

УДК 629.113

В.П. Долгин, доцент, канд. техн. наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА РАБОТЫ ПОДВЕСКИ**

Изложена методика оптимизации режима работы подвески автомобиля по показателям качества.

Ключевые слова: оптимизация, подвеска автомобиля, качество, экстремум функции, чувствительность, резонансная частота

Качество работы подвески транспортного средства может быть оценено прямыми показателями, к которым относятся перерегулирование и время регулирования. Они определяются по переходной характеристике динамической системы. Для получения сравнительных оценок испытываемых систем подвесок широко применяют математические модели разной степени сложности [1,2]. Одномассовые модели подвески, являясь самыми простыми из возможных, не в полной мере учитывают влияние на динамику подвески одного из основных параметров рессор, которым является их жесткость. Поэтому даже при грубых оценках показателей качества трудно достичь достоверных результатов при изменении режимов работы подвески, что приводит к необходимости уточнения модели.

Целью статьи является уточнение динамической модели подвески автомобиля для повышения достоверности результатов при исследовании ее поведения во временной и частотной областях в процессе решения задачи оптимизации режимов работы.

Рассмотрим одномассовую модель (рисунок 1), которая описывается дифференциальным уравнением [1-3]

$$y''a_2 + y'a_1 + y = x,$$

где y – реакция подвески; x – входное воздействие; $a_2 = m/c$; $a_1 = \lambda/c$; m – приведенная масса автомобиля, приходящаяся на одно колесо; λ – сопротивление амортизатора; c – жесткость рессоры (пружины).

Описание реакции подвески на единичный скачек входного воздействия имеет следующий вид:

$$y(t) = x(1 - \exp(-\alpha t) \sin(\nu t + \varphi) / \nu T). \quad (1)$$

Здесь $\alpha = \lambda/2m$ – декремент затухания; $\nu = \sqrt{4mc - \lambda^2}/2m$ – угловая частота собственных колебаний; $\varphi = \arctg(\nu/\alpha)$ – начальная фаза колебаний; $T = \sqrt{m/c}$ – постоянная времени.

Определим перерегулирование как максимальное отклонение выходного сигнала $y_{\max} = y(t)|_{t=T_m}$ от установившегося значения $y(\infty) = y(t)|_{t \rightarrow \infty}$, где T_m – положение максимума $y_{\max}$. Тогда выражение для определения перерегулирования можно представить следующим равенством:

$$Per = y_{\max} - y(\infty). \quad (2)$$

На основании описания реакции (1) выразим экстремум функции $y(t)$

$$y_{\text{ext}} = x(1 - \exp(-\alpha T_m) \sin(\nu T_m + \varphi) / \nu T), \quad (3)$$

где T_m – положение экстремума. Сведем задачу поиска экстремума к нахождению его положения, т.е. определим T_m . Для этого исследуем функцию (1) на экстремум как функцию времени. Найдем ее производную

$$Dy = \frac{d}{dt} y(t) = x \exp(-\alpha t) (\alpha \sin(\nu t + \varphi) - \nu \cos(\nu t + \varphi)) / \nu T.$$

Положив для общности $\varphi = \varphi - n\pi$, приравняем ее нулю и решив относительно t , получим

$$T_m = n\pi/\nu, \quad (4)$$

где n – номер текущего экстремума.

Значение экстремума найдем после преобразований результата подстановки полученного выражения для T_m в формулу (3)

$$y_{\text{ext}} = x \left(1 + (-1)^{n-1} \exp\left(-n\lambda\pi/\sqrt{4mc - \lambda^2}\right) \right). \quad (5)$$

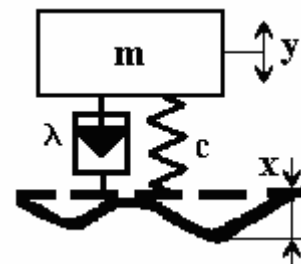


Рисунок 1 – Кинематическая схема подвески

Выражение (5) позволяет вычислить n -й экстремум периодической функции $y(t)$, описывающей колебательный процесс. На рисунке 2 изображена переходная характеристика с нанесенными значениями T_m и y_{ext} , вычисленными по формулам (4) и (5) соответственно.

