

УДК 681.518

Н.А. Скаткова, доцент, канд. техн. наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: kvf@sevgtu.sebastopol.ua***АНАЛИЗ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ
ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМОЙ УЧАСТКА МЕХАНООБРАБОТКИ И УСЛОВИЙ ИХ
РЕАЛИЗАЦИИ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ**

Выполнен анализ вычислительной сложности алгоритмов управления транспортной системой участка механообработки и условий их реализации в реальном масштабе времени в классе моделей математического программирования и на основе процедур последовательного улучшения вариантов. Результаты анализа вычислительной сложности алгоритмов управления показывают, что для обсуждаемых подходов с учетом реальной размерности транспортных систем не могут быть построены алгоритмы, удовлетворительно работающие в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: *вычислительная сложность, вариантное управление, оптимизация ресурсов.*

Структурная сложность производственных заданий в механообработке, иерархичность и многосвязанность различных элементов, входящих в состав транспортных систем (ТС) механообрабатывающих производств, значительно усложняет вопросы формализации причинно-следственных отношений. Наиболее естественным образом производственные и транспортные структуры можно задавать при помощи отношений, построенных на графах. В более общем случае необходима иерархическая совокупность графов, отображающих агрегатно-декомпозиционный уровень описания производственно-транспортных заданий, взаимосвязи целевых функций системы, информационного и ресурсного обеспечения и процедурно-управляющих компонентов. Конструирование вариантов управления ТС приводит к необходимости решения комбинаторной сложной задачи непрерывно-дискретной оптимизации.

Для таких задач актуальным является анализ вычислительной сложности алгоритмов и возможность их реализации в реальном времени. Оценка вычислительной сложности сама по себе также является сложной задачей. Представление о её базовой размерности дает размерность фазового пространства информационных признаков, определяющих динамику процессов управления. Задача управления требует использования фазового пространства сложной структуры. Анализ известных из литературных источников методов решения таких задач указывает на то, что существуют четыре основных класса соответствующих алгоритмов: процедуры решения задач математического программирования; алгоритмические схемы, основанные на процедурах последовательного улучшения вариантов, позволяющие отказаться от полного их перебора; адаптивный подход и эвристические методы.

Целью данной работы является исследование вычислительной сложности построения алгоритмов вариантного управления транспортной системой для двух классов алгоритмов: вариантного управления на основе решения задач математического программирования и вариантного управления на основе процедур последовательного улучшения вариантов.

Постановка задачи состоит в том чтобы сформулировать задачу управления транспортной системой участка механообработки в терминах выбранных классов моделей и оценить вычислительную сложность алгоритмов решения для каждого класса с точки зрения возможности их реализации в реальном масштабе времени.

Вариантное управление на основе решения задач математического программирования. Каждому этапу функциональной задачи (ФЗ) соответствует некоторый узел его реализации. Совокупность таких узлов задает транспортный маршрут ТМ, а каждый узел формирует соответствующую транспортную цепь ТЦ. Индексы i, j относятся соответственно к номеру ФЗ и номеру ТМ. Элементы множеств I и J считаются заданными и могут быть сформированы по имеющимся техническим требованиям и технолого-производственной документации. Введем следующие обозначения: m_i – число этапов ФЗ; u_i – трудоемкость реализации ФЗ; v_{ij} – интенсивность выполнения i -й задачи в j -м узле; λ_i – интенсивность поступления ФЗ i -го типа; t_{ij} – время исполнения ФЗ i -го типа в j -м ТМ ($t_{ij} = u_i / v_{ij}$); w_{ij} – затраты на реализацию ФЗ i -го типа в j -м ТМ.

Двоичная переменная x_{ij} принимает значение, равное 1, если ФЗ i -го типа выполняется в j -м узле, и – нулю в противном случае.

Целевые задачи вариантного управления построены с использованием критериев, задающих качество функционирования ТС и направлены на следующие операции: минимизацию затрат на реализацию всей совокупности ФЗ – $\min \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij} w_{ij} x_{ij}$; минимизацию общего времени выполнения всей совокупности ФЗ – $\min \sum \sum t_{ij} x_{ij}$; минимизацию максимального общего времени выполнения задач ФЗ – $\min(\max_j \sum t_{ij} x_{ij})$. Возможные ограничения в целевых задачах: на общие затраты – $\sum \sum w_{ij} x_{ij} \leq w_{\text{доп}}$; затраты на реализацию ФЗ в выделенных ТЦ – $\sum w_{ij} x_{ij} \leq w_{j \text{ доп}}$; на загрузку ТЦ – $\sum \lambda_{ij} t_{ij} x_{ij} \leq \rho_j$; на общее время решения ФЗ – $\sum \sum t_{ij} x_{ij} \leq T$; на время выполнения отдельных ФЗ – $\sum t_{ij} x_{ij} \leq T_i$; условие решения ФЗ только в выделенной совокупности ТЦ – $\sum_{G_i} x_{ij} = 1$.

