

УДК 669.169

М.В. Заморенов, ассистент,**В.Я. Копп, профессор, д-р техн. наук,****О.В. Филипович, доцент, канд. техн. наук****А.Л. Карташов, магистрант***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: ps@sevntu.com.ua***ИТЕРАЦИОННАЯ ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОПОТОЧНОЙ
АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЛИНИИ, СОДЕРЖАЩЕЙ СХОДЯЩИЕСЯ,
ПРЕДВАРИТЕЛЬНО РАЗДЕЛЕННЫЕ ПОТОКИ**

Рассмотрена полумарковская модель многопоточной асинхронной автоматизированной линии специфической структуры, содержащей сходящиеся, предварительно разделенные потоки. Модель построена на основе итерационного подхода.

Ключевые слова: итерационная модель, полумарковский процесс, гибкая автоматизированная линия, поток деталей.

Асинхронные линии на сегодняшний день являются одним из наиболее мощных средств автоматизации производства, поэтому вопросы, связанные с оценкой и повышением их производительности, являются актуальными.

Из литературы известны различные подходы к построению марковских и полумарковских моделей автоматизированных линий [1,2]. Известна марковская модель автоматизированной линии [1]. Однако полумарковские модели для линий такой структуры отсутствуют.

Целью статьи является построение итерационной полумарковской модели многопоточной автоматизированной линии (МАЛ), содержащей сходящиеся, предварительно разделенные потоки.

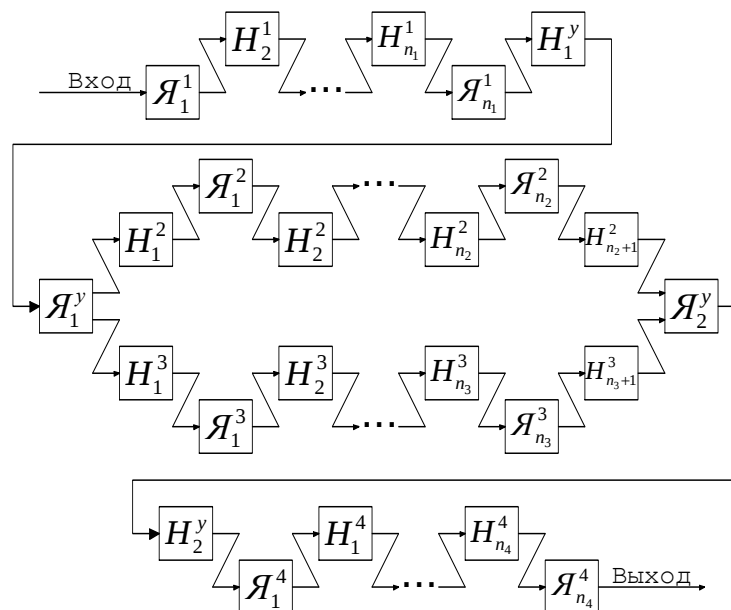


Рисунок 1 – Структура МАЛ, содержащей сходящиеся, предварительно разделенные потоки

Возможный вариант структуры МАЛ, при котором потоки сначала расходятся, а потом сходятся, представлен на рисунке 1. МАЛ состоит из ячеек и накопителей, которые обозначены буквами $Я$ и H с соответствующими индексами, смысл которых понятен из текста и рисунков. Расчет параметров МАЛ с такой структурой несколько отличается от рассмотренного в [1], но также базируется на методе вложенных итераций.

Используя подход, предложенный в [2], свернем ветви 1 – 4 и разделим МАЛ на три части, как это показано на рисунке 2.

