

УДК 621.71.027

О.В. Хромов*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАТЯЖЕНИЯ ДЛИННОМЕРНОГО ИЗДЕЛИЯ В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕМОТКИ С УЧЕТОМ ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ**

Приведены результаты построения и экспериментальной проверки математической модели вынужденных колебаний технологического натяжения длинномерного изделия в процессе перематки с учетом внутреннего демпфирования.

Ключевые слова: математическое моделирование, вынужденные колебания, длинномерное изделие, демпфирующие свойства, внутреннее трение, перематка.

Теоретический анализ колебаний технологического натяжения длинномерного изделия в процессе перематки связан с решением двух основных задач. Первая касается предотвращения резонансных явлений в намоточном станке, для этого выполняется расчет собственных частот колебаний. При решении этой задачи достаточно использовать модель системы с идеально упругими связями без учета внутреннего демпфирования, т.е. процессов рассеяния, протекающих внутри перематываемого длинномерного изделия (провода, пряжи), в материале катушки, в подшипниковых опорах и других элементах намоточного станка.

Не менее важной является вторая задача – расчет амплитуд вынужденных колебаний системы. Данный расчет необходим, если, по тем или иным причинам, намоточное устройство должно эксплуатироваться в околорезонансных режимах или периодически проходить через область резонанса. При этом процессы рассеяния энергии, как показал предварительный анализ, могут оказывать существенное влияние на характеристики околорезонансных колебаний. В известных работах [1, 2] данный вопрос не обсуждался и остается актуальным. На кафедре технической механики и машиноведения СевНТУ в последние годы ведутся исследования по данному направлению, отдельные результаты которых приведены в [3, 4].

Целью статьи является экспериментальная проверка математической модели вынужденных колебаний технологического натяжения в процессе перематки с учетом внутреннего демпфирования системы.

Принципиальная и расчетная схемы механической системы (лабораторный стенд, имитирующий работу намоточного станка) изображены на рисунке 1. Питающая катушка 1 размещена на валу 2, смонтированном на подшипниковых опорах 3. Свободный конец намотанного на катушку 1 длинномерного изделия 4 жестко закреплен. Для создания начального технологического натяжения изделия служит фрикционная муфта 5. Один из дисков фрикционной муфты установлен на валу двигателя и вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = \frac{v_0}{r}$ (r – радиус сматывания проволоки с катушки). Катушка 1 с валом 2 могут совершать крутильные колебания около положения статического равновесия, в результате чего изменяется натяжение изделия. В лабораторном стенде изменение натяжения фиксируется с помощью роликового измерительного устройства 6. Стенд оборудован кулачковым механизмом 7, реализующим схему кинематического возбуждения.

На основании анализа расчетной схемы по рисунку 1, б составлено следующее дифференциальное уравнение вынужденных крутильных колебаний катушки, а также функция для определения переменного натяжения длинномерного изделия (сила упругости):

$$J\ddot{\varphi} = M_y + M_0 - M_{mn} - M_{m\phi} = if(\varphi < 0, 0, -c \cdot r \cdot (r \cdot \varphi + \Delta) - M_0 \cdot \text{sign}(\omega - \omega_0) - r \cdot (B_{1n} \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) + B_{2n} \cdot \dot{\varphi} \cdot r + B_{3n} \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot r^2) - (C_1 \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) + C_2 \cdot \dot{\varphi} + C_3 \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) \cdot \dot{\varphi}^2), \quad (1)$$

$$F_y(\varphi, t) = if(\varphi < 0, 0, -c \cdot (r \cdot \varphi(t) + \Delta)), \quad (2)$$

где M_y – функция для момента силы упругости, учитывающая, что длинномерное изделие представляет одностороннюю упругую связь; M_0 – момент трения муфты; M_{mn} – приведенный момент силы внутреннего трения перематываемого изделия; B_{1n} – коэффициенты внутреннего трения перематываемого изделия; $M_{m\phi}$ – приведенный момент силы внутреннего трения опорного узла с катушкой; C_i – коэффициенты внутреннего трения опорного узла с катушкой; Δ – удлинение изделия за счет вертикального перемещения точки А в кулачковом механизме (кинематическое возбуждение).

