

УДК 531.075.8

Р.А. Спасский*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sebastopol.ua***ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ КАК РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ¹**

Памяти С.А. СПАСКОГО (1935-2008) –
специалиста дальней космической связи,
моего друга и научного собеседника

Предлагается методология вывода закона всемирного тяготения, связанная лишь с первыми двумя законами Кеплера и законами динамики Ньютона. Рассматривается аналитическое доказательство одной теоремы Ньютона.

Ключевые слова: закон всемирного тяготения, методология, методика.

1. Методология вывода закона всемирного тяготения

В «Математических началах натуральной философии» [1] Исаак Ньютон писал: «По явлениям движения находить силы природы, а по этим силам объяснять остальные явления». Так были введены две основные задачи динамики точки: *первая*, зная кинематические уравнения или кинематические закономерности в движении точки, найти силу (причину), вызывающую ее движение. И, наконец, *вторая*, обратная к первой.

Каким был исторический путь становления закона всемирного тяготения? Прежде всего нужно обратить внимание на методологию Галилео Галилея, который утверждал, что при изучении движения тела вначале не следует искать физическое объяснение явления, а стараться найти его *математическое описание с постановкой эксперимента* и некоторой идеализацией его условий [2]. Так, например, наблюдая в эксперименте свободное падение тела, Галилей установил, что путь, пройденный телом, пропорционален квадрату времени. В результате получилось кинематическое уравнение.

Весьма важными для развития науки о Космосе оказались астрономические наблюдения датчанина Тихо Браге за движением планеты Марс. Очень трудоемкой и талантливой стала математическая обработка этих астрономических наблюдений, выполненная немецким математиком Иоганном Кеплером. Полученные им кинематические закономерности в движении Марса сформулированы в виде двух законов. Первый закон Кеплера утверждал, что траекторией Марса является эллипс, в фокусе которого находится Солнце. Второй закон Кеплера говорил о постоянстве секторной скорости.

После исследований Кеплера кинематическая закономерность в движении Марса должна быть дополнена по методологии Галилея опытными динамическими закономерностями. В «Математических началах натуральной философии» нет аналитического вывода закона всемирного тяготения.

После Исаака Ньютона было предложено несколько вариантов вывода этого закона [3, 4]. При этом использовались формулы Бине и третий закон Кеплера, который не был получен согласно методологии Галилея.

Но возможен другой вариант вывода закона всемирного тяготения в форме решения первой задачи динамики точки. Особенность его состоит в том, что он использует непосредственно полученные опытным путем два первых закона Кеплера и два последних закона динамики Ньютона.

В этом варианте предлагается следующая последовательность рассуждений:

1. С учетом первого закона Кеплера записывается уравнение эллипса

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}, \quad (1)$$

где $p = \text{const}$, $0 < \varepsilon < 1$, ε – эксцентриситет эллипса.

2. Вводится известная в курсе теоретической механики формула

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi})\vec{e}_\varphi, \quad (2)$$

где $\vec{a}$ – ускорение точки A ; $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$ – единичные векторы радиальной и трансверсальной осей координат (Рисунок 1).

¹ **Примечание редакции.** Статья печатается по решению редакционной коллегии как методическая

3. С учетом второго закона Кеплера записывается

$$r^2 \dot{\phi} = h = \text{const}, \quad (3)$$

с помощью которой (2) принимает вид

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r \quad (4)$$

4. С использованием (1), (3), (4) выполняются преобразования:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \frac{p\epsilon\dot{\phi}\sin\phi}{(1+\epsilon\cos\phi)^2} = \frac{\epsilon h}{p}\sin\phi, \quad \ddot{r} = \frac{\epsilon h\dot{\phi}}{p}\cos\phi = \frac{\epsilon h^2}{pr^2}\cos\phi, \\ \vec{a} &= \left(\frac{\epsilon h^2}{pr^2}\cos\phi - \frac{h^2}{r^3} \right) \vec{e}_r = \frac{h^2}{pr^2} \left(\epsilon\cos\phi - \frac{p}{r} \right) \vec{e}_r = -\frac{h^2}{p} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r. \end{aligned}$$

5. При обращении ко второму закону динамики Ньютона получено

$$\vec{F} = -m \frac{h^2}{p} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r = -\mu \frac{m}{r^2} \vec{e}_r, \quad F = \mu \frac{m}{r^2}, \quad (5)$$

где m – масса Марса, $\mu > 0$ – коэффициент притяжения Солнцем Марса. Поэтому ввиду (5) сила притяжения Солнцем планеты Марс, рассматриваемых как материальные точки, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена от Марса к Солнцу.