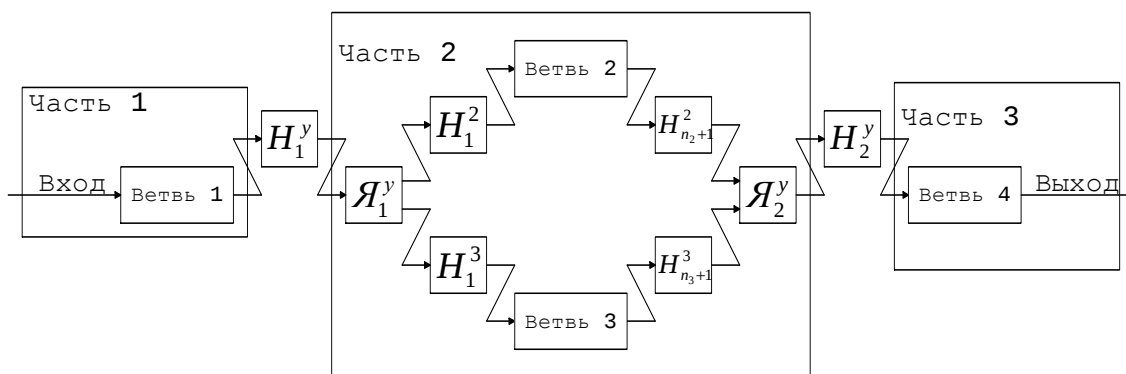


Рисунок 2 – Структура МАЛ со свернутыми ветвями

Части МАЛ 1 – 3 соединены между собой узловыми накопителями H_1^y , H_2^y . Моделирование частей 1 и 3 подробно рассмотрено в [2]. Накопитель H_1^y так же как и H_2^y , назван узловым, хотя это и не соответствует определению, данному в [2] (собственно говоря, они являются выходным и входным накопителями ветвей 1 и 4 соответственно). Это сделано для удобства изложения материала.

Рассмотрим моделирование части 2, так как это вызывает наибольшие трудности. Допустим, известны длины очередей во всех накопителях, тогда возможны два варианта сворачивания части 2 МАЛ в простейший элемент (элемент, имеющий два факторных состояния) и определения его параметров: функции распределения (ФР) $F_{от}^{q2}(t)$ времени наработки на отказ и ФР $F_{в}^{q2}(t)$ времени восстановления.

1. Параметры простейшего элемента, заменяющего часть 2, определяются следующим образом. Выполняется операция последовательного сворачивания элементов однопоточной автоматизированной линии (ОАЛ), состоящей из $Я_1^y$, H_1^2 , ветви 2, $H_{n_2+1}^2$, $Я_2^y$. Ветвь 3 с присоединенными к ней накопителями H_1^3 и $H_{n_3+1}^3$ заменяется простейшим элементом при условии, что последний одновременно принимает и выдает продукцию. Полученные два простейших элемента предполагаются соединенными последовательно и сворачиваются в один, параметры которого и соответствуют параметрам части 2.

2. Параметры простейшего элемента, заменяющего часть 2, определяются следующим образом. Выполняется операция последовательного сворачивания элементов ОАЛ, состоящей из $Я_1^y$, H_1^3 , ветви 3, $H_{n_3+1}^3$, $Я_2^y$. Ветвь 2 с присоединенными к ней накопителями H_1^2 и $H_{n_2+1}^2$ заменяется простейшим элементом при условии, что последний одновременно принимает и выдает продукцию. Полученные два простейших элемента предполагаются соединенными последовательно и сворачиваются в один, параметры которого и соответствуют параметрам части 2.

Из двух вариантов выбирается тот, для которого коэффициент готовности получается наименьшим.

Решение задачи осложнено двумя моментами:

- ветви 2 и 3 начинаются и заканчиваются накопителями (такие ветви будем называть полными сопряженными ветвями);
- в накопителях ветвей 2 и 3 содержится равное число продукции (особенность технологического процесса)

$$\sum_{i=1}^{n_2+1} L_{i_2} = \sum_{j=1}^{n_3+1} L_{j_3}, \quad (1)$$

где L_{i_2} и L_{j_3} – средние длины очередей в накопителях второй и третьей ветвей соответственно.

Для разрешения трудностей, связанных с первым моментом (отсутствием для такой структуры полумарковской модели), представим, например, вторую, полную сопряженную ветвь в виде, изображенном на рисунке 3, а. Для упрощения описания накопитель H_1^2 обозначен H_1 , а $H_{n_2+1}^2$ обозначен H_2 , а полная ветвь, начинающаяся с ячейки $Я_1^2$ и заканчивающаяся $Я_{n_2}^2$, обозначена как $Я$, причем параметры $Я$ определены также, как это делалось в [2]. По аналогии с полной сопряженной ветвью, участок ветви, состоящий из двух соседних H и $Я$ между ними, называется полным сопряженным участком, граф состояний которого изображен на рисунке 3, б.

