограничений сильно сужает класс рассматриваемых полей и не дает возможности описать и исследовать их такие существенные характеристики, как анизотропия и временная эволюция. Действительно, заложенная в вышеуказанной модели поля изотропность исключает из рассмотрения зависимость корреляционной функции поля от направления радиус-вектора, соединяющего две точки наблюдения, а “замороженность” – временную эволюцию поля за период его измерения. Такие ограничения неприменимы к видеоизображениям в общем виде. Поэтому построение математического описания случайных полей с учетом их анизотропии и временной эволюции, несомненно, должно позволить более глубоко проникнуть в структуру реальных физических полей, которые имеют место при анализе видеоизображений, и развить качественно новые методы их исследований.

Подобная задача в некоторой степени решена применительно к исследованию больших неоднородностей ионосферы [1, 2, 3], и известен случай применения предложенного в этих работах аппарата к морским исследованиям [4], показавший целесообразность такого подхода к изучению гидрофизических полей. В данной работе разрабатывается математический аппарат, позволяющий описывать и классифицировать модели полей, порожденных видеоизображениями, и методы их исследования. Это оказалось возможным осуществить на основе теории матриц.

Рассмотрим центрированное случайное однородное скалярное поле $X(\xi_1, \xi_2, t)$, где ξ_1, ξ_2 – декартовы координаты точки наблюдения этого поля, а t – момент наблюдения. Нормируем поле X следующим образом $Y(\xi_1, \xi_2, t) = \frac{1}{\sigma} X(\xi_1, \xi_2, t)$, где средний квадрат поля $\sigma^2 = M[X^2(\xi_1, \xi_2, t)]$, при этом среднеквадратичная величина Y равна единице. Тогда корреляция поля Y в точке (ξ_1, ξ_2) в момент t и в точке $\xi_1 + x_1, \xi_2 + x_2$ в момент $t + \tau$

$$B(x_1, x_2, \tau) = M[Y(\xi_1, \xi_2, t)Y(\xi_1 + x_1, \xi_2 + x_2, t + \tau)],$$

есть нормированная корреляция поля X в тех же точках в те же моменты времени, причем $B(0, 0, 0) = 1$. Эта корреляционная функция и величина σ являются основой статистического описания поля. Величины x_1, x_2 представляют собой пространственные сдвиги (примем x_1 – сдвиг по горизонтали, а x_2 – сдвиг по вертикали внутри одного кадра), а величина τ – временной сдвиг от кадра к кадру. Функция $B(x_1, x_2, \tau)$ носит название нормированной обобщенной корреляционной функции поля X .

В работах [1] и [2] на основании общих свойств функции $B(x_1, x_2, \tau)$ показано, что она описывает центральную поверхность, имеющую центр в точке $x_1 = x_2 = 0, \tau = 0$. В окрестности этой точки корреляционная функция может быть представлена в виде

$$B(x_1, x_2, \tau) = B(\rho), \quad (1)$$

где квадрат аргумента ρ^2 есть однородный полином четной степени относительно x_1, x_2 и τ .

Для получения основных характеристик геометрии и временных изменений поля достаточно аппроксимации ее аргумента однородной квадратичной формой относительно x_1, x_2 и τ , т.е.

$$\rho^2 = \sum_{i,j=1}^3 a_{ij} x_i x_j, \quad (2)$$

где $a_{ij} = a_{ji}$, а временной сдвиг τ нормирован так, что имеет размерность пространственного сдвига

$$x_3 = \frac{\rho_c}{\tau_c} \tau. \quad (3)$$

Смысл входящих в последнюю формулу величин ρ_c и τ_c будет определен ниже. Учет более высоких степеней x_i в выражении (2) позволяет учесть более тонкие свойства функции $B(\rho)$, которые в данной работе не исследуются.

