

УДК 004: 519.854

**К.В. Кротов, доцент, канд. техн. наук**

*Севастопольский национальный технический университет*

*ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053*

*E-mail: krotov\_kv@mail.ru*

## **ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЙ В МНОГОСТАДИЙНОЙ СИСТЕМЕ С ОДИНАКОВЫМ ВРЕМЕНЕМ ПОСТУПЛЕНИЯ ТРЕБОВАНИЙ**

*На основе приближенных методов дискретной оптимизации формулируется градиентный метод составления расписаний в многостадийных системах.*

**Ключевые слова:** *многостадийная система, расписание обработки требований, время поступления требований.*

Задача составления расписания обработки требований в многостадийных системах при одинаковом порядке их обслуживания с использованием точных методов является трудноразрешимой при значительном количестве требований и обслуживающих приборов в системе [1]. В [2, 3] изложены методы, позволяющие получить приближенные решения поставленной задачи. Недостатками известных приближенных методов составления расписаний являются: для эвристических алгоритмов, предполагающих формирование расписаний на основе эвристических правил, затруднительно определение точности приближения полученного решения к оптимальному; для приближенных алгоритмов, позволяющих определять решения, не изменяющие критерий качества расписания более чем на установленное значение, возможность попадания в «ловушку локального экстремума», когда полученное решение не гарантирует глобальный экстремум исследуемой целевой функции. Возможным вариантом решения задач дискретной оптимизации и связанной с ним проблемой составления расписаний является градиентный метод, позволяющий выполнять поиск экстремума целевой функции и определение эффективного решения.

**Целью данной статьи** является решение задач, связанных с адаптацией градиентного метода для решения задач теории расписаний, а именно: разработка способов формирования оцениваемых решений для многостадийных систем; формирование критериев оценивания вариантов, оптимизация вида целевого функционала; учет особенностей задачи составления расписания градиентным методом.

Под многостадийной системой подразумевается система, в которой процесс обслуживания каждого требования состоит из нескольких последовательных стадий, на каждой из которых требование обслуживается определенным прибором. Постановка задачи предполагает задание показателей: множества  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  обрабатываемых требований; множества  $M = \{1, 2, \dots, m\}$  приборов, выполняющих обработку требований на определенных стадиях их обслуживания в системе; длительностей обработки  $i$ -го требования на  $l$ -ом приборе  $t_i^l > 0$ ; моментов времени поступления требований в систему на обслуживание  $d_i$  (особенностью постановки задачи является  $d_i = 0$ ). При этом величины  $t_i^l$  и  $d_i$  предполагаются детерминированными.

Технологические маршруты обработки требований в многостадийной системе с одинаковым порядком обслуживания предполагают прохождение требованиями всех приборов в установленном (одинаковом) порядке (т.е. будучи обработанным на  $(l-1)$ -ом приборе требование должно быть обработано на  $l$ -ом приборе, где  $l = \overline{1, m}$ ,  $m$  — общее количество приборов в системе). При этом требования поступают на обслуживание в систему последовательно. Требование считается обслуженным в системе, если последний ( $m$ -ый) прибор закончил его обработку и требование передано на выход системы (снято с выхода системы).

Таким образом, система с одинаковыми маршрутами реализует последовательность операций обработки  $i$ -го требования каждым из приборов, входящим в многостадийную систему. Так как время обработки требований на приборах различно, а обработка более одного требования на приборе невозможна, то на приборах (в накопителях) образуются очереди требований на обработку, в которых порядок размещения требований может быть произвольным. Однако порядок размещения требований в очередях перед приборами может быть определен таким образом, чтобы расписание обслуживания требований в системе было оптимальным в соответствии с некоторым критерием. Обозначив через  $\pi^l$  последовательность (очередность) обработки требований на  $l$ -ом приборе, расписание  $\pi$  может быть определено в виде:

$$\pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m\}$$

как совокупность последовательностей  $\pi^l$ , определяющих очередность обработки требований на соответствующих приборах. Сформированное расписание обработки требований на приборах характеризуется параметрами:  $t_i^{0l}$  – момент времени начала обслуживания  $i$ -го требования на  $l$ -ом приборе;  $\bar{t}_i^l$  – момент времени окончания обслуживания  $i$ -го требования на  $l$ -ом приборе. Таким образом, расписанию  $\pi$ , представляющему собой совокупность последовательностей  $\pi^l$  обслуживания требований на приборах, соответствуют значения параметров  $t_i^{0l}$  и  $\bar{t}_i^l$ . Для формирования числового значения критерия, получаемое в виде совокупности последовательностей  $\pi^l$  решение должно быть представлено в форме матриц начала и окончания обслуживания  $i$ -ых требований на  $l$ -ых приборах (матрицы, соответственно,  $(t_i^{0l})$  и  $(\bar{t}_i^l)$ ). Цель построения расписания состоит в том, чтобы сформировать такие последовательности запуска требований в обслуживание на приборах (по времени), чтобы минимизировать введенный критерий.