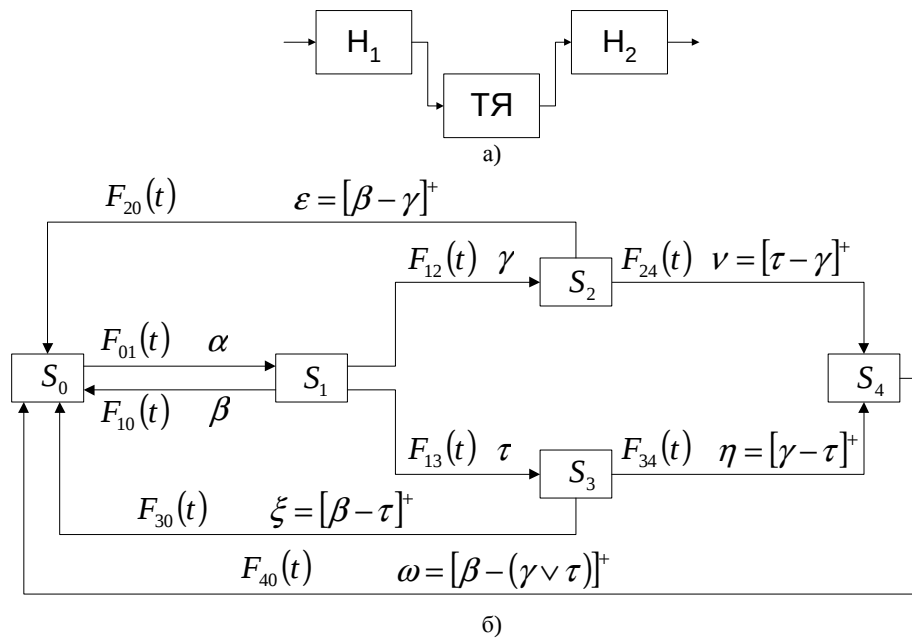


Рисунок 3 – Структура (а) и граф состояний (б) полного сопряженного участка

Состояния графа интерпретируются следующим образом

S_0 – технологическая ячейка исправна;

S_1 – $Я$ отказала, резервы времени в накопителе H_1 случайная величина (СВ) γ , а в H_2 – СВ τ ($\gamma \neq 0; \tau \neq 0$);

S_2 – $Я$ отказала, резерв времени γ в накопителе H_1 исчерпан, а в H_2 резерв есть ($\tau > \gamma$) и является СВ $[\tau - \gamma]^+$;

S_3 – $Я$ отказала, резерв времени τ в накопителе H_2 исчерпан, а в H_1 резерв есть ($\gamma > \tau$) и является СВ $[\gamma - \tau]^+$;

S_4 – $Я$ отказала, в накопителях H_1 и H_2 резервы времени исчерпаны ($\gamma = 0; \tau = 0$).

Поставим задачу следующим образом: по известным функциям (ФР) и плотностям распределений $F_{01}(t)$, $f_{01}(t)$ – времени наработки на отказ $Я$ (случайная величина (СВ) α); $F_{10}(t)$, $f_{10}(t)$ – времени восстановления $Я$ (СВ β); $F_{12}(t)$, $f_{12}(t)$ – временного запаса в накопителе H_1 (СВ γ); $F_{13}(t)$, $f_{13}(t)$ – временного запаса в накопителе H_2 (СВ τ) определить ФР времен между отказами и восстановлениями участка в целом, то есть эквивалентно заменить его простейшим элементом, имеющим два факторных состояния. Накопители предполагаются абсолютно надежными. Работоспособными являются состояния S_0 и S_1 , т.е. когда $Я$ исправна, а в случае ее отказа – только при наличии временных резервов в обоих накопителях H_1 и H_2 .

Введем следующие обозначения для ФР и плотностей распределений времен на переходах: $F_{24}(t)$, $f_{24}(t)$ для СВ $v = [\tau - \gamma]^+$, являющейся остаточным резервом времени в H_2 ; $F_{34}(t)$, $f_{34}(t)$ для СВ $\eta = [\gamma - \tau]^+$, являющейся остаточным резервом времени в H_1 ; $F_{20}(t)$, $f_{20}(t)$ для СВ $\varepsilon = [\beta - \gamma]^+$, являющейся остаточным временем до окончания восстановления $Я$ после исчерпания резерва времени γ в H_1 ; $F_{30}(t)$, $f_{30}(t)$ для СВ $\xi = [\beta - \tau]^+$, являющейся остаточным временем до окончания восстановления $Я$ после исчерпания резерва времени τ в H_2 ; $F_{40}(t)$, $f_{40}(t)$ для СВ $\omega = [\beta - (\gamma \vee \tau)]^+$, являющейся остаточным временем до окончания восстановления $Я$ после исчерпания резервов времени в обоих накопителях H_1 и H_2 . Обозначение $(\gamma \vee \tau)$ соответствует максимуму СВ γ и τ , причем ФР максимума $F_{(\gamma \vee \tau)}(t) = F_{12}(t)F_{13}(t)$.