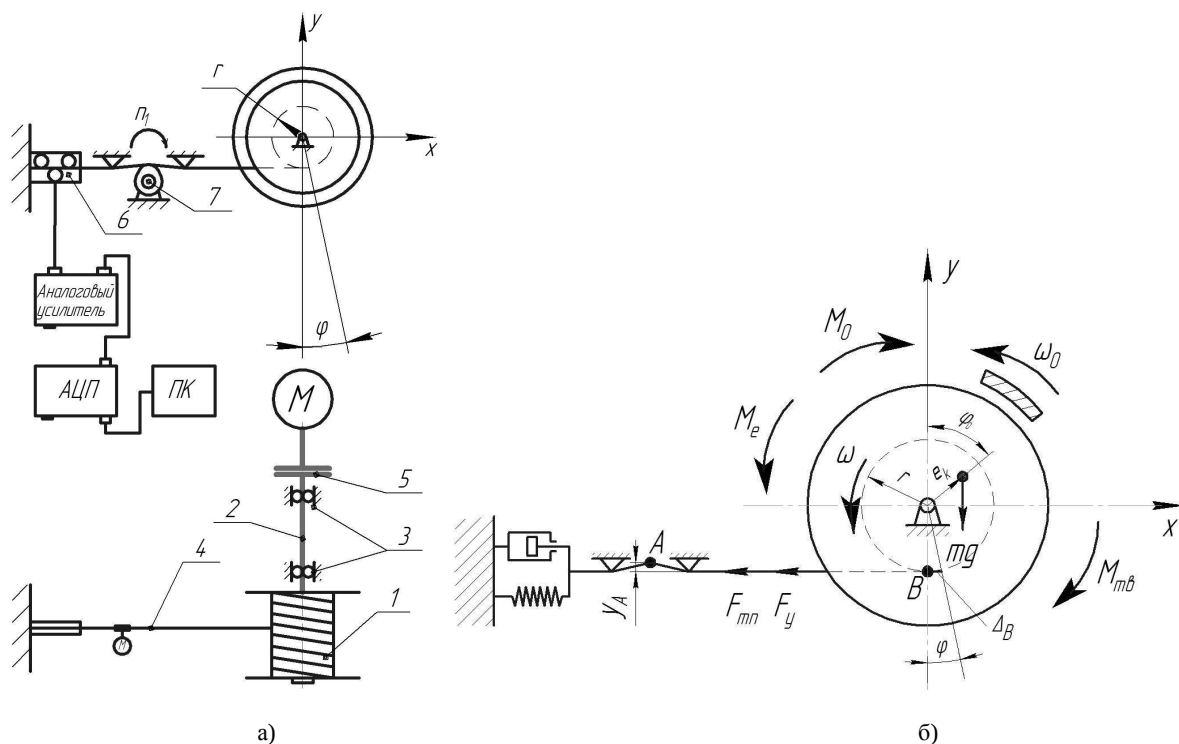


Рисунок 1 – Принципиальная (а) и расчетная (б) схемы лабораторного стенда

В реальном процессе перематки функция кинематического возбуждения Δ обусловлена неровностью поверхности сматывания и имеет сложный импульсный характер. В лабораторном эксперименте принят вариант кинематического возбуждения, наиболее просто реализуемый с помощью кулачкового механизма. Данный механизм обеспечивает периодическое изменение деформации удлинения перематываемого изделия в соответствии с функцией

$$\Delta = a \cdot \left(1 - \sin^s \left(\frac{\omega_1 \cdot t}{2} \right) \right), \quad (3)$$

где a – амплитуда деформации; $\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}$ – угловая скорость вращения кулачка; s – четный показатель степени, зависящий от геометрии кулачка.

График изменения деформации согласно формуле (3) показан на рисунке 2.

