

УДК 004.032.26

В.А. Строганов

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, д.33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: vstroganov@mail.ru

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ЧАСТОТ ВЕЙВЛЕТОВ
ПРИ ИНИЦИАЛИЗАЦИИ ВЕЙВЛЕТ-НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

Предложен метод инициализации параметров вейвлет-нейронных сетей, использующий значения центральных частот базисных вейвлет-функций. Эффективность метода исследована на примере аппроксимации моделируемого сигнала утечки подземного трубопровода.

Ключевые слова: вейвлет-анализ, инициализация, вейвлет-нейронная сеть, утечки трубопроводов.

Вейвлет-нейронная сеть (ВНС) является дальнейшим развитием вейвлет-анализа и объединяет в себе свойства вейвлет-преобразования и искусственных нейронных сетей (ИНС). ВНС представляет собой трехслойный перцептрон. В качестве функций активации нейронов скрытого слоя используются вейвлет-функции. Выходной сигнал ВНС определяется следующим выражением

$$\tilde{y}(x) = \sum_{i=1}^K w_i \psi(a_i(x - b_i)), \quad (1)$$

где $\psi(a_i(x - b_i))$ – вейвлет-функция, a_i – параметры масштабирования, b_i – параметры сдвига, w_i – весовые коэффициенты, K – число узлов ВНС. Схема ВНС показана на рисунке 1.

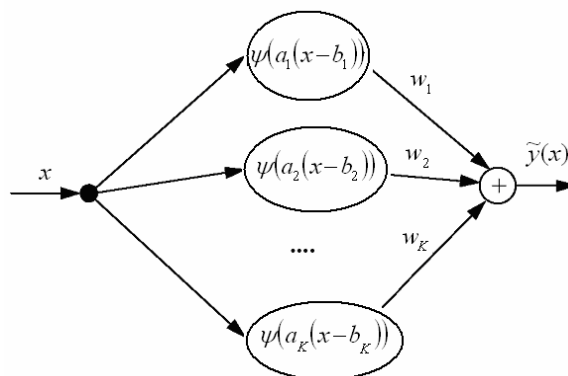


Рисунок 1 – Вейвлет-нейронная сеть

Нейронная сеть (рисунок 1) с выходным сигналом вида (1) может быть использована в качестве универсального аппроксиматора функций произвольного вида. Для этого используются различные методы обучения ВНС, т.е. такой пошаговой коррекции коэффициентов a_i , b_i и w_i , в результате которой минимизируется разность между аппроксимируемым сигналом $y(x)$ и выходным значением ВНС $\tilde{y}(x)$. Основное достоинство ВНС заключается в том, что она сочетает в себе гибкость и широкие возможности использования ИНС и четкий математический аппарат вейвлет-преобразований. ВНС находят широкое применение в различных задачах адаптивной обработки сигналов и искусственного интеллекта. Разработка методов построения и обучения ВНС представляет как научный, так и практический интерес.

При работе с ВНС возникают следующие задачи: 1) определение структуры сети и количества вейвлет-узлов; 2) инициализация параметров сети; 3) обучение сети.

Данная статья посвящена разработке и анализу метода инициализации параметров ВНС. Инициализация параметров ВНС предшествует обучению сети и является важной задачей. Ошибочная инициализация может привести к существенному снижению скорости обучения сети.

Параметры классических ИНС, как правило, инициализируются малыми случайными значениями. Однако для ВНС такой подход оказывается неприемлемым. Можно выделить следующие основные проблемы, вызванные особенностями ВНС:

- вейвлеты являются локальными или быстро убывающими функциями, поэтому может возникнуть ситуация, когда при неправильном выборе параметра сдвига вейвлет может выйти за пределы интересующей нас области;
- вейвлет будет слишком «локальным», если параметр масштабирования слишком велик;
- в область локализации вейвлета может не попасть ни одна точка обучающего множества.