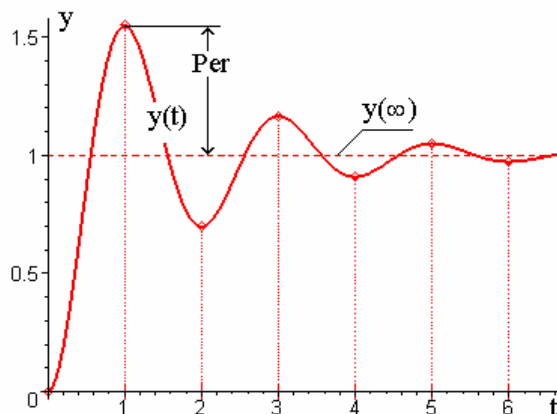


Рисунок 2 – Положение экстремумов переходной характеристики

Глобальный экстремум функции (5) определяет перерегулирование, которое может быть получено по формулам (2) и (5) в виде

$$Per = x \exp\left(-\lambda\pi/\sqrt{4mc-\lambda^2}\right), \quad (6)$$

так как $y_{\max} = y_{ext}|_{n=1} = x\left(1 + \exp\left(-\lambda\pi/\sqrt{4mc-\lambda^2}\right)\right)$ и $y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t)) = x$.

При заданной величине перерегулирования Δ (рисунок 3) можно определить требуемую величину одного из параметров, входящих в уравнение (6). При управлении качеством работы подвески путем изменения сопротивления амортизатора λ , либо жесткостью рессоры c необходимо положить $Per = \Delta$ и решить уравнение (6) относительно искомого параметра

$$\Delta = x \exp\left(-\lambda\pi/\sqrt{4mc-\lambda^2}\right).$$

В результате решения этого уравнения может быть найдено оптимальное значение сопротивления амортизатора

$$\lambda_O = -2\sqrt{mc/(1+(\pi/\ln(\delta))^2)} \quad (7)$$

и оптимальное значение жесткости рессоры (пружины)

$$c_O = \lambda^2(1+(\pi/\ln(\delta))^2)/4m, \quad (8)$$

где $\delta = \Delta/x$, которые связаны между собой соотношением $\lambda_O c_O^{0.5} = \lambda c^{0.5}$.

На рисунке 3 изображена тонкой линией переходная характеристика для начального состояния со значением $Per > \Delta$, жирной линией при $Per = \Delta$, полученном по формуле (7) для $\lambda = \lambda_O$, и жирной

штриховой линией при $Per = \Delta$, полученном по формуле (8) для $c = c_O$.

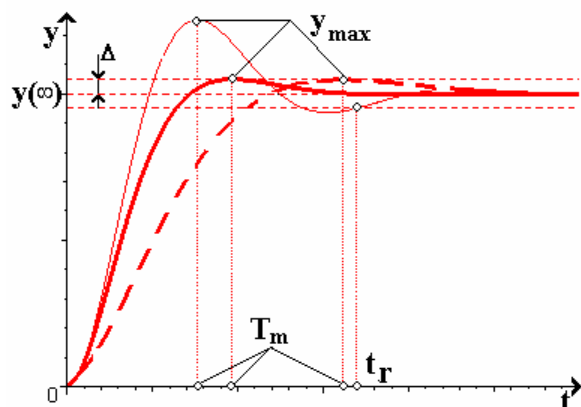


Рисунок 3 – Результат оптимизации

Следует отметить, что быстродействие процесса демпфирования, определяемое временем регулирования t_r , повышается по мере уменьшения величины допустимого перерегулирования Δ . При анализе подвески оптимальным нужно признать вариант, полученный в результате оптимизации по параметру сопротивления амортизатора ($\lambda = \lambda_O$), обеспечивающий максимальное быстродействие $T_m < t_r$, что видно из рисунка 3.

Найдем чувствительность в рабочей точке при относительных изменениях параметров подвески c , λ и k , где k – коэффициент загрузки

автомобиля ($k = 0 \dots 1$), определяющий величину m . Приведенное значение массы m в процессе эксплуатации автомобиля меняется в зависимости от его загрузки

$$m = m_a + m_g k, \quad (9)$$

где m_a – масса, m_g – грузоподъемность и k – коэффициент загрузки автомобиля.

