

УДК 621.71.027

О.В. Хромов*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ВЫБОР МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ОСЦИЛЛОГРАММ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ**

Приведены результаты сравнительного анализа эффективности двух вариантов моделей для описания собственных демпфирующих свойств тонких стальных спиральных канатов и проволоки. Даны методические рекомендации по выбору вида и коэффициентов функции трения с использованием материалов лабораторных экспериментов.

Ключевые слова: *затухающие колебания, стальные спиральные канаты, демпфирующие свойства, внутреннее трение, гистерезисная модель, модель вязкого трения.*

При математическом моделировании колебаний механической системы в околорезонансных режимах необходимо учитывать процессы рассеяния (поглощения) энергии за счет собственных демпфирующих свойств отдельных звеньев и упругих связей [1-3]. В прикладной теории механических колебаний указанные процессы обычно описываются с помощью двух вариантов феноменологической модели трения [3]. Согласно одной из них обобщенная сила трения зависит от амплитуды колебаний и не зависит от скорости движения осциллятора (гистерезисная модель). Во второй модели предполагается, что сила трения зависит от скорости движения осциллятора (модель вязкого трения или скоростная модель).

Ввиду многообразия технических систем в настоящее время не сформированы какие-либо общие рекомендации по выбору модели трения и числовых значений коэффициентов демпфирования. Поэтому остаются актуальными вопросы анализа и определения указанных параметров на основе экспериментальных исследований колебательных процессов для конкретных видов упругих связей или звеньев машин. Предметом настоящих исследований являются демпфирующие свойства упругих связей в машинах, реализующих процессы сматывания или наматывания длинномерных изделий (намоточные станки и канатовьюющие машины).

Целью исследований является сравнительный анализ эффективности двух моделей трения и разработка экспериментально обоснованных рекомендаций по выбору параметров функции демпфирования для упругих связей в виде тонких стальных канатов или проволоки.

Из большого количества функций, предложенных различными авторами, в данной работе с учетом рекомендаций Пановко Я.Г. [3] исследуется эффективность двух видов степенных функций для обобщенной силы внутреннего трения:

$$\text{– гистерезисная модель} \quad F_{mp} = \frac{\alpha}{\pi} \cdot a^n \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}}, \quad (1)$$

$$\text{– скоростная модель} \quad F_{mp} = B \cdot |\dot{y}|^{n-1} \cdot \dot{y}, \quad (2)$$

где a – амплитуда колебаний; y , $\dot{y}$ – обобщенная координата и скорость осциллятора; n – показатель степени; α , B – постоянные коэффициенты трения (коэффициенты демпфирования).

При разработке методики определения неизвестных коэффициентов n , α , B по экспериментальным осциллограммам колебаний используется метод гармонического баланса или метод медленно изменяющейся амплитуды [3, 4]. Для указанных выше функций (1, 2) данный метод позволяет получить конечные аналитические зависимости, описывающие изменение амплитуды (огibaющую линию) затухающих колебаний $a(t)$ [3]:

$$\begin{aligned} \text{– гистерезисная модель} \quad \text{при } n \neq 1 \quad a &= \frac{a_0}{\sqrt[n-1]{1 + \frac{\alpha}{c \cdot T} \cdot a_0^{n-1} \cdot (n-1) \cdot t}}, \\ \text{при } n = 1 \quad a &= a_0 \cdot e^{-\frac{\alpha}{c \cdot T} t}, \end{aligned} \quad (3)$$

– скоростная модель

$$\text{при } n \neq 1 \quad a = \frac{a_0}{\sqrt[n-1]{1 + \frac{B \cdot k^n \cdot J}{c \cdot T} \cdot a_0^{n-1} \cdot (n-1) \cdot t}}, \quad (4)$$

$$\text{при } n = 1 \quad a = a_0 \cdot e^{-\frac{B \cdot k}{c \cdot T} \pi \cdot t},$$

где a_0 , a – начальная и конечная амплитуды; k , T – частота и период колебаний, $J(n) = \int_0^{2\pi} |\sin \varphi|^{n+1} d\varphi$

– определенный интеграл ($J(0) = 4$, $J(1) = \pi$, $J(2) = 2,666$, $J(3) = 2,356$).

Используя приведенные выше формулы (3, 4), можно получить выражения для определения неизвестных коэффициентов трения α , B по двум значениям амплитуды a_0 , a_1 и времени затухания t_1 (таблица 1) с экспериментальной осциллограммой колебаний (рисунок 1).

