

УДК 681.5.09

В.Я. Копп, профессор, д-р техн. наук, А.И. Балакин, ассистент,**О.В. Филипович, доцент, канд. техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: ps@sevgtu14.sebastopol.ua***АНАЛИЗ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ**

Рассматривается построение полумарковских моделей технологических ячеек с автоматизированными постами контроля, охваченных обратной связью; приводятся результаты моделирования.

Производительность автоматизированных производственных систем (АПС) является одним из основных их параметров. Возможность ее прогнозирования является актуальной проблемой, решаемой при помощи построения математических моделей этих систем.

Проведенный анализ литературных источников, например [1], показывает, что во многих случаях структура АПС включает в себя контролирующие устройства, которые производят контроль и сортировку изделий после определенных операций. Если обнаруживается исправимый брак, то изделие по цепи обратной связи отправляется на соответствующую ячейку для его исправления. В общем случае, это снижает производительность системы, однако позволяет уменьшить количество бракованных изделий на выходе линии, а следовательно, увеличить объем выпуска годных изделий.

Рассмотрим объединенную технологическую ячейку (ОТЯ), состоящую из технологической ячейки, входящей в АПС и стоящим за ней контрольным устройством, охваченных линией обратной связи. Структура ОТЯ показана на рисунке 1.

После контроля деталь либо уходит на следующую ячейку с вероятностью p , либо по обратной связи поступает на повторное обслуживание, если обнаружен брак с вероятностью $(1-p)$. Контрольное устройство считаем абсолютно надежным.

Рассмотрим два случая при обслуживании заявки в ОТЯ.

В первом предполагается, что на ОТЯ постоянно поступает поток заявок. Время их обслуживания распределено по закону $F(t)$, имеющему плотность $f(t)$, а также конечное математическое ожидание и дисперсию. Время обслуживания заявок, поступающих на повторное обслуживание по каналу обратной связи, также распределено по закону $F(t)$.

Во втором случае при обнаружении в изделии брака, происходит возврат по линии обратной связи на ту же операцию, но функция распределения времени обслуживания при этом изменяется.

Целью данной работы является прогнозирование производительности линии и сравнение ее результатов в зависимости от дисциплины обслуживания заявки в ОТЯ.

Граф состояний системы, соответствующий первому случаю, изображен на рисунке 2.

Состояние и обозначение на графе:

S_0 – мгновенное состояние соответствует выдаче продукции и загрузке продукции;

S_1 – состояние обслуживания;

p – вероятность того, что изделие на выходе ячейки будет годным.

Задача ставится следующим образом: необходимо определить функцию распределения времени между заявками в прореженном потоке заявок, формирующемся на выходе ячейки, охваченной обратной связью.

Вероятности перехода из одного состояния в другое соответственно равны

$$P_{01} = 1; P_{10} = p; P_{11} = 1 - p.$$

Полумарковские ядра для соответствующих переходов определяются следующим образом:

$$Q_{01} = 1; Q_{10}(t) = pF(t); Q_{11}(t) = (1 - p)F(t).$$

$$q_{11}(t) = \frac{dQ_{11}(t)}{dt} = (1 - p)f(t).$$

Запишем уравнения марковского восстановления

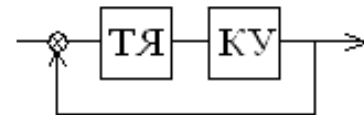


Рисунок 1 – Структура объединенной технологической ячейки

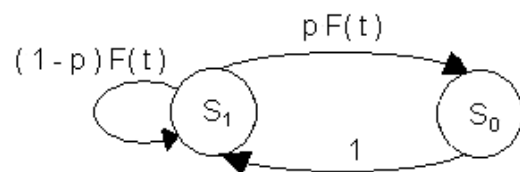


Рисунок 2 – Граф состояний

$$K(x) = \int_0^x K(x-s)q_{11}(s)ds + pF(x) = (1-p) \int_0^x f(x-s)K(s)ds + pF(x). \quad (1)$$

Решение данного интегрального уравнения методом последовательных приближений приведено в [2] и имеет вид

$$K(t) = pF(t) + p \sum_{m=1}^{\infty} (1-p)^m F^{(*)m}(t), \quad (2)$$

где $F^{(*)m}(t)$ – свертка порядка m .