Для построения экономико-математических моделей оптимизации ресурсов при реализации совокупности ФЗ необходима информация об оценках следующих параметров: α_{ikjn} – интенсивность материального потока от k -го этапа $\Phi 3_i$ к n -му этапу $\Phi 3_j$; γ_{jlmpr} – затраты на передачу элементов материального потока из узла j , реализованного с использованием ТЦ l -типа в узел m , реализованный ТЦ p -типа; $m_{l\delta}$ – доступный ресурс δ -типа l -го типа ТЦ; a_{ikjl} – эксплуатационные затраты на реализацию i -ой ФЗ k -ым способом в j -м узле с l -типом ТЦ; $m_{ikl\delta}$ – потребность в ресурсах при использовании δ -го типа транспортной операции, l -том типе ТЦ, i -ой ФЗ и k -ом способе ее реализации; C_{jl} – затраты на эксплуатацию j -той ТЦ при использовании l -го варианта ее реализации; R_l – капитальные затраты; R_{ikjl} – общие затраты; индексы задают: k – вариант управления; j – ТМ; i – ФЗ; l – вариант организации ТС на основе имеющихся технических средств. С использованием булевских переменных x_{ikjl} и x_{ij} основные характеристики эффективности ТС представлены таблицей 1.

Таблица 1 – Основные характеристики эффективности ТС

Характеристика	Формула
1. Общие затраты на реализацию ФЗ	$\sum_{ijkl} R_{ikjl} x_{ikjl}$
2. Капитальные затраты, связанные с выбранным вариантом использования ТЦ, входящих в ТМ	$\sum_{jl} R_l x_{jl}$
3. Затраты на выполнение ФЗ в ТЦ, входящих в ТМ	$\sum_{ikjl} a_{ikjl} x_{ikjl}$
4. Затраты на транспортировку между узлами ТМ	$\sum_{ikjl} \gamma_{ikjl} \alpha_{ikjl} x_{ikjl}$
5. Затраты на эксплуатацию ТЦ, входящих в ТМ	$\sum_{jl} b_{jl} x_{jl}$
6. Доход от реализации ФЗ	$\sum_{ikjl} c_{ikjl} x_{ikjl}$
7. Ресурсная потребность ТМ	$\sum_{ik} m_{ikjl} x_{ikjl}$
8. Время выполнения этапов ФЗ	$\sum_{kjl} t_{ikjl} x_{ikjl}$

Рассмотрим некоторые задачи вариантного выбора управлений, обеспечивающих реализацию заданной совокупности ФЗ. Для формализации отношений, заданных на графах G_G и G_J , введем переменную общего вида со сложным индексным построением $z_{(ikjl)[ikjl]}$, где z – один из параметров задачи математического программирования, а индексы в скобках описывают ситуации, связанные с обменом между предшествующими и последующими во времени производственными ситуациями,

характеризуемыми набором индексов i, j, k, l . Это сделано с целью алгебраического представления отношений, задаваемых графами G_G и G_J .

Задача А.

Минимизировать сумму $\sum_{ikjl} a_{(ikjl)[ikjl]} x_{(ikjl)[ikjl]} + \sum_{lj} b_{lj} x_{lj}$ при условиях:

- 1) $\sum_{ikj} x_{ijkl} = 1$;
- 2) $\sum_l x_{jl} = 1$;
- 3) $\sum_{ikl} m_{ikl\delta} x_{ikjl} \leq \sum_l m_{l\delta} x_{lj}$;
- 4) $\sum_{lj} R_l x_{lj} + \sum_{ikjl} R_{ikjl} x_{ikjl} \leq R$.

На основании решения задачи А может быть достигнута цель минимизации эксплуатационных затрат при реализации отношений, заданных на графах одним из допустимых альтернативных вариантов управления.

Задача В.

Минимизировать сумму $\sum_{ikj} b_{(ikjl)[ikjl]} x_{(ikjl)[ikjl]}$, $l = l_0$ при ограничениях:

- 1) $\sum_{kj} x_{jkj} = 1$;
- 2) $\sum_{ikj} R_{ikj} x_{ikj} \leq R$;
- 3) $\sum_{ik} m_{ikj} x_{ikj} \leq m_j$.

Задача В осуществляет дальнейшую конкретизацию задачи А для случая, когда структура транспортной сети задана.