Рассмотрим трехмерный радиус-вектор пространственно-временных сдвигов

$$\vec{S} = x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2 + x_3 \vec{e}_3,$$

где $\vec{e}_i$ – единичные орты. В матричном виде он представляет собой матрицу-столбец

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},$$

транспортирование которой (обозначаемое индексом Т) дает матрицу-строку:

$$\vec{S}^T = \|x_1 \quad x_2 \quad x_3\|.$$

При этом выражение (2) можно записать в виде,

$$\rho^2 = \vec{S}^T A \vec{S}, \quad (4)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$

есть симметричная матрица квадратичной формы.

Свойства обобщенной корреляционной функции (1), характеризующие анизотропию поля и его временную эволюцию, могут быть получены из анализа поверхностей равной корреляции $B(\rho) = \text{const}$, координаты которой согласно соотношению (4) удовлетворяют уравнению

$$\rho^2 = \bar{S}^T A \bar{S} = \text{const}. \quad (5)$$

Обобщая результаты работы [1], нетрудно показать, что все эти поверхности – трехмерные эллипсоиды. Следовательно, уравнение (5) дает семейство эллипсоидов равной корреляции в координатах пространственно-временных сдвигов. Согласно этому уравнению все такие эллипсоиды подобны независимо от их масштабов. Учет более высоких степеней координат в выражении (2), очевидно, позволил бы отказаться от этого требования, однако это значительно усложнило бы математический аппарат анализа поверхностей.

Геометрия и пространственно-временная ориентация эллипсоидов равной корреляции, целиком определяются строением матрицы A . Покажем, как эта матрица зависит от параметров анизотропии поля и его временной эволюции.

Если система координат, в которой рассматривается эллипсоид, совпадает с его главными осями, то она является главной по отношению к этому эллипсоиду. В ней $a_{kl} = 0$, при $k \neq l$, т.е.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

и уравнение (5) для точек поверхности эллипсоида заданного размера принимает вид

$$\rho^2 = a_{11}^0 x_1^2 + a_{22}^0 x_2^2. \quad (7.a)$$

Тогда с учетом (3) получим:

$$\rho^2 = a_{11}^0 x_1^2 + a_{22}^0 + \left(\frac{\rho_c}{\tau_c} \tau \right)^2. \quad (7.b)$$

Сечение этой поверхности плоскостью $x_3 = 0$ (что имеет место при $\tau = 0$, то есть при отсутствии зависимости от временного сдвига, когда идет речь об одном взятом кадре) дает двумерный эллипс пространственной анизотропии поля

$$\rho^2 = a_{11}^0 x_1^2 + a_{22}^0 x_2^2, \quad (8)$$

главные оси которого имеют размеры:

$$x_{10} = \frac{\rho}{\sqrt{a_{11}^0}}; \quad x_{20} = \frac{\rho}{\sqrt{a_{22}^0}}.$$

При некотором $\rho = \rho_c$ корреляция поля равна половине, т.е.

$$B(\rho_c) = 0,5. \quad (9)$$

Элементы матрицы эллипса, соответствующего такой корреляции согласно формуле (8), равны

$$a_{11}^0 = \left(\frac{\rho_c}{\rho_{c1}} \right)^2, \quad a_{22}^0 = \left(\frac{\rho_c}{\rho_{c2}} \right)^2, \quad (10)$$

где ρ_{c1} и ρ_{c2} – размеры эллипсоида половинной корреляции по главным осям (т.е. интервалы пространственной корреляции вдоль этих осей).

Считая, что $a_{11}^0 \neq 0$, выразим a_{22}^0 через a_{11}^0 в виде $a_{22}^0 = \frac{a_{11}^0}{\varepsilon_2^2}$.

Параметром пространственной анизотропии поля по оси OX_2 является следующая безразмерная величина $\varepsilon_2 = \frac{x_{20}}{x_{10}} = \frac{\rho_{c2}}{\rho_{c1}}$.