Теперь рассмотрим задачу, когда в изделии обнаруживается брак, и происходит возврат по линии обратной связи на ту же операцию, но время обслуживания при этом изменяется

$F_1(t)$ – функция распределения времени на первом обслуживании,

$F_2(t)$ – функция распределения времени на втором обслуживании,

.....
 $F_n(t)$ – функция распределения времени на n -ом обслуживании.

Граф состояний такой системы изображен на рисунке 3.

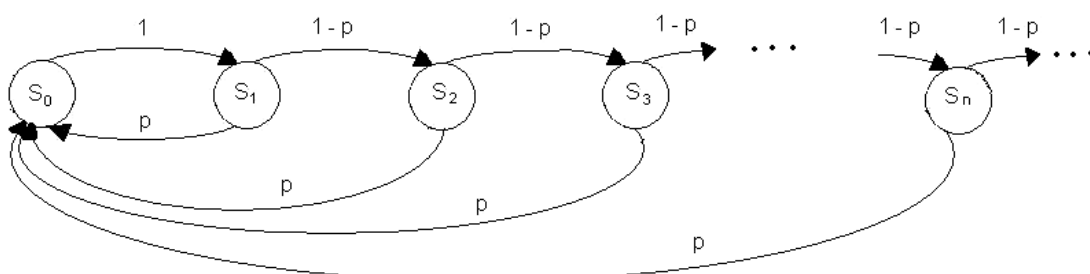


Рисунок 3 – Граф состояний с изменяющимся временем при повторных обслуживаниях

Состояние и обозначение на графе следующие:

S_0 – мгновенное состояние соответствует выдачи продукции и загрузке продукции;

S_1 – состояние соответствующее первому обслуживанию;

S_2 – состояние соответствующее второму обслуживанию;

.....

S_n – состояние соответствующее n -му обслуживанию;

p – вероятность того что изделие на выходе ячейки будет годным.

Поставленную задачу будем решать, используя формулу полной вероятности.

Для этого примем следующие гипотезы:

H_1 – выполняется первое обслуживание;

H_2 – выполняется второе обслуживание;

$\vdots$

H_n – выполняется n -е обслуживание.

Вероятности этих гипотез равны

$$\begin{cases} P(H_1) = p, \\ P(H_2) = p(1-p), \\ P(H_3) = p(1-p)^2, \\ \dots \\ P(H_n) = p(1-p)^{n-1}. \end{cases} \quad (3)$$

Введем событие A , под которым будем понимать обслуживание продукции на ячейке. Условные вероятности события A при выполнении гипотез $H_1, H_2, \dots, H_n$ равны:

$$\left\{ \begin{aligned} P(A/H_1) &= p\{t_1 < t\} = F_1(t), \\ P(A/H_2) &= p\{t_1 + t_2 < t\} = F(t_1 + t_2) = F_{1,2}^{(*)}(t), \\ P(A/H_3) &= p\{t_1 + t_2 + t_3 < t\} = F(t_1 + t_2 + t_3) = F_{1,\dots,3}^{(*)2}(t), \\ &\dots\dots\dots \\ P(A/H_n) &= p\left\{\sum_{i=1}^n t_i < t\right\} = F(\sum_{i=1}^n t_i) = F_{1,\dots,n}^{(*)n}(t). \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Функция распределения времени между заявками в прореженном потоке событий определяется по формуле полной вероятности:

$$K_1(t) = P(A) = \sum_{n=1}^{\infty} P(H_n)P(A/H_n). \quad (5)$$

Подставляя (3), (4) в (5), имеем:

$$K_1(t) = pF_1(t) + p \sum_{n=2}^{\infty} (1-p)^n F_{2,\dots,n}^{(*)}(t). \quad (6)$$

Продифференцировав выражения (2) и (6) получим плотности распределения времени между заявками в прорезанном потоке событий и обозначим их через $k(t)$ и $k_1(t)$ соответственно. Производительности можно определить из выражений

$$\Pi = \frac{1}{\int_0^{\infty} t k(t) dt}, \quad (7)$$

$$I_1 = \frac{1}{\int_0^\infty t k_1(t) dt} . \quad (8)$$

Формулы (7), (8) позволяют прогнозировать производительность рассматриваемых ОТЯ.