Получим выражения для частных производных относительного перерегулирования, представленного как $\delta = Per/x$, от параметров подвески c , λ и k , определяющих ее чувствительность к изменению параметров. Для этого на основании выражения (6) представим функции относительного перерегулирования по каждому из параметров подвески при исходных значениях остальных

$$\begin{aligned} \delta_\lambda &= \exp\left(-\lambda\pi/\sqrt{4m_n c_n - \lambda^2}\right); \\ \delta_c &= \exp\left(-\lambda_n\pi/\sqrt{4m_n c - \lambda_n^2}\right); \\ \delta_m &= \exp\left(-\lambda_n\pi/\sqrt{4m c_O - \lambda_n^2}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

где λ_n , c_n и $m_n = m_a + m_g k_n$ – исходные значения параметров.

Ввиду того, что $\lambda_O c_O^{0.5} = \lambda c^{0.5}$, функцию для относительного перерегулирования δ_m можно представить в тождественной форме

$$\delta_m = \exp\left(-\lambda_O\pi/\sqrt{4m c_n - \lambda_O^2}\right).$$

Определим чувствительность перерегулирования к изменениям одной переменной при постоянных значениях остальных. Для этого найдем частные производные по каждому из параметров подвески

$$S_\lambda = \frac{d}{d\lambda} \delta \Big|_{\substack{c=c_n \\ m=m_n}}; \quad S_c = \frac{d}{dc} \delta \Big|_{\substack{\lambda=\lambda_n \\ m=m_n}}; \quad S_m = \frac{d}{dm} \delta \Big|_{\substack{\lambda=\lambda_n \\ c=c_n}},$$

что после преобразований позволяет их выразить в явном виде

$$\begin{aligned} S_\lambda &= -4\pi c_n m_n \delta_\lambda / (4m_n c_n - \lambda^2)^{3/2}; \\ S_c &= 2\pi \lambda_n m_n \delta_c / (4m_n c - \lambda_n^2)^{3/2}; \\ S_m &= 2\pi \lambda_n c_O \delta_m / (4m c_O - \lambda_n^2)^{3/2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где S_c , S_λ и S_m – чувствительность по параметру c , λ и m соответственно к относительному перерегулированию δ_c , δ_λ и δ_m , а m и k связаны соотношением (9).

Учитывая выражения (7) и (8), можно показать, что чувствительность к изменению загрузки автомобиля S_m при $\lambda = \lambda_O$ совпадает с чувствительностью S_m при $c = c_O$

$$S_m|_{c=c_O} = S_m|_{\lambda=\lambda_O},$$

т.е. не изменяется при постоянной величине $Per = \Delta$.

На рисунке 4 изображены графики функций относительного перерегулирования $\delta(q)$, где q – относительные значения c/c_O , λ/λ_O или $k = k/k_n$ при среднем значении $k_n = 0.5$ для отклонений q в интервале $q = 1 \pm 0.2$.

Как следует из характера кривых перерегулирования (рисунок 4), наименьший наклон характерен для функции δ_k , что обеспечивает стабильность точки экстремума в широком диапазоне режимов перевозок, не требуя коррекции ее положения, и упрощает систему оптимизации управления качеством работы подвески при управлении по каналу регулирования сопротивления амортизатора и жесткости демпфера.

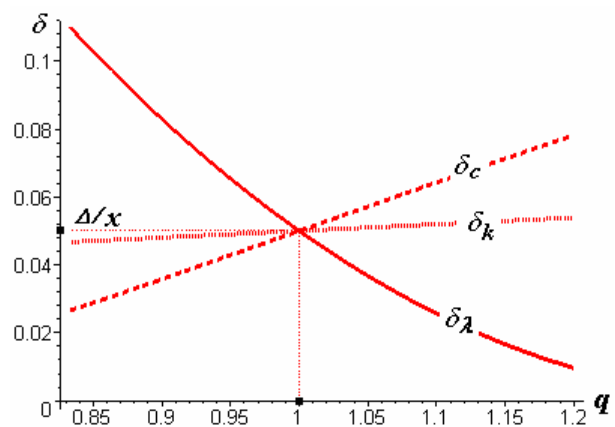


Рисунок 4 – Изменение относительного перерегулирования

Актуальною можна считать задачу определения резонансной частоты ω_r подвески при различных законах управления. Удобно воспользоваться амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), которую можно получить по нормальной форме операторной передаточной функции подвески, имеющей следующий вид

$$W(p) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{c}p + \frac{m}{c}p^2},$$

где p – оператор Лапласа.