Таблица 1

Показатель степени n	Гистерезисная модель	Скоростная модель
	Формула для коэффициента трения	
0	$\alpha_1 = \frac{2\pi \cdot c}{k \cdot t_1} \cdot (a_0 - a_1)$	$B_1 = \frac{\pi \cdot c}{2 \cdot k \cdot t_1} \cdot (a_0 - a_1)$
1	$\alpha_2 = \frac{2\pi \cdot c}{k \cdot t_1} \cdot \ln\left(\frac{a_0}{a_1}\right)$	$B_2 = \frac{2 \cdot c}{k^2 \cdot t_1} \cdot \ln\left(\frac{a_0}{a_1}\right)$
2	$\alpha_3 = \frac{2\pi \cdot c}{k \cdot t_1} \cdot \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_0}\right)$	$B_3 = \frac{3 \cdot \pi \cdot c}{4 \cdot k^3 \cdot t_1} \cdot \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_0}\right)$
3	$\alpha_4 = \frac{\pi \cdot c}{k \cdot t_1} \cdot \left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_0^2}\right)$	$B_4 = \frac{\pi \cdot c}{2,356 \cdot k^4 \cdot t_1} \cdot \left(\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_0^2}\right)$

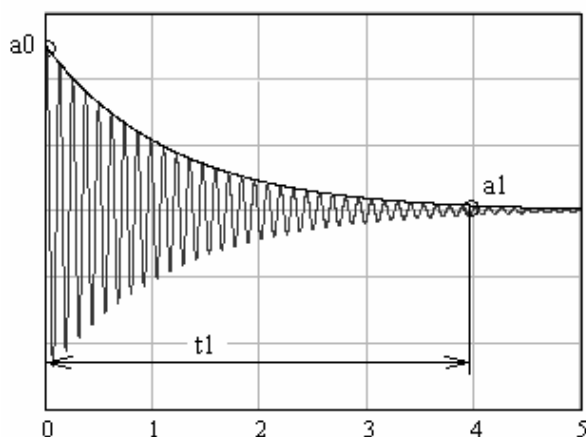


Рисунок 1 – Пример осциллограммы затухающих колебаний

Для проверки основной гипотезы феноменологических моделей (1), (2) о постоянстве коэффициентов трения α , B применительно к исследуемым техническим объектам выполнена серия лабораторных экспериментов по схеме на рисунке 2. Верхний конец стального спирального каната или проволоки закреплен на жестком основании. На этом же основании установлено роликовое устройство для измерения натяжения каната. К нижнему концу каната подвешен груз массой m , с которым соединен нитью дополнительный груз m_0 , предназначенный для задания начального отклонения осциллятора от состояния статического равновесия. После отделения дополнительной массы m_0 груз m совершает затухающие вертикальные колебания. Роликовое измерительное устройство содержит тензодатчики, фиксирующие изменение натяжения каната. Сигнал от тензодатчиков поступает на компьютерный осциллограф, с помощью которого выполняется запись осциллограммы колебаний.

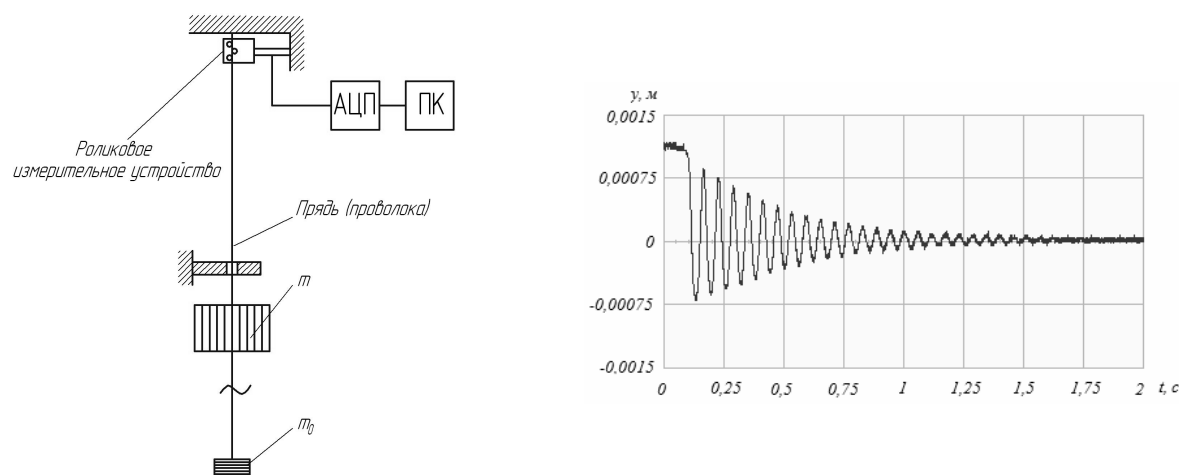


Рисунок 2 – Схема экспериментальной установки и внешний вид осциллограммы

В первом эксперименте использовали канат конструкции (1+6) со следующими характеристиками: диаметр центральной проволоки $d_1 = 0,25 \text{ мм}$; диаметр проволоки в слое $d_2 = 0,24 \text{ мм}$; шаг свивки $H = 5,84 \text{ мм}$; длина каната $l = 2 \text{ м}$. При заданной массе тела $m = 6,14 \text{ кг}$ выполняли следующие процедуры:

- 1) по экспериментальной осциллограмме, как показано на рисунке 1, определили параметры
 - начальная амплитуда $a_0 = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ при $t_0 = 0 \text{ с}$;
 - значение амплитуды $a_1 = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ при $t_1 = 5,76 \text{ с}$;
 - период собственных колебаний $T_0 = 0,089 \text{ с}$;
- 2) рассчитали значение частоты колебаний $k_0 = 2\pi/T_0 = 70,2 \text{ с}^{-1}$;
- 3) для скоростной и гистерезисной моделей трения по формулам из таблицы 1 рассчитали коэффициенты $B_1 = 0,127$, $B_2 = 6,6$, $B_3 = 670$, $\alpha_1 = 0,509$, $\alpha_2 = 1460$, $\alpha_3 = 8810 \cdot 10^3$;
- 4) построили графики функций огибающих линий (3, 4) для трех значений показателя степени $n = 0, 1, 2$ (рисунок 3, а). На этом же рисунке значком «о» показаны шесть точек экспериментальной огибающей линии.

Из рисунка 3, а видно, что графики огибающих линий при одинаковом показателе степени n для двух моделей трения совпадают, если коэффициенты трения α_i , B_i рассчитаны на основании одной и той же экспериментальной осциллограммы. Это объясняется одинаковой структурой формул (3), (4). При показателе степени $n=1$ промежуточные расчетные значения амплитуды колебаний имеют минимальное отклонение от экспериментальных значений. Однако, очевидно, что с помощью однопараметрической или простой степенной функции (2) в общем случае не возможно обеспечить дальнейшее сближение расчетной и экспериментальной огибающих линий.

В следующих экспериментах записывали осциллограммы колебаний для других значений собственной частоты:

- 1) масса тела $m = 4,12 \text{ кг}$; период собственных колебаний $T_0 = 0,073 \text{ с}$; частота колебаний $k_0 = 85,7 \text{ с}^{-1}$. Шесть точек с экспериментальной огибающей линии показаны на рисунке 3, б;
- 2) масса тела $m = 2,14 \text{ кг}$; период собственных колебаний $T_0 = 0,053 \text{ с}$; частота колебаний $k_0 = 119 \text{ с}^{-1}$. Шесть точек с экспериментальной огибающей линии показаны на рисунке 3, в.

На рисунках 3, б и 3, в сплошными линиями показаны графики огибающих линий согласно гистерезисной модели (1), а пунктирными линиями – согласно модели вязкого трения (2). Для построения графиков использованы значения коэффициентов трения α_i , B_i , полученные в первом эксперименте. Видно, что по мере увеличения частоты колебаний расчетные графики на заключительном этапе затухающих колебаний для гистерезисной модели трения заметно отклоняются от экспериментальных точек. В случае модели вязкого трения при показателях степени $n = 1, 2$ расчетные графики функций имеют существенно меньшие отклонения от эксперимента.