Сущность остаточных времен поясним на примере СВ $v = [\tau - \gamma]^+$. Из состояния S_2 система с вероятностью P_{24} переходит в состояние S_4 . При этом время пребывания ее в состоянии S_2 есть остаток

$(\tau - \gamma)$, причем поскольку система попала в состояние S_2 , то $(\tau > \gamma)$. Таким образом, время пребывания системы в состоянии S_2 при условии ее перехода в S_4 есть СВ с ФР [3]:

$$F_{24}(t) = P\{\tau - \gamma \leq t \mid \tau > \gamma\}. \quad (2)$$

СВ с ФР, определяемой правой частью (2), обозначена по аналогии с [3] $v = [\tau - \gamma]^+$. Тогда

$$F_{24}(t) = \frac{\int_0^\infty (F_{13}(t+y) - F_{13}(y)) f_{12}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{13}(y) f_{12}(y) dy}. \quad (3)$$

Аналогично для остальных СВ имеем:

$$F_{34}(t) = \frac{\int_0^\infty (F_{12}(t+y) - F_{12}(y)) f_{13}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{12}(y) f_{13}(y) dy}; \quad (4)$$

$$F_{20}(t) = \frac{\int_0^\infty (F_{10}(t+y) - F_{10}(y)) f_{12}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{10}(y) f_{12}(y) dy}; \quad (5)$$

$$F_{30}(t) = \frac{\int_0^\infty (F_{10}(t+y) - F_{10}(y)) f_{13}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{10}(y) f_{13}(y) dy}; \quad (6)$$

$$F_{40}(t) = \frac{\int_0^\infty (F_{10}(t+y) - F_{10}(y)) f_{(\gamma \vee \tau)}(y) dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{10}(y) f_{(\gamma \vee \tau)}(y) dy}. \quad (7)$$

Времена пребывания в состояниях определяются из выражений:

$$\Theta_0 = \alpha;$$

$$\Theta_1 = (\beta \wedge \gamma \wedge \tau);$$

$$\Theta_2 = (\varepsilon \wedge v) = ([\beta - \gamma]^+ \wedge [\tau - \gamma]^+);$$

$$\Theta_3 = (\xi \wedge \eta) = ([\beta - \tau]^+ \wedge [\gamma - \tau]^+);$$

$$\Theta_4 = \omega = [\beta - (\gamma \vee \tau)]^+.$$

На основании времен пребывания в состояниях и выражений (3) – (7) записывается система уравнений для определения вероятностей переходов ВЦМ:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 P_{01} = 1; \\
 P_{10} = P\{\beta < (\gamma \wedge \tau)\} = \int_0^{\infty} \bar{F}_{12}(t) \bar{F}_{13}(t) f_{10}(t) dt; \\
 P_{12} = P\{\beta > (\gamma \wedge \tau)\} \cdot P\{\gamma < \tau\} = P\{\beta > \gamma\} \cdot P\{\gamma < \tau\} = \int_0^{\infty} \bar{F}_{10}(t) f_{12}(t) dt \cdot \int_0^{\infty} \bar{F}_{13}(t) f_{12}(t) dt; \\
 P_{13} = P\{\beta > (\gamma \wedge \tau)\} \cdot P\{\tau < \gamma\} = P\{\beta > \tau\} \cdot P\{\tau < \gamma\} = \int_0^{\infty} \bar{F}_{10}(t) f_{13}(t) dt \cdot \int_0^{\infty} \bar{F}_{12}(t) f_{13}(t) dt; \\
 P_{20} = P\{\varepsilon < \nu\} = P\{\beta - \gamma\}^+ < [\tau - \gamma]^+ = \int_0^{\infty} \bar{F}_{20}(t) f_{24}(t) dt; \\
 P_{30} = P\{\xi < \eta\} = P\{\beta - \tau\}^+ < [\gamma - \tau]^+ = \int_0^{\infty} \bar{F}_{30}(t) f_{34}(t) dt; \\
 P_{24} = 1 - P_{20}; \\
 P_{34} = 1 - P_{30}; \\
 P_{40} = 1.
 \end{array} \right. \quad (8)$$

Стационарное распределение вложенной цепи Маркова (ВЦМ) определяется на основании (8) из системы уравнений [4]

$$\rho_k = \sum_{r \in E} \rho_r P_{rk},$$

причем $\sum_k \rho_k = 1$.