На основе решений предлагаемых задач можно построить иерархическую совокупность траекторных вариантов управления ТС. Эти решения, во-первых, отображают вариант организационной структуры ТС, во-вторых, в качестве целевых функций содержат показатели эффективности их функционирования, в-третьих, учитывают имеющиеся ограничения на ресурсы и параметры системы.

Решение задач типа А и В при поиске вариантных управлений основано на методах дискретной оптимизации, в частности, на решении задачи о назначениях, задачи коммивояжера. Для дальнейшего анализа вычислительной сложности рассмотрим, например, задачу определения состава ТС на основе всех возможных подсистем, которые могут быть сформированы из n элементов. Число таких подсистем равно $(2^n - 1)$. Следовательно, любой алгоритм выбора подсистемы должен включать не менее $(2^n - 1)$ шагов. Выражение $(2^n - 1)$ относится к экспоненциальному классу и не ограничивается никаким полиномом. Таким образом, при больших n решение задачи выбора подсистемы становится чрезвычайно трудоемким. Известно также, что сложность задачи коммивояжера относится к классу полных недетерминированных полиномиальных задач и не может быть решена за полиномиальное время. Отмеченные обстоятельства показывают, что поиск вариантных управлений транспортными системами механообработки на основе методов математического программирования имеет ограниченную применимость, определяемую размерностью и структурной сложностью как участка механообработки, так и обрабатываемых на нем партий деталей.

Вариантное управление на основе процедур последовательного улучшения вариантов.

Процедуры последовательного улучшения вариантов основываются на построении и анализе перестановок $\pi = (i_1, i_2, \dots, i_n)$, соответствующих множеству M , и поиску такой перестановки, которая минимизирует значение оценочной функции, описывающей, например, потери $F(\pi, n)$, связанные с реализацией соответствующего вариантного управления ТС. При подходе, предложенном В.В. Шкурбой [1], функция потерь $F(\pi, n)$ задается рекуррентно: $F(\pi, n) = \Phi[F(\pi, k-1), \Omega_{st}(\pi, k)]$.

На основании результатов [1] проведем оценку требуемого объема вычислений для случая, когда характеристическое число дискретных фазовых координат ТС равно минимально возможному, т.е. 10. Соответствующие графики функций R_f , R_1 , R_c , R_2 (общий случай) изображены на рисунках 1 – 4.