Предлагаемый метод инициализации параметров ВНС разработан на базе метода выбора вейвлет-узлов на основе остаточного сигнала [1], который включает два этапа. Пусть задан вид базисной вейвлет-функции $\psi(t)$. На первом этапе формируется библиотека вейвлетов W , состоящая из функций, полученных масштабированием и сдвигом вейвлета $\psi(t)$,

$$W = \left\{ \psi_i : \psi_i(x) = \beta_i \psi(a_i(x - b_i)), \beta_i = \left(\sum_{k=1}^N [\psi(a_i(x_k - b_i))]^2 \right)^{-\frac{1}{2}}, i = 1, \dots, L \right\},$$

где $x_1, \dots, x_N$ – отсчёты входного сигнала из обучающего множества $T^N = \{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$, L – количество вейвлетов в W , β_i – весовые коэффициенты.

На втором этапе решается задача выбора $M \leq L$ вейвлетов, лучших с точки зрения аппроксимации обучающих данных T^N . Основная идея данного метода заключается в том, чтобы на первом шаге выбрать из W вейвлет, наиболее близкий к обучающему сигналу T^N , т.е. подходящий для аппроксимации обучающего сигнала T^N , а затем на каждом последующем шаге итеративно выбирать вейвлет, наиболее подходящий для аппроксимации остаточного сигнала.

Определим начальное значение остаточного сигнала $\gamma_0(k) = y_k$, $k = 1, \dots, N$. На шаге i ($i = 1, \dots, M$) необходимо выбрать из W вейвлет ψ_j , при котором минимизируется выражение

$$J(\psi_j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\gamma_{i-1}(k) - u_j \psi_j(x_k))^2,$$

где $u_j = \left(\sum_{k=1}^N (\psi_j(x_k))^2 \right)^{-1} \sum_{k=1}^N \psi_j(x_k) \gamma_{i-1}(k)$, $\gamma_{i-1}(k)$ ($k = 1, \dots, N$) – остаточный сигнал на шаге $i-1$.

Недостатком описанного метода является слабая проработанность правил формирования библиотеки вейвлетов. Нами был разработан метод формирования библиотеки вейвлетов, учитывающий спектральные свойства аппроксимируемого сигнала. Метод основан на выявлении связи между величиной параметра масштабирования a и центральной частотой вейвлета $\psi_{a,b}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$. Под центральной частотой f_c вейвлета $\psi_{a,b}(t)$ будем понимать частоту, соответствующую максимуму спектральной плотности $S(f)$ вейвлет-функции с заданными значениями параметров масштабирования и сдвига.

На рисунке 2 в качестве примера показана центральная частота вейвлета Морле, $a = 0,0008$.

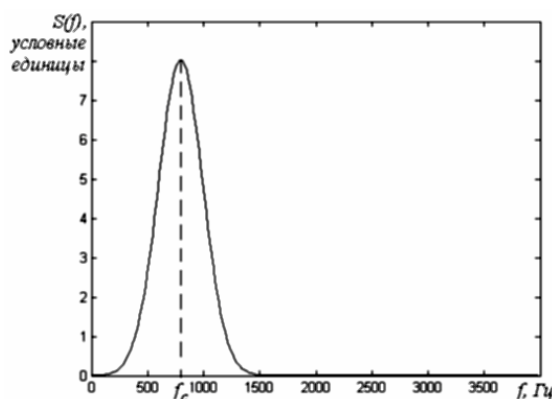


Рисунок 2 – Центральная частота вейвлета Морле, $a = 0,0008$

Необходимо разработать метод определения значений параметров масштабирования a и параметров сдвига b , для вейвлетов, входящих в состав библиотеки, из которой производится выбор вейвлетов в ходе инициализации параметров ВНС. Для этого воспользуемся информацией о частотных свойствах аппроксимируемого сигнала.

Пусть известны верхняя f_B и нижняя f_H границы частотного диапазона, который представляет интерес в ходе анализа сигнала. Эти границы могут задаваться заранее по результатам анализа исследуемого класса сигналов или определяться в реальном времени как нижняя и верхняя границы участка, на котором спектральная плотность сигнала превышает некоторый порог. Известны также временные границы аппроксимируемого сигнала t_1 и t_2 . Для качественной инициализации ВНС библиотека вейвлетов должна содержать вейвлеты, покрывающие частотный и временной диапазон