6. Таким образом, согласно третьему закону динамики Ньютона (о действии и противодействии) получаются следующие формулы [5, с. 341]:

$$F = \lambda \frac{M}{r^2}, \quad \mu m = \lambda M, \quad \frac{\mu}{M} = \frac{\lambda}{m} = G, \quad (6)$$

где M – масса Солнца, $\lambda > 0$ – коэффициент притяжения Марсом Солнца.

Итак, с учетом (5), (6) *выводится экспериментально обоснованная формула закона всемирного тяготения для системы Солнце – Марс*

$$F = G \frac{mM}{r^2}, \quad G = 6,670 \cdot 10^{-11} (\text{Нм}^2/\text{кг}^2). \quad (7)$$

Универсальная гравитационная постоянная G была вычислена выдающимся ученым Карлом Гауссом, G – первая буква его фамилии.

7. Наконец, после *теоретического обобщения, перехода к двум произвольным материальным точкам, формула (7) преобразуется в общий закон всемирного тяготения*

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}, \quad (8)$$

где m_1, m_2 – массы материальных точек, R – расстояние между ними.

При выводе этого закона Исаак Ньютон вначале говорит не о материальных точках, а о материальных частицах.

2. От материальных частиц к материальным точкам

В период времени с 1664 г. по 1665 г. Исааком Ньютоном был сформулирован закон всемирного тяготения для двух *материальных частиц*. И это для него вначале было весьма существенно. Для Ньютона не существовало понятия материальной точки. На материальную частицу он смотрел как на корпускулу или атом, который считал неделимым. *Материальная частица* – это не элементарная частица в современной физике. Она также не является элементарной частью тела при его делении в интегральном исчислении. Это особое физическое понятие.

О понятии материальной точки может быть двойное представление [3]. Во-первых, это материальное тело, появившееся в результате его деления, имеющее конечную или бесконечно малую массу и исчезающе малые размеры. Это идеализированное представление – материальная точка первого рода. Во-вторых – материальное тело с конечной массой является результатом возможного беспредельного его сжатия к центру тяжести, когда можно представить, что размеры тела становятся бесконечно малыми, а масса тела сохраняется. Это реальное представление – материальная точка второго рода. По-видимому, можно дать иное определение материальной точки [2].

Определение. Под материальной точкой понимается материальное тело достаточно малых размеров или материальное тело, размерами которого можно пренебречь при изучении его движения.

Эта точка имеет массу. Понятие материальной частицы совпадает с идеализированным представлением понятия материальной точки, является его частным случаем.

Реальное представление о материальной точке было основано на определении центра масс механической системы и его движении. «Понятие центра масс системы имеет важное методологическое значение. Наличие у механической системы центра масс делает содержательным понятие материальной точки» [6, с. 32].

Но вернемся к эпохе Исаака Ньютона. После первого сообщения Ньютона об открытии им закона всемирного тяготения прошло почти 20 лет до момента его опубликования [1]. Как объяснить значительную задержку публикации фундаментального закона Природы?

Исаак Ньютон, по-видимому, вначале интуитивно чувствовал необходимость обобщения закона всемирного тяготения, доказанного для материальных частиц. Он обратился к поиску моделей макроскопических материальных тел, для которых была бы справедлива полученная до этого закономерность взаимодействия. Математик Кэджори (книга С.И.Вавилова [7, с.123]) детально анализировал в 1927 г. различные возможные причины задержки Ньютоном публикации его открытия. Он пришел к выводу, что главная причина состояла в том, что Ньютон долгое время не умел решить задачу о притяжении шара его внешней точкой. Каждая материальная частица шара притягивается внешней материальной частицей с силой, пропорциональной массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Но какова будет равнодействующая этих сил? Ответ на этот вопрос связан с решением задачи интегрального исчисления, которое в то время не было достаточно развито. Но к выходу «Математических начал натуральной философии» Ньютон справился с возникшей проблемой и доказал геометрически одну важную теорему: «Если вещество двух шаров, тяготеющих друг к другу, в равных удалениях от их центров однородно, то притяжение каждого шара другим обратно пропорционально квадрату расстояния между их центрами» [1]. Геометрические рассуждения при доказательстве теоремы были достаточно сложными. Но можно выполнить иное, аналитическое доказательство, обратившись к рисунку 2.