Для рассматриваемой системы стационарное распределение ВЦМ определяется из выражений

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \rho_0 = \rho_1 P_{10} + \rho_2 P_{20} + \rho_3 P_{30} + \rho_4 P_{40}; \\
 \rho_1 = \rho_0 P_{01}; \\
 \rho_2 = \rho_1 P_{12}; \\
 \rho_3 = \rho_1 P_{13}; \\
 \rho_4 = \rho_2 P_{24} + \rho_3 P_{34}, \\
 \sum_{i=0}^4 \rho_i = 1,
 \end{array} \right. \quad (9)$$

а нормировочное условие имеет вид: $\sum_{i=0}^4 \rho_i = 1$.

Решая систему (9), получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \rho_0 = \frac{1}{1 + P_{01} + P_{01}P_{12} + P_{01}P_{13} + P_{01}P_{12}P_{24} + P_{01}P_{13}P_{34}}; \\
 \rho_1 = \rho_0 P_{01}; \\
 \rho_2 = \rho_0 P_{01}P_{12}; \\
 \rho_3 = \rho_0 P_{01}P_{13}; \\
 \rho_4 = \rho_0 P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34}).
 \end{array} \right. \quad (10)$$

Стационарное распределение ПМП определяется по формулам [4]:

$$\pi_k = \frac{\rho_k \bar{\Theta}_k}{\bar{\Theta}}; \quad \bar{\Theta} = \sum_{k \in E} \rho_k \bar{\Theta}_k = \rho_0 (\bar{\Theta}_0 + P_{01} \bar{\Theta}_1 + P_{01} P_{12} \bar{\Theta}_2 + P_{01} P_{13} \bar{\Theta}_3 + P_{01} (P_{12} P_{24} + P_{13} P_{34}) \bar{\Theta}_4).$$

Для рассматриваемой системы стационарное распределение ПМП на основании (10) имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \pi_0 &= \frac{\bar{\Theta}_0}{\bar{\Theta}_0 + P_{01}\bar{\Theta}_1 + P_{01}P_{12}\bar{\Theta}_2 + P_{01}P_{13}\bar{\Theta}_3 + P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34})\bar{\Theta}_4}; \\ \pi_1 &= \frac{P_{01}\bar{\Theta}_1}{\bar{\Theta}_0 + P_{01}\bar{\Theta}_1 + P_{01}P_{12}\bar{\Theta}_2 + P_{01}P_{13}\bar{\Theta}_3 + P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34})\bar{\Theta}_4}; \\ \pi_2 &= \frac{P_{01}P_{12}\bar{\Theta}_2}{\bar{\Theta}_0 + P_{01}\bar{\Theta}_1 + P_{01}P_{12}\bar{\Theta}_2 + P_{01}P_{13}\bar{\Theta}_3 + P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34})\bar{\Theta}_4}; \\ \pi_3 &= \frac{P_{01}P_{13}\bar{\Theta}_3}{\bar{\Theta}_0 + P_{01}\bar{\Theta}_1 + P_{01}P_{12}\bar{\Theta}_2 + P_{01}P_{13}\bar{\Theta}_3 + P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34})\bar{\Theta}_4}; \\ \pi_4 &= \frac{P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34})\bar{\Theta}_4}{\bar{\Theta}_0 + P_{01}\bar{\Theta}_1 + P_{01}P_{12}\bar{\Theta}_2 + P_{01}P_{13}\bar{\Theta}_3 + P_{01}(P_{12}P_{24} + P_{13}P_{34})\bar{\Theta}_4}. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Полумарковские ядра определяются из выражений [4]:

$$\left\{ \begin{aligned} Q_{01}(t) &= F_{01}(t); \\ Q_{10}(t) &= \int_0^\infty F_{10}(t) f_{(\gamma \vee \tau)}(t) dy = \int_0^\infty \bar{F}_{(\gamma \vee \tau)}(t) f_{10}(t) dy; \\ Q_{12}(t) &= \int_0^\infty \bar{F}_{10}(t) f_{12}(t) dy \cdot \int_0^\infty \bar{F}_{13}(t) f_{12}(t) dy = \int_0^\infty \bar{F}_{10}(t) f_{12}(t) dy \cdot P\{\tau > \gamma\}; \\ Q_{13}(t) &= \int_0^\infty \bar{F}_{10}(t) f_{13}(t) dy \cdot \int_0^\infty \bar{F}_{12}(t) f_{13}(t) dy = \int_0^\infty \bar{F}_{10}(t) f_{13}(t) dy \cdot P\{\gamma > \tau\}. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Разделим все множество состояний $E = (S_0, S_1, S_2, S_3, S_4)$ на два подмножества: $E_+ = (S_0, S_1)$ и $E_- = (S_2, S_3, S_4)$. Множество E_+ соответствует состояниям участка, при которых он может и принимать и выдавать продукцию, а E_- – соответственно не может либо принимать, либо выдавать продукцию, либо и то и другое. Таким образом, задача состоит в том, чтобы определить ФР времени пребывания участка в подмножествах E_+ и E_- , причем, относительно последнего заметим, что ФР не должна зависеть от начального состояния, в которое попадает система при переходе из E_+ в E_- .

Для указанной процедуры целесообразно укрупнить граф, заменив всё подмножество E_- одним состоянием и определив полумарковское ядро $Q(t, S_1, E_-) = Q_{1E_-}(t)$:

$$\begin{aligned} Q_{1E_-}(t) &= Q_{12}(t) + Q_{13}(t) = \\ &= \int_0^\infty \bar{F}_{10}(t) f_{12}(t) dy \cdot P\{\tau > \gamma\} + \int_0^\infty \bar{F}_{10}(t) f_{13}(t) dy \cdot P\{\gamma > \tau\} = \int_0^\infty \bar{F}_{10}(y) f_{(\gamma \vee \tau)}(y) dy. \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда граф примет вид, изображенный на рисунке 4. Структуры с такими графами состояний рассмотрены в [1,2] и называются основным и сопряженным участками. Основным называется участок содержащий ячейку и предыдущий накопитель. Сопряженным – ячейку и последующий накопитель.

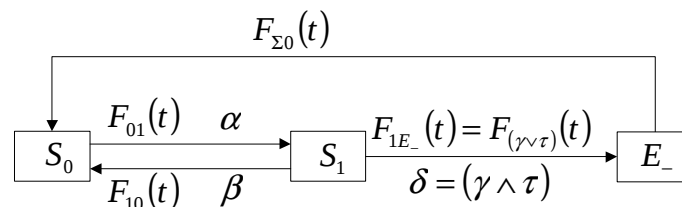


Рисунок 4 – Укрупненный граф состояний полного сопряженного участка

ФР $F_{S0}(t)$ определяется на основании (11) как взвешенная сумма ФР $F_{20}(t)$, $F_{30}(t)$, $F_{40}(t)$, по аналогии с тем, как это делалось в [1] при определении суммарной интенсивности отказов, и имеет вид:

$$F_{S0}(t) = \frac{\pi_2}{\pi_2 + \pi_3 + \pi_4} F_{20}(t) + \frac{\pi_3}{\pi_2 + \pi_3 + \pi_4} F_{30}(t) + \frac{\pi_4}{\pi_2 + \pi_3 + \pi_4} F_{40}(t). \quad (13)$$

Коэффициенты перед $F_{20}(t)$, $F_{30}(t)$, $F_{40}(t)$ являются условными вероятностями того, что находясь в подмножестве E_- система пребывает в состоянии S_2 , S_3 или S_4 соответственно. Система, описываемая таким графом, рассмотрена в [2]. Уравнения марковского восстановления для пребывания в подмножестве E_+ , записанные с помощью (12), (13), имеют вид:

$$\begin{cases} \varphi_0(t) = \int_0^t \varphi_0(t-x) f_{01}(x) dx; \\ \varphi_1(t) = \int_0^t \varphi_0(t-x) \bar{F}_{(\gamma \wedge \tau)}(x) f_{10}(x) dx + \int_0^t \bar{F}_{10}(x) f_{(\gamma \wedge \tau)}(x) dx. \end{cases}$$

Из [2] известно решение данной системы:

$$\varphi_0(t) = \int_0^t F_{01}(t-x) \bar{F}_{10}(x) f_{(\gamma \wedge \tau)}(x) dx + \int_0^t h(t-x) dx \int_0^x F_{01}(x-y) \bar{F}_{10}(y) f_{(\gamma \wedge \tau)}(y) dy, \quad (14)$$

где $h(x) = \sum_{n=1}^{\infty} [f_{01} * (\bar{F}_{(\gamma \wedge \tau)} \cdot f_{10})]^{*(n)}(x)$.