сигнала. Предлагается следующий подход. Максимальный масштаб a_1 (т.е. соответствующий наиболее «растянутому» вейвлету) для вейвлетов библиотеки выбирается таким, чтобы он соответствовал нижней границе f_H частотного диапазона аппроксимируемого сигнала. В библиотеку включается P_1 вейвлетов с таким значением параметра масштабирования. Последующие значения параметра a_i вычисляются как $a_i = a_1/i$ и в библиотеку добавляется P_i вейвлетов с параметром a_i . Как показывают экспериментальные исследования, достаточно 5 множеств вейвлетов для $i=1, \dots, 5$. Вейвлеты с меньшими значениями параметра a оказываются слишком высокочастотными и не играют заметной роли при аппроксимации сигнала. Параметры сдвига b вычисляются таким образом, чтобы вейвлеты каждого из множеств были равномерно распределены на временном интервале сигнала: $b_i = t_1:(t_2 - t_1)/P_i : t_2 - (t_2 - t_1)/P_i$ (покрывали временной интервал сигнала $[t_1, t_2]$ с шагом $(t_2 - t_1)/P_i$).

К недостаткам описанного метода можно отнести то, что значения параметров a_i для $a > 1$ вычисляются без учета спектральных свойств сигнала, что может привести к добавлению в библиотеку высокочастотных вейвлетов, «бесполезных» для аппроксимации данного сигнала. Для решения этой проблемы можно предложить другой подход, учитывающий не только нижнюю, но и верхнюю границу частотного диапазона аппроксимируемого сигнала. В этом случае максимальное значение параметра масштабирования a_1 вычисляется, как и раньше, в соответствии с нижней границей f_H частотного диапазона аппроксимируемого сигнала. В библиотеку включается P_1 вейвлетов со значением параметра масштабирования a_1 . Минимальное значение параметра масштабирования a_N вычисляется в соответствии с верхней границей частотного диапазона f_B и в библиотеку включается P_N вейвлетов со значением параметра масштабирования a_N . После этого выбирается определенное число значений параметра масштабирования a_i , равномерно распределенных между a_N и a_1 , и в библиотеку добавляется P_i вейвлетов для каждого значения параметра a_i . Параметры сдвига b_i вычисляются для каждого из множеств таким образом, чтобы вейвлеты с одинаковым значением параметра a равномерно распределялись на временном интервале аппроксимируемого сигнала.

На основе приведенного выше описания можно предложить следующий алгоритм формирования библиотеки вейвлетов.

1) Составляется таблица, хранящая значения параметров масштабирования a и соответствующих им значений центральной частоты вейвлета f_c . Таблица формируется заранее; определение шага дискретизации значений параметра a представляет предмет дальнейших исследований.

2) Выбирается из таблицы значение параметра a , соответствующее частоте, наиболее близкой к нижней границе частотного диапазона f_H из имеющихся в таблице.

3) Аналогично находится значение параметра a для верхней границы частотного диапазона f_B (если используется второй способ).

4) Вычисляются остальные значения параметра масштабирования (в соответствии с одним из двух подходов), вычисляются параметры сдвига и формируется библиотека вейвлетов W .

Для исследования эффективности разработанных методов инициализации параметров ВНС выполним аппроксимацию сигналов, моделирующих сигналы утечек подземных трубопроводов. Сигнал $x(t)$ определяется выражением

$$x(t) = \sum_{k=1}^K c_k \sin(2\pi f_k t + \varphi) + \sum_{m=1}^M d_m \sin(2\pi f_m t + \varphi) + n, \quad (2)$$

где c_k – амплитуды гармонических составляющих сигнала утечки с частотами f_k ; d_m – амплитуды гармонических составляющих фонового сигнала с частотами f_m ; φ – случайная начальная фаза сигналов, равномерно распределённая на интервале от 0 до 2π ; n – гауссовский шум с единичной дисперсией, ограниченный частотами 200 Гц и 1000 Гц.

Гармоническая составляющая сигнала утечки в данном случае моделировалась одной гармоникой с частотой $f_1 = 1000$ Гц и амплитудой 0,1. Гармоническая составляющая фонового сигнала включает две гармоники с частотами $f_1 = 400$ Гц и $f_2 = 500$ Гц и амплитудой 0,1. Частоты гармонических составляющих фонового сигнала и утечки выбраны по результатам спектрального анализа реальных сигналов. Для обработки сигнала из 500 отсчётов при частоте дискретизации 8000 Гц используется ВНС, содержащая 100 вейвлет-узлов.