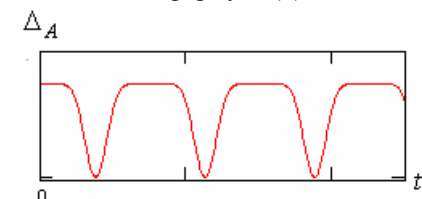


Рисунок 2 – Пример графика функции (3)

Численное решение нелинейного дифференциального уравнения (1) и построение расчетных осциллограмм функции (2) можно выполнить с использованием известных математических пакетов.

Для проверки эффективности и адекватности принятой математической модели колебаний проведены лабораторные эксперименты в соответствии со следующей методикой:

- 1) катушка 1 заполняется тонкой проволокой или спиральным канатом (рисунок 1);
- 2) после включения двигателя с помощью фрикционной муфты 5 создается начальное технологическое натяжение изделия F_0 ;

3) в установившемся режиме работы основного двигателя, когда катушка 1 находится в состоянии статического равновесия, на компьютерном осциллографе фиксируется нулевое положение осциллограммы.

После включения двигателя с кулачком 7 катушка 1 совершает вынужденные крутильные колебания. При фиксированном значении частоты вращения кулачка n_1 в режиме реального времени

записываются и отображаются показания роликового измерителя технологического натяжения (в виде осциллограммы).

Рассмотрен пример колебаний системы для перематываемого изделия в виде тонкой стальной пряжи конструкции (1+6+12) диаметром 1,02 мм. Начальное технологическое натяжение равно $F_0 = 30$ Н. В эксперименте использована стандартная питающая катушка с наружным диаметром 200 мм [5]: осевой момент инерции катушки с валом $J = 0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, текущее значение радиуса сматывания $r = 0,045$ м, собственная частота крутильных колебаний катушки $k = 54,15 \text{ с}^{-1}$ (или $n = \frac{30k}{\pi} = 517$ об/мин), период собственных колебаний $T = 0,116$ с, значения коэффициентов трения для упругой связи и системы: $B_{1n} = 0,0034$, $B_{2n} = 7$, $B_{3n} = 172$, $C_1 = 5,697 \cdot 10^{-3}$, $C_2 = 0,152$, $C_3 = 0,087$. Значения указанных коэффициентов трения получены на основе лабораторных экспериментов, описанных в [3, 4].

Численное решение уравнения (1) и построение расчетных осциллограмм функции (2) выполняли в MathCAD. Результаты исследований представлены на рисунках 3 – 6 в виде экспериментальных и расчетных осциллограмм вынужденных колебаний при скорости вращения кулачка в диапазоне $n_1 = 120 \div 1500$ об/мин (частота кинематического возбуждения).

Из сравнительного анализа графиков на рисунках 3 – 6 следует, что в исследуемом диапазоне частоты кинематического возбуждения расчетные осциллограммы вынужденных колебаний соответствуют экспериментальным как по внешнему виду, так и по величине периода и амплитуды колебаний.

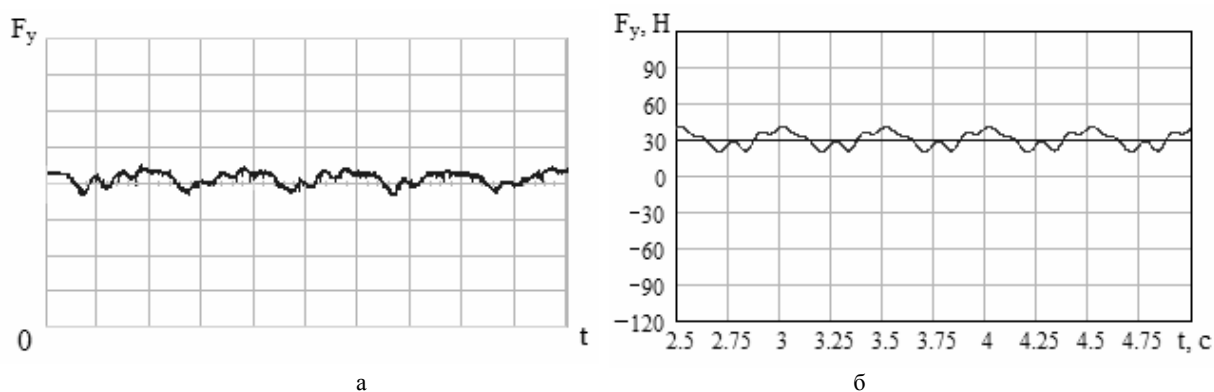


Рисунок 3 – Осциллограммы колебаний натяжения пряжи при $n_1 = 120$ об/мин:

а – экспериментальная; б – расчетная

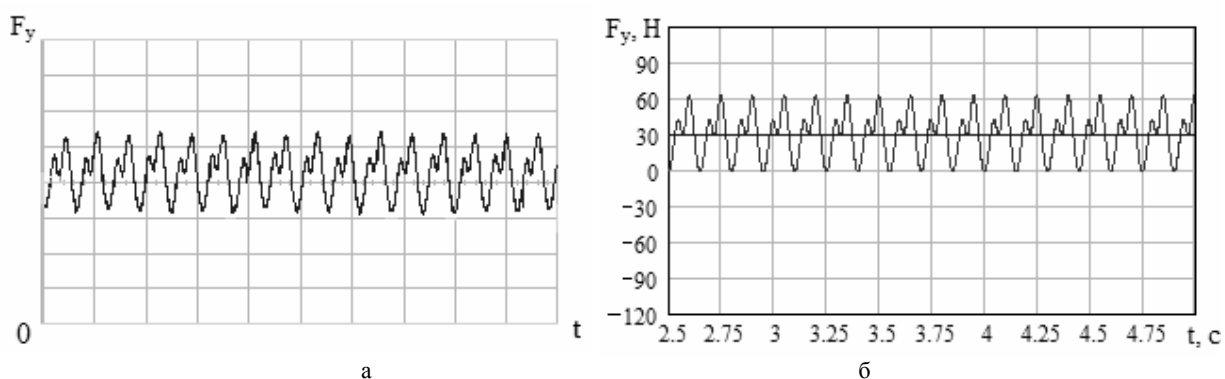
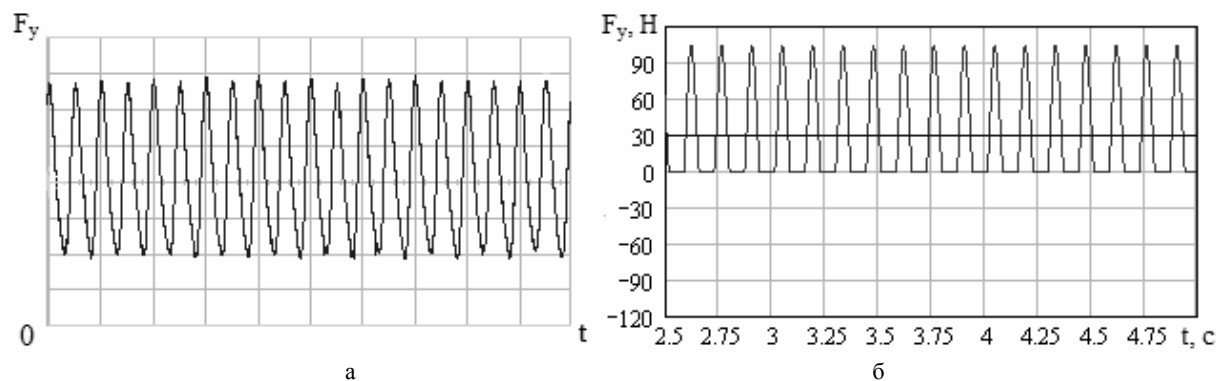


