

УДК 618.718.4

В.В. Волков, аспирант,**М.И. Калинин, доцент, канд. техн. наук,***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: victorius86@bk.ru***ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЙ ГОЛОВКИ ЭНДОПРОТЕЗА
ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ**

При оценке работоспособности имплантов, применяемых для восстановления функций суставов человека, актуальной задачей является оценка устойчивости элементов их конструкций. Рассмотрен однополюсный эндопротез тазобедренного сустава с полый тонкостенной головкой в виде сферической оболочки и дана оценка ее устойчивости под действием внешней нагрузки.

Ключевые слова: *эндопротез, головка эндопротеза, сферическая оболочка, устойчивость.*

При лечении заболеваний тазобедренного сустава человека часто используются имплантаты, называемые эндопротезами, среди которых различают два основных типа: однополюсные и тотальные. Однополюсные эндопротезы чаще всего используются при лечении больных преклонного возраста и конструктивно представляют собой совместно соединенные головку и ножку. При этом в традиционных конструкциях головки представляют собой цельнометаллические сферические тела. Таким образом, их масса в несколько раз превышает массу естественной головки тазобедренного сустава. Это приводит к различным негативным последствиям у пациентов в послеоперационный период. С целью повышения качества жизни пациентов, улучшения условий их реабилитации в СевНТУ разработана новая конструкция однополюсного эндопротеза тазобедренного сустава, содержащего полую сферическую головку [1], масса которой приближена к естественной массе головки тазобедренного сустава.

Трехмерная модель эндопротеза представлена на рисунке 1.

Оценки напряженно-деформированного состояния элементов данного эндопротеза, выполненные методом конечных элементов [2], позволили сделать вывод о том, что его прочность сравнима с прочностью эндопротезов традиционных конструкций. Однако остается открытым вопрос об устойчивости сферической тонкостенной головки эндопротеза под действием внешней нагрузки, исследование которого и является целью и предметом данной работы.

В [2] показано, что внешняя нагрузка распределена по большей части поверхности головки. Это распределение не является равномерным, но при оценке устойчивости головки, в первом приближении, можно принять его таковым. Следовательно, модель головки может быть принята в виде тонкостенной сферической оболочки, жестко закрепленной по окружности ниже диаметральной плоскости и находящейся под действием равномерно распределенной по малой поверхности нагрузки.

Решение подобной задачи в случае распределенной нагрузки впервые получено Рейсснером [3]. Известны также другие решения [4, 5]. Согласно результатам, полученным в упомянутых источниках в рамках линейной теории изотропных оболочек, уравнения равновесия сферической оболочки записываются в следующем виде:

$$\left(\Delta + \frac{2}{R^2}\right) \left[D \left(\Delta + \frac{1+\nu}{R^2} \right) \omega - \frac{1}{R} \left(1 - \frac{h^2}{5(1-\nu)} \Delta \right) \Phi \right] = \left[1 - \frac{(2-\nu)h^2}{10(1-\nu)} \Delta \right] Z, \quad (1)$$

$$\left(\Delta + \frac{2}{R^2}\right) \left[\frac{1}{Eh} \left(\Delta + \frac{1+\nu}{R^2} \right) \Phi + \frac{\omega}{R} \right] = -\frac{\nu}{2E} \Delta Z,$$

где $\Delta = \frac{1}{l^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$ – оператор Лапласа; $x = \frac{\bar{x}}{l}, y = \frac{\bar{y}}{l}$ – безразмерные декартовы прямоугольные

координаты; l – характерный геометрический размер; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – вспомогательная переменная; Φ

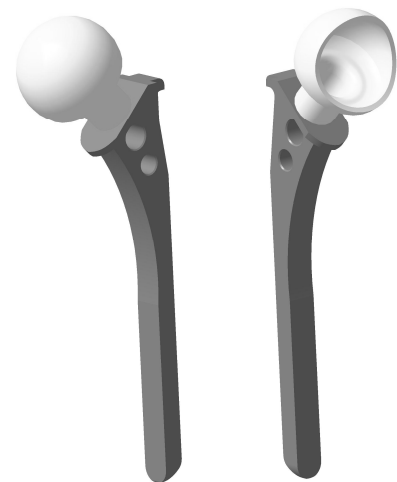


Рисунок 1 – Модель однополюсного эндопротеза тазобедренного сустава с полый головкой