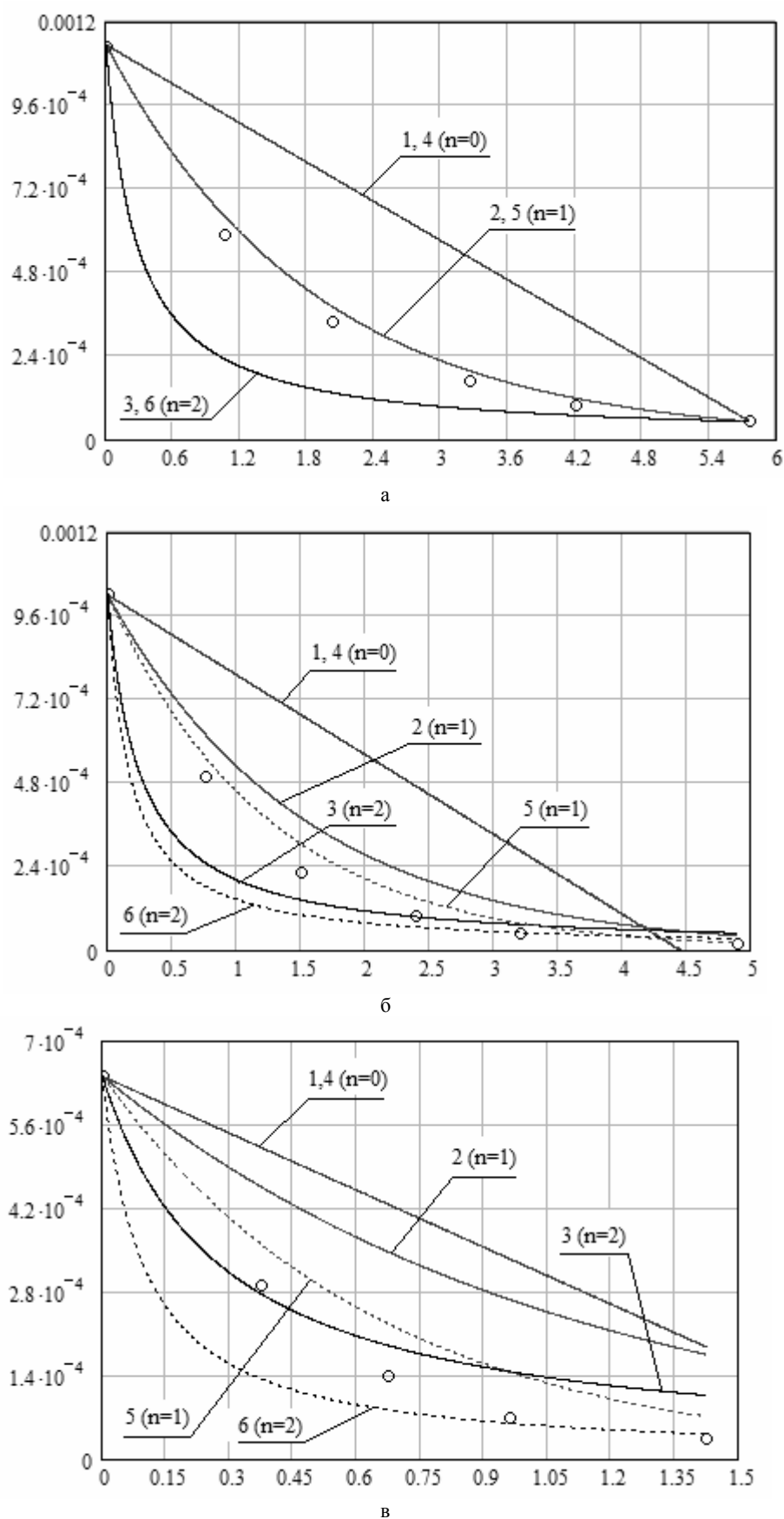


Рисунок 3 – Расчетные графики огибающих линий: а – при $k = 70,2 \text{ с}^{-1}$; б – при $k = 85,7 \text{ с}^{-1}$; в – при $k = 119 \text{ с}^{-1}$
(1, 2, 3 – гистерезисная модель; 4, 5, 6 – скоростная модель; $\circ$ – точки с экспериментальной осциллограммы)

Аналогичные результаты получены при обработке экспериментальных исследований затухающих колебаний для спирального каната конструкции (1+6+12) диаметром 1,02 мм и стальной проволоки диаметром 1 мм.

Вывод. При моделировании собственных демпфирующих свойств упругих элементов в виде стальной проволоки или спиральных канатов, нагруженных продольной силой, целесообразно использовать модель вязкого трения (скоростную модель). Одним из возможных вариантов совершенствования такой модели является использование вместо простой степенной функции (2) комбинированной функции, включающей несколько членов с различными показателями степени. Это и является предметом дальнейших исследований в данном направлении.

Библиографический список

1. Сорокин Е.С. Внутренние и внешние сопротивления при колебаниях твердых тел / Е.С. Сорокин. — М.: Изд-во ВНИИСА, 1957. — 64 с.
2. Писаренко Г.С. Обобщенная нелинейная модель учета рассеяния энергии при колебаниях / Г.С. Писаренко. — К.: Наук. думка, 1985. — 236 с.
3. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / Я.Г. Пановко. — М.: Физматгиз, 1960. — 193 с.
4. Хромов Е.В. Анализ точности метода гармонического баланса в задачах моделирования затухающих колебаний / Е.В. Хромов, О.В. Хромов // Надежность и долговечность механизмов, элементов конструкций и биомеханических систем: матер. междунар. науч.-тех. конф., Севастополь, 7 – 10 сент. 2009 г. — Севастополь, 2009. — С. 163–166.

Поступила в редакцию 11.11.2009 г.