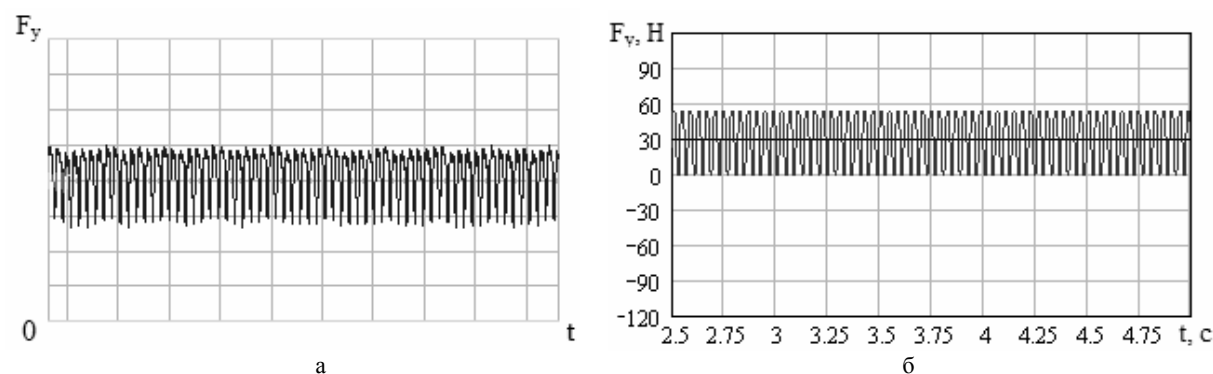
Рисунок 4 – Осциллограммы колебаний натяжения пряжи при $n_1 = 400$ об/мин:

а – экспериментальная; б – расчетная

Частичное расхождение осциллограмм на рисунок 5 можно объяснить следующим образом. Перематываемое изделие является односторонней упругой связью, поэтому расчетный график изменения натяжения всегда расположен выше нулевой линии (положительное натяжение), т.е. при больших амплитудах колебаний в нижней части график принимает ломаный вид (рисунок 5, б). Экспериментальный же график изменения натяжения (рисунок 5, а) имеет симметричный характер в силу инерции роликового измерительного устройства.

Рисунок 5 – Осциллограммы околорезонансных колебаний натяжения пряжи, $n_1 = 550$ об/мин:

а – экспериментальная; б – расчетная

Рисунок 6 – Осциллограммы колебаний натяжения пряжи при $n_1 = 1500$ об/мин:

а – экспериментальная; б – расчетная

Вывод. Отклонение расчетных и экспериментальных параметров колебаний натяжения составляет: в пределах 2 % для периода колебаний и не более 5 % для амплитуды. Это свидетельствует о том, что выбранная математическая модель и экспериментальные значения коэффициентов внутреннего трения B_{in} , C_i адекватно отражают реальный процесс вынужденных колебаний в системах перемотки и могут быть рекомендованы для практического использования. Полученные результаты предполагается использовать в том числе для анализа нестационарных режимов работы намоточного оборудования, что и является целью дальнейших исследований.

Бibliографический список

1. Бохонский А.И. Колебания катушек в канатовьюющих машинах / А.И. Бохонский, Е.В. Хромов // Динамика и прочность машин. Вестник НТУ ХПИ. — Харьков, 2001. — № 25. — С. 53–56.
2. Хромов Е.В. Вынужденные колебания объекта с фрикционной связью / Е.В. Хромов, А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. — Севастополь, 2006. — № 75. — С. 40–44.
3. Хромов О.В. Экспериментальные исследования характеристик внутреннего трения стальных спиральных канатов и проволоки / О.В. Хромов // Труды Одесского политехнического университета. — 2009. — Вып. 1 (31). — С. 32–35.
4. Хромов О.В. Экспериментальные исследования характеристик внутреннего демпфирования питающего устройства намоточного станка / О.В. Хромов, Н.В. Клипаков // Вестник Западно-украинского национального университета имени Владимира Даля: научный журнал. — Луганск, 2009. — № 12. — С. 120–123.
5. Букштейн М.А. Производство и использование стальных канатов / М.А. Букштейн. — М.: Металлургия, 1973. — 360 с.

Поступила в редакцию 27.05.2010 г.