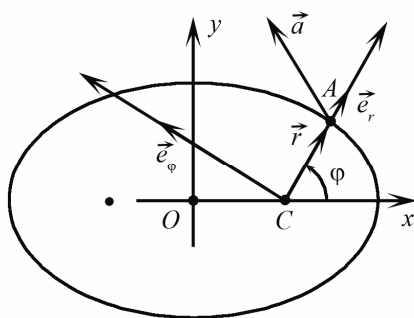


Рисунок 1 – Эллипс

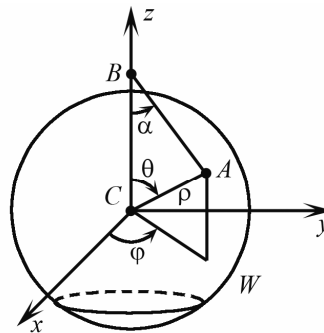


Рисунок 2 – Однородный шар

Величины ρ, φ, θ – сферические координаты любой точки A шара; B – точка массы m ; r, M, γ – радиус, масса, плотность шара; $BC=R, F$ – модуль равнодействующей сил, с которыми точка B действует на произвольные точки A шара. Справедливы формулы:

$$AB \cos \alpha = R - \rho \cos \theta, \quad AB^2 = R^2 + \rho^2 - 2R\rho \cos \theta. \quad (9)$$

Наконец, рассмотрим аналитическое доказательство теоремы Ньютона. Обратившись к книге Н.Е.Жуковского [3, С.785], введем функцию:

$$\Phi = \iiint_W \gamma \frac{\rho^2 \sin \theta \cos \alpha}{AB^2} d\varphi d\rho d\theta, \quad \gamma = \text{const}$$

в виде проекции на ось Oz равнодействующей сил тяготения материальной частицы B к множеству всех материальных частиц A шара. Запишем модуль силы притяжения материальной частицей B самого однородного шара, приложенной к его центру C . Пусть точка A ранее соответствовала положению центра масс Солнца, а точка C – положению центра масс Марса. Тогда согласно (6) получается формула $F = \lambda \Phi = Gm\Phi$.

С учетом 9 выполним следующие преобразования:

$$F = \lambda \gamma \iiint_W \rho^2 \frac{\sin \theta \cos \alpha}{AB^2} d\varphi d\rho d\theta = Gm\gamma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho^2 d\rho \int_0^\pi \frac{(R - \rho \cos \theta) \sin \theta}{AB^3} d\theta,$$

$$\int_0^{\pi} \frac{(R - \rho \cos \Theta) \sin \Theta}{AB^3} d\Theta = \rho \int_1^{-1} \frac{udu}{(a+bu)^{3/2}} + \frac{1}{2\rho} \int_1^{-1} \frac{d(u+bu)}{(a+bu)^{3/2}},$$

где $u = \cos \Theta$, $a = R^2 + \rho^2$, $b = -2R\rho$.

Кроме того, используем формулы двух табличных интегралов:

$$\int_1^{-1} \frac{udu}{(a+bu)^{3/2}} = \frac{2}{b^2} [\sqrt{a+bu} + a/\sqrt{a+bu}]_1^{-1} = \frac{-2\rho}{R^2(R^2 - \rho^2)},$$

$$\int_1^{-1} \frac{d(a+bu)}{(a+bu)^{3/2}} = [-2/\sqrt{a+bu}]_1^{-1} = \frac{4\rho}{R^2 - \rho^2}.$$

В итоге получаем формулу, соответствующую закону всемирного тяготения:

$$F = Gm\gamma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r \frac{2\rho^2}{R^2} d\rho = G \frac{m}{R^2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma, \quad F = G \frac{mM}{R^2} \quad (10)$$

Замечание. Если рассмотреть вместо исходного шара материальную частицу C , а вместо материальной частицы B – центр масс второго шара, то закон взаимодействия между шарами будет вновь выражаться формулой (10), аналогичной (8) для двух материальных точек.

3. От гипотезы дальнего действия к общей теории поля

Известно высказывание Исаака Ньютона: «Причину свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю» [1]. Но всю его жизнь преследовала одна гипотеза – гипотеза дальнего действия, связанная с законом всемирного тяготения, законом динамики о действии и противодействии тел на расстоянии, природой сил инерции.