ФР времени восстановления участка (системы), определяется по (13), при подстановке в нее выражений (5) – (7). В виду громоздкости указанные выражения в статье не приводятся.

Подводя итог проделанным выкладкам, можно сделать вывод: выражения (13), (14) позволяют определить ФР времен наработки на отказ и восстановления участка в целом, т.е. эквивалентно заменить его простейшим элементом, имеющим два факторных состояния.

Таким образом, необходимые параметры ветви 2, так же как и 3, определены и коэффициент готовности МАЛ, а также ФР времен между событиями в ее потоках отказов и восстановлений, при известных длинах очередей в накопителях, находятся при помощи операции последовательного сворачивания двух простейших элементов, первый из которых эквивалентно заменяет ОАЛ, состоящую из Y_1^y , H_1^2 , Ветви 2, $H_{n_2+1}^2$, Y_2^y , а второй – полную сопряженную ветвь 3.

При втором варианте определения параметров МГАЛ, сворачиваются два, соединенных последовательно простейших элемента, один из которых заменяет ОГАЛ, состоящую из Y_1^y , H_1^3 . Ветви 3, $H_{n_3+1}^3$, Y_2^y , а второй – полную сопряженную ветвь 2.

Далее, как указывалось выше, из двух вариантов выбирается тот, для которого получается наименьший коэффициент готовности.

Перейдем к рассмотрению второго момента, усложняющего задачу условием (1). Допустим, например, что суммарная емкость накопителей ветви 2 значительно меньше суммарной емкости накопителей ветви 3. Применим метод вложенных итераций для расчета заделов продукции в накопителях.

На нулевой итерации рассчитывается ОАЛ, состоящая из Y_1^y , H_1^2 , Ветви 2, $H_{n_2+1}^2$, Y_2^y (ОАЛ1), а потом – ОАЛ, состоящая из Y_1^y , H_1^3 , Ветви 3, $H_{n_3+1}^3$, Y_2^y (ОАЛ2). В результате нулевой итерации получаются начальные приближения значений длин очередей в накопителях.

На первой итерации рассчитываются параметры ОАЛ1 с учетом присоединенной к ее входной Y_1^y и выходной Y_2^y ячейкам ветви 3 через накопители H_1^3 и $H_{n_3+1}^3$ соответственно. Учитывая, что ветвь 3 уже заменена (свернута) простейшим элементом, то она совместно с накопителем H_1^3 образует основной, а совместно с накопителем $H_{n_3+1}^3$ сопряженный участки (терминология из [1,2]), которые совместно с ячейками Y_1^y и Y_2^y последовательно сворачиваются (рисунок 5), как это описано в [1,2]. Отметим, что в [1] рассмотрено сворачивание частей ОАЛ и МАЛ по принципу наихудшего элемента, но так как это не имеет принципиального значения, данный принцип не будет затрагиваться, а просто отметим, что он применим и в данном случае.

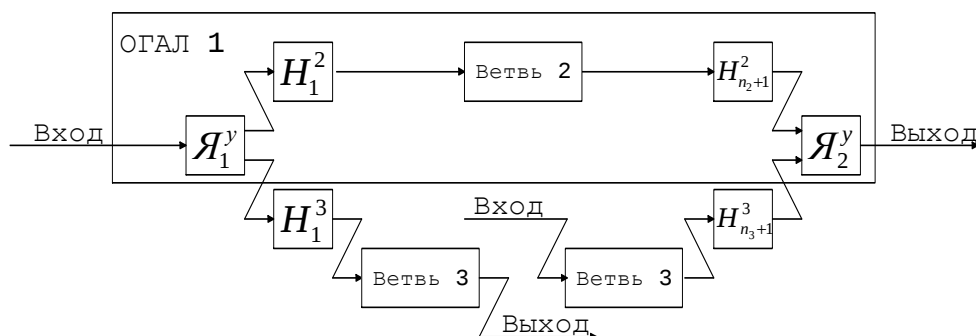


Рисунок 5 – Схема расчета параметров ОГЛ1 части 2 МАЛ

На этой же итерации аналогично рассчитываются параметры ОГЛ2 (рисунок 6).