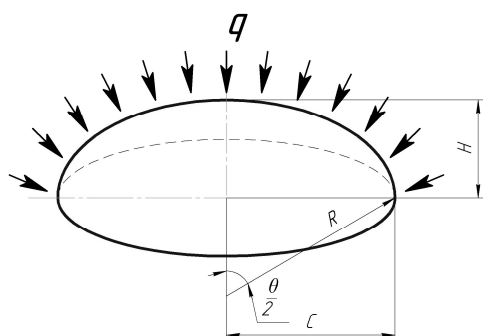


Рисунок 2 – Расчетная схема сферической оболочки, нагруженной равномерно распределенным давлением q

– функция напряжений.

Расчетная схема для исследования устойчивости оболочки представлена рисунком 2.

Параметры сферической оболочки выбраны следующие:

- модуль Юнга $E = 1,1 \cdot 10^{11}$ Па;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$;
- толщина оболочки $h = 0,0015$ м;
- радиус оболочки $R = 0,025$ м;
- внешняя нагрузка $F = 1000$ Н.

Как известно из работы [6], уравнение линейной изотропной оболочки в перемещениях записывается следующим образом:

$$D\nabla^6\omega + \frac{Eh}{R^2}\nabla^2\omega = \nabla^2q_z, \quad (2)$$

где $\nabla^2 = l^2\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа; $\nabla^6 = \nabla^2\nabla^2\nabla^2$.

При заданной внешней нагрузке q из условия равновесия для всех внутренних нормальных усилий будем иметь: $N = -\frac{qR}{2}$. Считая сжимающие усилия и напряжения положительными, запишем:

$$N = -\frac{qR}{2}, \quad \sigma = \frac{qR}{2h}. \quad (3)$$

Пусть ω_0 – радиальное перемещение всех точек срединной поверхности при напряжениях σ . Тогда деформация укорочения вдоль дуг нормальных сечений из геометрических соображений может быть представлена в виде: $\varepsilon = \frac{\omega_0}{R}$. Кроме того, в соответствии с законом Гука, с учетом выражения (3) имеем:

$$\varepsilon = \frac{qR(1-\nu)}{2Eh}. \quad (4)$$

Теперь радиальное перемещение

$$\omega_0 = \frac{qR^2}{2Eh}(1-\nu). \quad (5)$$

Отсюда, с учетом уравнения (2) следует, что $q_z = -h\sigma\nabla^2\omega$, если ω – дополнительный прогиб от выпучивания. Уравнение (2) принимает вид:

$$\frac{D}{h}\nabla^6\omega + \sigma\nabla^4\omega + \frac{E}{R^2}\nabla^2\omega = 0. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) должно удовлетворять условию

$$\nabla^2\omega + \lambda^2\omega = 0, \quad (7)$$

где λ^2 – неопределенный коэффициент. Из выражения (6) получим:

$$\sigma = \frac{D}{h}\lambda^2 + \frac{E}{R^2\lambda^2}. \quad (8)$$

Необходимо найти минимальные напряжения, при которых происходит потеря устойчивости первоначальной формы равновесия. Из условия минимума σ получим:

$$\lambda^2 = \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{Rh}. \quad (9)$$

После подстановки выражения (9) в (8) получена оценка критического напряжения, при котором происходит потеря устойчивости оболочки:

$$\sigma_{кр} = \frac{Eh}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}}. \quad (10)$$

Этой величине напряжения соответствует равномерно распределенная по поверхности сферической оболочки нагрузка интенсивности

$$q_{кр} = \frac{2Eh^2}{R^2 \sqrt{3(1-\nu^2)}} . \quad (11)$$

Величина этой нагрузки при принятых значениях параметров равна $q_{кр} = 0,472 \cdot 10^9$ Па.

Таким образом, даже с учетом приближенного характера оценки критической нагрузки, можно утверждать, что при реальных усилиях, действующих на головку эндопротеза, ее устойчивость обеспечена. Следовательно, по таким критериям работоспособности как прочность и статическая устойчивость, эндопротез с полый головкой не хуже традиционных однополюсных эндопротезов. Такой эндопротез имеет ряд очевидных преимуществ перед традиционными, а именно:

- масса имплантата из-за наличия полый головки уменьшена, что, в свою очередь ведет к улучшению качества жизни пациента за счет снижения значительного количества объема металла, находящегося в теле человека, т.е. масса искусственного сустава приближается к массе естественного;

- расстояние от оси бедренной кости до центра масс эндопротеза (рисунок 3) уменьшено, таким образом, оно приближено к расстоянию, существующему в естественном суставе;

- величина момента сил, способствующих расшатыванию ножки эндопротеза, снижена, т.е. имплантат находится в положении устойчивого равновесия.