Представим частотную передаточную функцию в алгебраической форме, выделив вещественную (ВЧХ) и мнимую (МЧХ) составляющие

$$W(j\omega) = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega),$$

$$\text{где } \text{Re}(\omega) = \frac{c(c - m\omega^2)}{m^2\omega^4 - 2cm\omega^2 + c^2 + \lambda^2\omega^2}; \quad \text{Im}(\omega) = \frac{c\lambda\omega}{m^2\omega^4 - 2cm\omega^2 + c^2 + \lambda^2\omega^2}.$$

По найденным ВЧХ и МЧХ получим выражение АЧХ

$$A(\omega) = \frac{c}{\sqrt{m^2\omega^4 - 2cm\omega^2 + c^2 + \lambda^2\omega^2}}.$$

Исследуем функцию $A(\omega)$ на экстремум. Для этого найдем производную по ω

$$\frac{d}{d\omega} A(\omega) = \frac{c\omega(2m^2\omega^2 - 2cm + \lambda^2)}{m^2\omega^4 + \omega^2(\lambda^2 - 2cm) + c^2}$$

и, приравняв ее нулю, решим относительно искомой частоты, обозначив ее символом ω_r

$$\omega_r = \frac{\sqrt{mc - \lambda^2/2}}{m}.$$

Положив $m = m_n$, $c = c_n$ и $\lambda = \lambda_n$, получим значение резонансной частоты подвески до оптимизации режима. При $m = m_n$, $c = c_n$ и $\lambda = \lambda_0$ найдем значение резонансной частоты подвески после оптимизации ее режима по параметру λ_0 . Задав $m = m_n$, $c = c_0$ и $\lambda = \lambda_n$, определим значение резонансной частоты подвески после оптимизации ее режима по параметру c_0 .

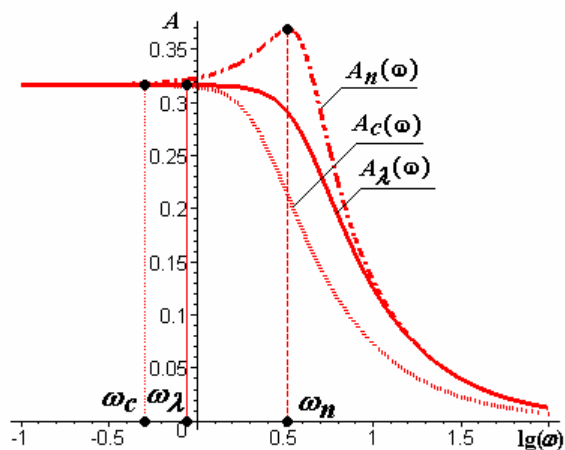


Рисунок 5 – Семейство логарифмических амплитудно-частотных характеристик

На рисунке 5 изображено семейство ЛАЧХ и нанесены резонансные частоты с индексами, соответствующими оптимизируемому параметру. Штрих-пунктирной линией изображена ЛАЧХ исходного состояния подвески $A_n(\omega)$. Сплошная и точечная кривые соответствуют ЛАЧХ, полученным в результате оптимизации по параметрам λ ($A_\lambda(\omega)$) и c ($A_c(\omega)$).

Параметрическая оптимизация выполнена для автомобиля ВАЗ-2101 со следующими параметрами: $m_a = 950$ кг; $m_g = 300$ кг; $k_n = 0,5$; $m_n = 275$ кг; $c_n = 435$ Н/м; $\lambda_n = 875$ Нс/м.

В результате оптимизации получены следующие значения параметров подвески: $\lambda_0 = 1510$ Нс/м; $c_0 = 1460$ Н/м, где $\lambda_0/\lambda_n = (c_n/c_0)^{1/2} = 1,725$, что подтверждает корректность полученных результатов оптимизации (10) и (11).

Перспективы дальнейших исследований состоят в разработке методики анализа эффективности режима работы подвески с учетом нелинейного характера сопротивления амортизатора, входящего в ее состав.

Бibliографический список

1. Акопян Р.А. Віброзахист автотранспортних засобів / Р.А. Акопян, С.І. Давидок. — Львів: НВП «Мета», 1988. — 304 с.
2. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля / Р.В. Ротенберг. — М.: Машиностроение, 1972. — 392 с.
3. Топчиев Ю.И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования / Ю.И. Топчиев. — М.: Машиностроение, 1989. — 752 с.

Поступила в редакцию 01.03.2010 г.