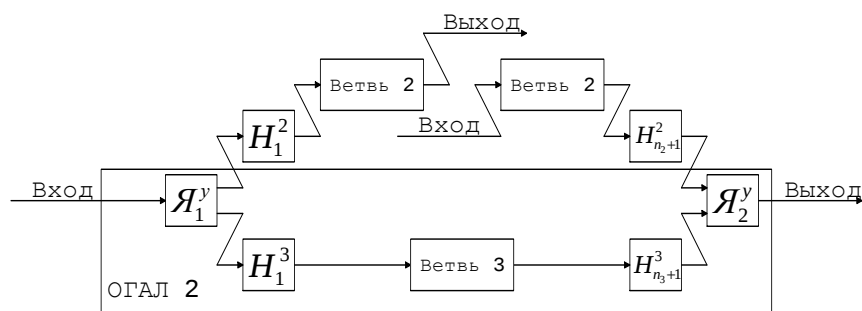


Рисунок 6 – Схема расчета параметров ОГЛ2 части 2 МАЛ

Далее итерации повторяются до тех пор, пока колебания параметров от итерации к итерации не станут меньше заданной величины.

Рассмотренный алгоритм расчета не учитывает условия (1).

Принимая во внимание допущение, введенное ранее, имеем:

$$\sum_{i=1}^{n_2+1} L_{i_2} < \sum_{j=1}^{n_3+1} L_{j_3} . \quad (15)$$

Таким образом, видно, что для выполнения условия (1) суммарное число продукции в накопителях полной сопряженной ветви 3 должно быть ограничено суммарным числом продукции в накопителях полной сопряженной ветви 2. Данная ситуация аналогична поступлению на полную сопряженную ветвь 3 разреженного потока продукции. Для учета этого обстоятельства воспользуемся следующим формальным приемом: при расчете параметров ОАЛ2 (только ОАЛ2!) время обслуживания на $Я_1^y$, которая является входным элементом ОАЛ2, будем подбирать (увеличивать его математическое ожидание) так, чтобы выполнялось условие (1). Таким образом, внутри каждой рассмотренной итерации (можно исключить нулевую) вводятся дополнительные итерации для определения времени обслуживания на указанном входном эквивалентном элементе, обеспечивающем выполнение условия (1). При подборе указанного параметра можно пользоваться как простым перебором значений с постоянным шагом в сторону увеличения, так и любым из прямых методов оптимизации. Если в выражении (15) знак $<$ изменен на $>$, то соответствующим образом изменяется время обслуживания на $Я_1^y$, когда она является входным элементом ОАЛ1 (только ОАЛ1!).

Отметим, что вместо пошагового увеличения математического ожидания времени обслуживания на входном эквивалентном элементе, можно использовать p -разрежение потока продукции, поступающей на накопители H_1^2 или H_1^3 . Параметр разрежения p также необходимо искать итерационно. В этом случае ФР $G_p(t)$ между событиями в потоке продукции, поступающем на накопитель H_1^2 или H_1^3 после ячейки $Я_1^y$, определяется по формуле

$$G_p(t) = p\varphi(t) + p \sum_{n=1}^{\infty} (1-p)^n \varphi^{*(n)}(t),$$

где $\varphi(t)$ – функция распределения времени между событиями в непрореженном потоке продукции, сформированном после ячейки J_1^y ; p – вероятность, с которой заявка остается в прореженном потоке событий; $^*(n)$ – обозначение операции свертки порядка n .

Остальные операции по моделированию МАЛ рассматриваемой структуры аналогичны операциям, описанным в [2].

На этом описание модели рассматриваемой структуры заканчивается, а параметры МАЛ определяются для случая, как указывалось ранее, при котором коэффициент готовности наименьший.

Построенная полумарковская модель расширяет количество структур, для которых разработаны вероятностно-аналитические модели.

Дальнейшие исследования будут связаны с построением моделей на основе рассмотренного подхода для линий с не исследованными структурами. Кроме этого следует отметить, что для более точного решения поставленной задачи необходимо определить ФР пребывания полного сопряженного участка в подмножествах состояний $\{S_0, S_1, S_2\}$ и $\{S_0, S_1, S_3\}$, при этом необходимо составить и решить систему из трех интегральных уравнений.

Библиографический список

1. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2000. — 284 с.
2. Копп В.Я. Моделирование автоматизированных линий / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. — 240 с.
3. Королюк В.С. Математические основы фазового укрупнения сложных систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. — К.: Наук. думка, 1978. — 217 с.
4. Королюк В.С. Стохастические модели систем / В.С. Королюк. — К.: Наук. думка, 1989. — 208 с.

Поступила в редакцию 17.02.2010 г.