На рисунке 3 показана зависимость ошибки аппроксимации от числа выбранных вейвлет-узлов при использовании предлагаемых методов инициализации.

На рисунке 3, а представлены результаты инициализации первым из предложенных методов, который предполагает учет только нижней границы f_H частотного диапазона аппроксимируемого сигнала. Зависимость, показанная на рисунке 3, б, получена для второго метода, использующего также и верхнюю границу f_B .

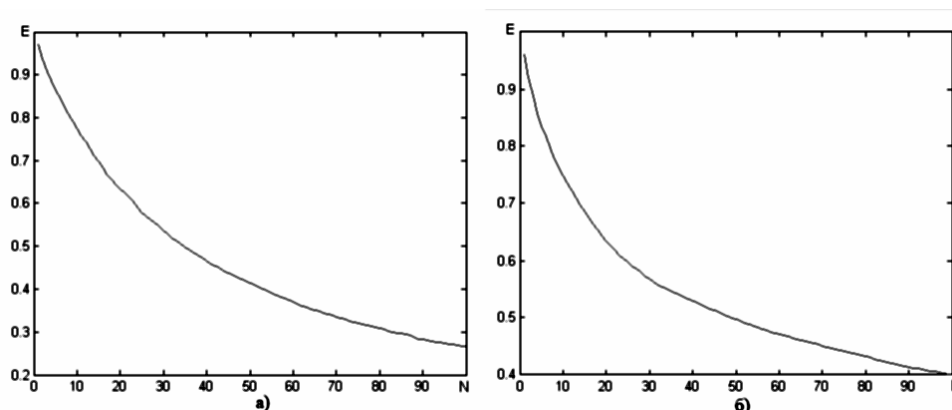


Рисунок 3 – Зависимость ошибки аппроксимации от числа вейвлет-узлов,
а) с учетом только частоты f_H , б) с учетом частот f_H и f_B

Для сравнения на рисунке 4 приведены результаты аппроксимации того же сигнала с использованием исходного метода инициализации ВНС, описанного в [1].

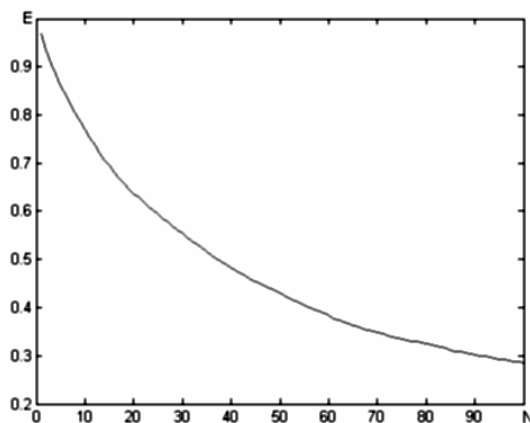


Рисунок 4 – Зависимость ошибки аппроксимации от числа вейвлет-узлов
при инициализации параметров ВНС на основе остаточного сигнала

Как видно, первый из предложенных методов позволяет добиться незначительного снижения ошибки аппроксимации по сравнению с методом выбора на основе остаточного сигнала. Однако его существенное преимущество заключается в том, что значения параметров масштабирования a_i определяются на основе формализованного алгоритма, учитывающего частотные свойства анализируемого сигнала и значение центральной частоты используемой вейвлет-функции. То есть результаты применения этого метода являются более устойчивыми и стабильными. Второй из предлагаемых в данной статье методов является, как видно на рисунке 3, б, менее эффективным.

Таким образом, как показали исследования, предложенный метод инициализации параметров ВНС позволяет добиться незначительного снижения ошибки аппроксимации, но при этом дает существенный выигрыш при практической реализации за счет наличия формальных правил определения значений параметров масштабирования.

Направление дальнейшей работы видится в построении метода обучения ВНС и оценки эффективности для комбинации методов инициализации и обучения.

Библиографический список

1. Zhang Q. Using wavelet network in nonparametric estimation [Электронный ресурс]. — Электрон. текстовые данные (127899 bytes). — Rennes Cedex.: INRIA, 1994. — Режим доступа: <ftp://ftp.irisa.fr/techreports/1994/PI-833.ps.gz> Sunday, 31 May 2009 16:30:00.

Поступила в редакцию 01.06.2009 г.