Ответом на возникшую проблему может служить его точка зрения, высказанная в 1692 г. в письме к Ричарду Бейли: «Когда я писал свой трактат о нашей Солнечной системе, мне хотелось найти такие Начала, которые были бы совместимы с верой людей в Бога; ничто не может доставить мне большее удовлетворение, что мой труд оказался не напрасным».

Исаак Ньютон был верующим человеком, и поиск механизма всемирного тяготения связывал со своим религиозным мировоззрением.

Этой же точке зрения придерживается известный ученый Бехтерева Н.П.: «Всю свою жизнь я посвятила изучению самого совершенного органа – человеческого мозга. И пришла к выводу, что возникновение такого чуда невозможно без Творца» [8].

Но возможна другая, альтернативная точка зрения, высказанная в 1993г. академиком Шиповым Г.И. при создании им общей теории поля: «Я утверждаю: есть новая физическая теория, созданная в результате развития представлений А. Эйнштейна, в которой появился некий уровень реальности, синонимом которого в религии является Бог – некая реальность, обладающая всеми признаками Божества» [8]. В этой реальности не противопоставляются понятия материи и сознания, не говорится о их первичности. «Под сознанием понимается высшая форма развития информации. С физической точки зрения сознание является особой формой полевой материи» [8].

«Первое потрясение, которое испытывает современный человек, познакоившись с квантовой и субквантовой физикой, связано с тем, что мир, который бушует вокруг нас, – это мир волновой!» [9].

Академик Казначеев В.П. пишет: «Мы встречаемся с универсальным или уникальным явлением, когда телесная жизнь, исчезая и умирая, отделяет свою полевую форму, которая уходит в бессмертие, сливаясь с бесконечно живым пространством Космоса». [9]. И это пространство включает в себя информационно-энергетическое поле, образовавшееся в результате Большого взрыва во Вселенной, случившегося 15-20 миллиардов лет назад. «Большой взрыв действительно произошел, но это был информационный взрыв!» [9].

Информационно-энергетическое поле обладает весьма важным свойством: информация в нем между материальными телами распространяется мгновенно на любые расстояния. Эксперименты свидетельствуют, что факт мгновенной передачи сигнала существует. Таким же свойством обладает и сознание как особая форма полевой материи. «Ее информация распространяется без затрат энергии и практически мгновенно, со скоростью 10^9 С, где С – скорость света в вакууме» [9].

Сказанное является подтверждением приведенной ранее гипотезы дальнего действия, так беспокоившей Исаака Ньютона.

В настоящее время происходит экспериментальная имитация Большого взрыва с помощью созданного вблизи Женевы КОЛЛАЙДЕРА, кольцевого ускорителя пучков протонов, летящих навстречу друг с другом до их столкновения между собой. Предполагается, что он позволит выяснить как родилась

Вселенная и каковы были первые минуты с момента ее рождения. В связи с этим заслуживает внимания книга лауреата Нобелевской премии по физике Стивена Вайнберга [10].

Библиографический список

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / И. Ньютон. — М.: Наука, 1989. — 690 с.
2. Спасский Р.А. Основы теоретической механики / Р.А.Спасский. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1996. — 198 с.
3. Жуковский Н.Е. Теоретическая механика / Н.Е. Жуковский. — М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. — 812 с.
4. Веселовский И.Н. Очерки по истории теоретической механики / И.Н.Веселовский. — М.: Высш. шк., 1974. — 287 с.
5. Аппель П. Теоретическая механика. Т. I / П. Аппель. — М.: Физматгиз, 1960. — 516 с.
6. Краснощеков П.С. Принципы построения моделей / П.С. Краснощеков, А.А.Петров. — М.: Изд-во МГУ, 1983. — 264 с.
7. Вавилов С.И. Исаак Ньютон. Научная биография и статьи / С.И. Вавилов. — М.: Изд-во АН СССР, 1961. — 294 с.
8. Тихоплав В.Ю. Физика веры / В.Ю. Тихоплав, Т.С. Тихоплав. — СПб: Изд-во «Весь», 2002. — 246 с.
9. Тихоплав В.Ю. Новая физика веры / В.Ю. Тихоплав, Т.С. Тихоплав. — СПб: Изд-во Крылов, 2007. — 410 с.
10. Вайнберг С. Первый три минуты: Современный взгляд на происхождение Вселенной / С. Вайнберг. — М.: Энергоиздат, 1981. — 208 с.

Поступила в редакцию 01.12.2010 г.