При моделировании ОТЯ принималось следующее:

- распределение времени обслуживания ОТЯ – экспоненциальное с параметром λ ;
- во втором случае при рассмотрении последующего обслуживания заявки математическое ожидание времени обслуживания уменьшается на 10% по сравнению с математическим ожиданием времени предыдущего обслуживания.

Результаты моделирования производительности приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты моделирования

p	$\lambda = 30$ дет/ч		$\lambda = 20$ дет/ч		$\lambda = 15$ дет/ч		$\lambda = 10$ дет/ч	
	$П$, дет/ч	$П_1$, дет/ч	$П$, дет/ч	$П_1$, дет/ч	$П$, дет/ч	$П_1$, дет/ч	$П$, дет/ч	$П_1$, дет/ч
0,7	8,108	11,081	5,405	7,388	4,054	5,543	2,703	3,695
0,8	10,714	14,030	7,143	9,354	5,357	7,017	3,571	4,678
0,9	15,789	19,119	10,526	12,747	7,895	9,562	5,263	6,374
0,95	20,690	23,354	13,793	15,570	10,345	11,679	6,897	7,786

Функция распределения времени между заявками в прореженном потоке заявок при $p = 0,8$ показана на рисунке 5.

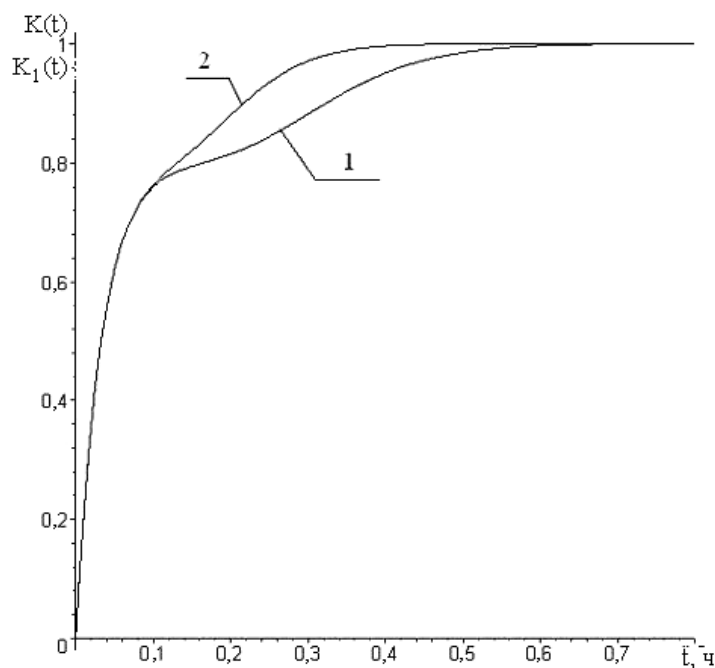


Рисунок 5 – Функция распределения времени между заявками в прореженном потоке заявок:
1 – функция распределения времени между заявками в прореженном потоке заявок при одинаковом времени обслуживании; 2 – функция распределения времени между заявками в прореженном потоке заявок при изменяющемся времени обслуживания

В дальнейшем предполагается распространить результат на более сложные модели, в частности, рассмотреть многопоточные системы.

Библиографический список

1. Технологическая подготовка гибких автоматизированных сборочно-монтажных производств в приборостроении / Н.П. Меткин [и др.]. — Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1986. — 192 с.
2. Моделирование систем контроля с обратными связями / В.Я. Копп [и др.] // Сб. науч. тр. СИЯЭП. — Севастополь, 2006. — Вып. 3 (19). — С. 252–257.

Поступила в редакцию 7.09.2007 г.