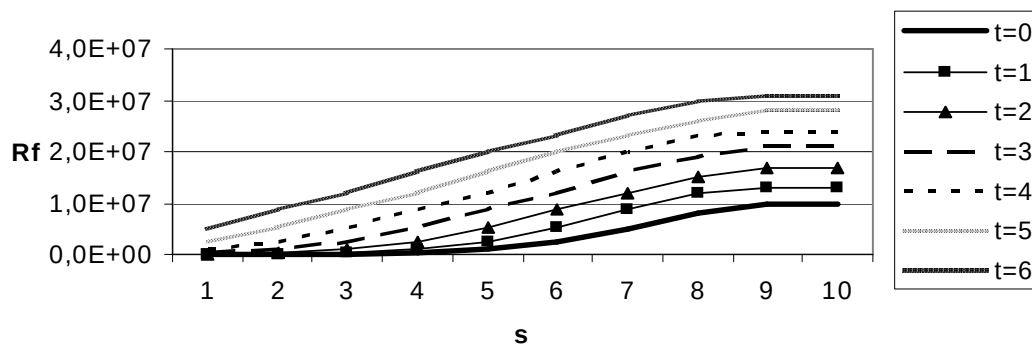
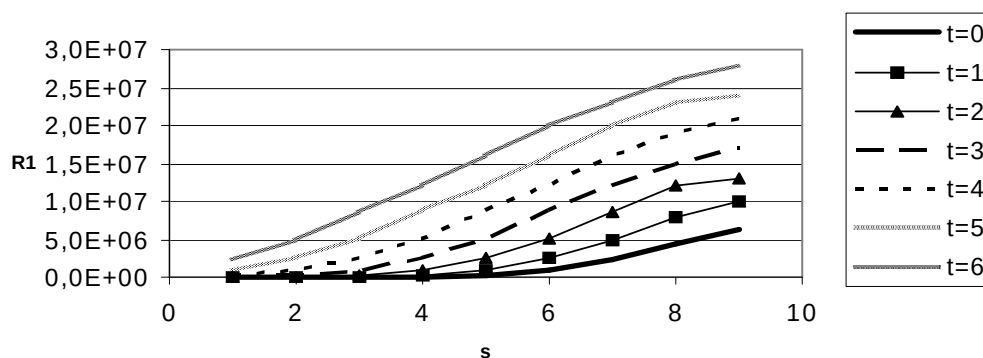
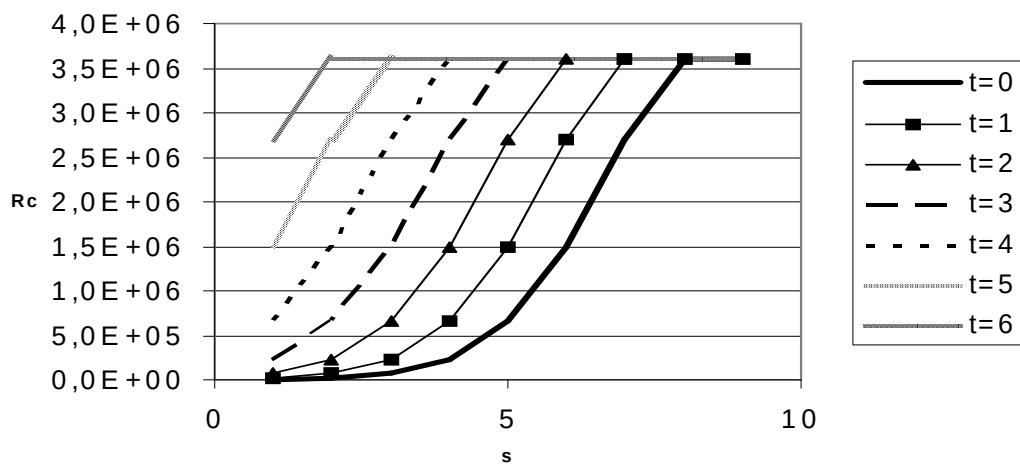
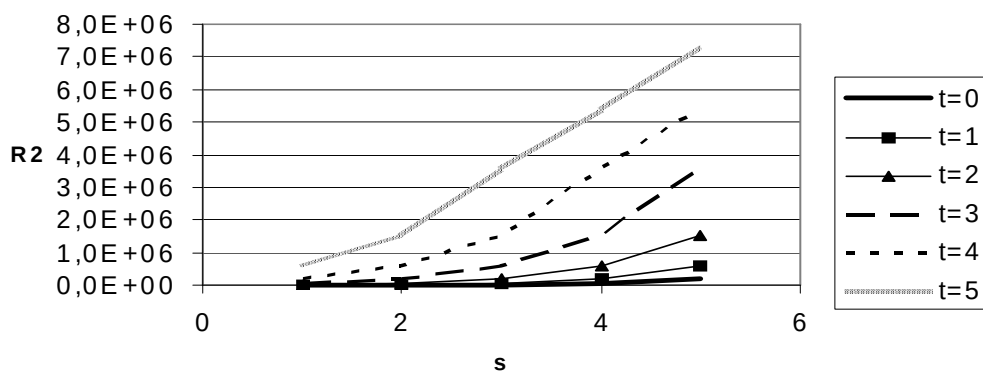
Рисунок 1 – Количество вычислений функции F (для общего случая)Рисунок 2 – Количество значений функции F , которые требуется запомнить

Рисунок 3 – Количество сравнений (для общего случая)

Рисунок 4 – Количество значений функции F , которые требуется помнить одновременно (для общего случая)

Результаты анализа вычислительной сложности алгоритмов последовательного выбора вариантов управления ТС с фазовым пространством минимальной размерности на заданном множестве перестановок показали, что перестановочная оптимизация требует оперирования с информационными массивами, определяемым декартовым произведением функций R_f , R_1 , R_c , R_2 . Результирующий объем вычислительных работ таков, что даже при использовании компьютеров с тактовой частотой несколько ГГц, управление в реальном времени не может быть реализовано на основе таких алгоритмов.

Таким образом установлено, что вычислительной сложности алгоритмов вариантного управления транспортной системой для двух выбранных классов алгоритмов не позволяет использовать их для получения результатов в реальном времени.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на изучение иных подходов, более экономных с точки зрения вычислительной сложности для решения задачи управления транспортной системой производственного участка, в частности, одним из таких подходов могут быть алгоритмы адаптивного выбора вариантов.

Библіографічний список

1. Шкурба В.В. Планирование дискретного производства в условиях АСУ / В.В. Шкурба. — К.: Техника, 1975. — 295 с.
2. Первозванский А.А. Математические модели в управлении производством / А.А. Первозванский. — М.: Наука, 1975. — 616 с.
3. Скаткова Н.А. Анализ системных характеристик автоматизированных производственных комплексов / Н.А. Скаткова, В.Я. Копп // Матеріали сьомої наук. конф. ТДТУ ім. І. Пулюя, м. Тернопіль, 22–24 квітня 2003 р. — Тернопіль, 2003. — С. 11.

Поступила в редакцію 16.02.2010 г.