В перспективе планируются дальнейшие исследования имплантатов с позиций механики деформируемого твердого тела, в частности, необходима оценка работоспособности путем проведения испытаний на износ новых конструкций эндопротезов, содержащих элементы типа «оболочка», разрабатываемых в лаборатории биомеханики СевНТУ и внедряемых в клиническую практику (рисунок 4).

Одним из примеров таких высокотехнологичных инновационных конструкций является новый эндопротез тазобедренного сустава [7], содержащий полую головку, которая может выполнять функции мембраны, а ее полость заполнена жидкостью с избыточным давлением.

Библіографічний список

1. Патент 62786А Украины, МКИ ⁷ А 61 F 2/32. Однополюсный эндопротез тазобедренного сустава / М.И. Калинин, В.И. Пахалюк, А.М. Поляков, Г.Д. Олиниченко. — №2003054917; Заявл. 29.05.03; Оpubл. 15.12.03. Бюлл. №12 // Промислова власність. — 2003.
2. Оценка НДС однополюсного эндопротеза тазобедренного сустава с полый головкой / А.М. Поляков, М.И. Калинин, В.И. Пахалюк, Г.Д. Олиниченко // Актуальні питання сучасної ортопедії та травматології: матер. всеукр. наук.-практ. конф. — К., 2004. — С. 73.
3. Reissner E. Stresses and small displacements analysis of shallow shells-II / E. Reissner // Journal Math. Physics. — 1946. — Vol. 25. — № 279. — P. 34–45.
4. Flugge W. Singular solutions in the theory of shallow shells / W. Flugge, D. Conrad // Stanford University Div. Eng. Mech. Tech. Report. — 1956. — Vol. 101. — № 10. — P. 24–32.
5. Kalnins A. Propagation of axisymmetric waves in an unlimited elastic shell / A. Kalnins, P. Vaghdi // Journal Apply Mechanics. — 1960. — Vol. 27. — P. 690–695.
6. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир. — 2-е изд. — М.: Наука, 1967. — 548 с.
7. Заявка №a2010 04247 на отримання патенту на винахід, Україна, МПК7 А61F2/32. Однополюсний ендопротез кульшового суглоба / Волков В.В. [та ін]; заявник Севастопольський національний технічний університет. — Пріоритет 12.04.2010.

Поступила в редакцію 12.05.2010 г.

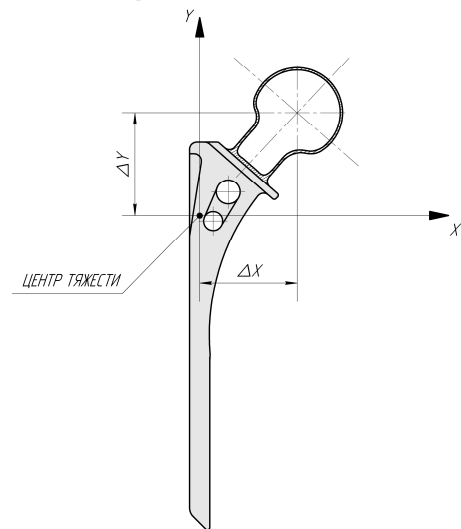


Рисунок 3 – Положение центра тяжести у эндопротеза с полый головкой

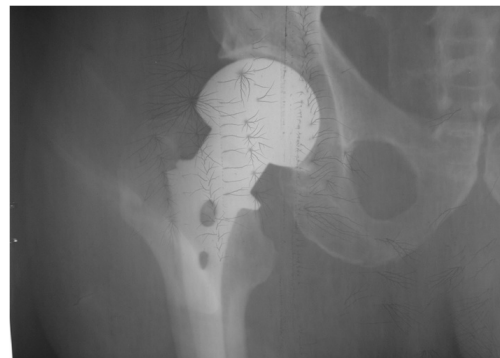


Рисунок 4 – Рентгенограмма с имплантированным однополюсным эндопротезом тазобедренного сустава с полый головкой