Подстановка значений (10) в формулу (8) дает $\rho^2 = a_{11}^0 \left(x_1^2 + \frac{x_2^2}{\varepsilon_2^2} \right)$, тогда матрица (6) принимает вид

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_{11}^0}{\varepsilon_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

В случае измерения временных изменений поля в одной точке, что соответствует анализу изменения одного пикселя видеоизображения от кадра к кадру (т.е. при $x_1 = x_2 = 0$) соотношению (9) удовлетворяет, согласно уравнению (7.а), координата $x_3 = x_{3c} = \rho_c$, а согласно (7.б) очевидно, что временной сдвиг, соответствующий такому измерению, должен быть равен τ_c . Величина τ_c , удовлетворяющая при одноточечных измерениях в неподвижной относительно поля точке соотношению $B(\tau_c) = 0,5$, называется «временем жизни» поля и характеризует временную эволюцию поля в точке. Очевидно, что τ_c , представляет собой временной интервал корреляции неподвижного поля. Однако возникает вопрос насколько полно можно судить о характеристиках всего поля по анализу изменений лишь одной его точки, применительно к полям, описывающим видеоизображения.

Решение любой задачи исследования физического поля требует измерения его корреляционной функции в пределах временных сдвигов, не превосходящих некоторого значения $\tau_{\max}$. Поэтому из равенства (3) следует, что $\tau_3 \leq \tau_{3\max} \leq \rho_c \frac{\tau_{\max}}{\tau}$. Если в пределах измеряемых масштабов пространственных и временных сдвигов $x_{3\max}^2 \ll \rho^2$, то членом x_3^2 в соотношении (7) можно пренебречь. Это будет иметь место при

$$\left(\frac{\tau_{\max}}{\tau_c} \right)^2 \ll \left(\frac{\rho}{\rho_c} \right)^2.$$

Исключение из уравнения (7.а) координаты x_3 означает пренебрежение временной эволюцией поля, что составляет содержание известной гипотезы «замороженности». Следовательно, для «замороженных» полей

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Степень «замороженности» поля характеризуется коэффициентом

$$k = \left(\frac{\tau \rho_c}{\tau_c \rho} \right)^2. \quad (12)$$

Если $k \ll 1$, то в пределах масштабов пространственного ρ и временного τ , удовлетворяющих этому неравенству, поле может считаться «замороженным». В противном случае гипотеза «замороженности» к полю неприменима. Как видно из соотношения (12), поле удовлетворяет гипотезе «замороженности» тем лучше, чем больше исследуемый пространственный масштаб ρ в сравнении с пространственным интервалом корреляции ρ_c и чем меньше исследуемый временной масштаб τ в сравнении со «временем жизни» поля τ_c .

Таким образом, в данной работе предложена математическая модель, которая будет положена в основу теоретического описания объекта, регистрируемого с помощью видеотехники.

Дальнейшей перспективой развития данных исследований является разработка методики спектрального анализа случайных скалярных полей применительно к видеопоследовательностям, а также верификация разработанной математической модели.

Библиографический список

1. Гусев В.Д. Корреляционный метод исследования больших неоднородностей ионосферы / В.Д. Гусев // Вестник Московского университета. Сер. Мат., мех., астроном., физ., хим.: сб. науч. тр. — М., 1959. — Вып. 6. — С. 87–98.
2. Гусев В.Д. Корреляционный анализ в применении к средам с объемными характеристиками / В.Д. Гусев, С.Ф. Миркотан // Исследование неоднородностей в ионосфере. Сер. Результаты МГГ: сб. науч. тр. — М.: Изд-во АН СССР, 1960. — Вып. 4. — С. 7.
3. Кияновский М.П. Критерии применимости корреляционного анализа / М.П. Кияновский // Исследование неоднородностей в ионосфере. Сер. Результаты МГГ: сб. науч. тр. — М., 1960. — Вып. 4. — С. 28.
4. Предварительные результаты статистических исследований температурных неоднородностей в море / С.В. Доброклонский [и др.] // Автоматизация научных исследований морей и океанов: сб. науч. тр. — Севастополь, 1968. — С. 207–211.

Поступила в редакцию 30.06.2009 г.