В соответствии с введенными обозначениями допустимым будет считаться расписание, принадлежащее множеству возможных расписаний, формируемому на основе следующих ограничений и предпосылок:

- 1)  $t_i^{01} = 0$ , т.е. обработка первого требования в последовательности  $\pi^1$  начинается в момент времени, равный 0, требования поступают в систему на обработку последовательно в соответствии с сформированной очередностью  $\pi^1$ ;
- 2)  $t_i^{0l} \geq \bar{t}_j^l$ , т.е. обслуживание  $i$ -го требования на  $l$ -ом приборе может начинаться только после окончания обслуживания требования  $j$  на этом приборе (если в последовательности обслуживаемых требований для  $l$ -ого прибора  $i$ -е требование следует за требованием  $j$ );
- 3)  $t_i^{0l} \geq \bar{t}_i^{l-1}$ , т.е. обслуживание требования  $i$  на  $l$ -ом приборе может начинаться только после окончания обслуживания этого требования на  $(l-1)$ -ом приборе (при этом прибор  $(l-1)$  является предшествующим прибору  $l$  в технологическом маршруте обслуживания требования  $i$ );
- 4)  $\bar{t}_i^l = t_i^{0l} + t_i^l$ , т.е. прерывание  $i$ -го требования при обслуживании  $l$ -ым прибором не допустимо;
- 5)  $t_i^{0l} = \max\{\bar{t}_i^{l-1}, \bar{t}_j^l\}$ , т.е. момент времени начала обслуживания  $i$ -го требования на  $l$ -ом приборе определяется как максимум среди моментов времени окончания обслуживания этого требования на  $(l-1)$ -ом приборе и времени окончания обслуживания  $j$ -го требования, предшествующего данному в последовательности  $\pi^l$ , на  $l$ -ом приборе.

Снижение объема вычислительных затрат при составлении расписаний связано со следующим:

- 1) уменьшением числа рассматриваемых вариантов решений (отбрасывания тех решений, которые заведомо не будут гарантировать улучшения значения целевого функционала);
- 2) уменьшением объема вычислений при определении значения целевой функции (в частности, числа выполняемых математических действий, необходимых для того, чтобы получить ее значение).

Для определения вида целевой функции введем в рассмотрение величину

$$\Delta_i^l = (\bar{t}_{i-1}^l - \bar{t}_i^{l-1}), \quad (1)$$

которая при  $\bar{t}_i^{l-1} \leq \bar{t}_{i-1}^l$  представляет собой интервал времени ожидания требованием освобождения прибора, на котором это требование должно быть обслужено. Тогда в качестве целевой использована функция, заданная в следующем виде:

$$f(\pi) = \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^n \Delta_i^l \rightarrow \min. \quad (2)$$

Использование функции вида (2) (при обозначении (1)) позволяет при определении значения, характеризующего решение, пересчитывать не все элементы матрицы задержек  $(\Delta_i^l)$ , а отдельные ее столбцы (в частности столбец, соответствующий выполняемой перестановке требований на определенном  $l$ -ом приборе, и столбец, следующий за ним). В этом случае число выполняемых при определении значения целевой функции математических действий связано с количеством обрабатываемых требований ( $n \times 2$  для каждого формируемого решения).

Градиентный алгоритм решения задачи предусматривает его связь с методом частичных порядков (МЧП) [4]. Поиск решения, приближающегося к оптимальному, предполагает связывание различных

вариантов решений  $\pi(s)$  отношением частичного порядка  $<$  в соответствии со значениями целевой функции. Связанные таким образом решения образуют решетку решений, вдоль которой значения целевой функции будут изменяться монотонно. А эффективное решение  $\pi^0$  будет являться нижней гранью решетки решений в том случае, если выполняется условие  $\pi^0 < \pi(s) | \forall \pi(s) \in H$ , где  $H$  – упорядоченное в соответствии со значением целевой функции множество решений. Таким образом, если текущее решение  $\pi(s)$  характеризуется некоторым значением функции  $f(\pi(s))$ , то градиентный метод позволяет сформировать такую решетку решений вида  $\pi_s < \pi_p < \dots < \pi_r$ , вдоль которой значение целевой функции монотонно убывает от текущего решения к эффективному.

Определение решения, приближающегося к оптимальному (нахождение экстремума целевой функции), может быть реализовано в том случае, если целевая функция является порядково-вогнутой (для задачи на минимум) вдоль некоторой цепи решений. В силу этого должна быть доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** Целевая функция вида  $\sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^n \Delta_i^l$  является порядково-вогнутой вдоль решетки решений,

что обеспечивает определение экстремума целевой функции.

Доказательство.

Исходное условие порядковой вогнутости целевой функции определяется для решений, связанных отношением частичного порядка  $<$  и образующих некоторую цепь решений в виде  $\pi_s < \pi_p < \dots < \pi_r$ . Тогда вид условия порядковой вогнутости целевой функции имеет вид:

$$f(\pi_p) \leq (f(\pi_s) + f(\pi_r)) / 2. \quad (3)$$

Для доказательства условия порядковой вогнутости функции  $\sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^n \Delta_i^l$  введем в рассмотрение два решения:

- 1)  $\pi_1 = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m\}_1$ , характеризуемое значением  $\Delta_1$  целевой функции;
- 2)  $\pi_2 = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m\}_2$ , характеризуемое значением  $\Delta_2$  целевой функции.

Допустим, что решения  $\pi_1$  и  $\pi_2$  связаны отношением частичного порядка  $\pi_1 < \pi_2$  (образуют некоторую цепь решений), при этом значения целевой функции удовлетворяют неравенству вида:  $\Delta_1 \leq \Delta_2$ .

В рассмотрение вводится решение  $\pi_3 = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m\}_3$ , которое характеризуется значением  $\Delta_3$  целевой функции. Для уже сформированной цепи решений  $\pi_1 < \pi_2$  значение  $\Delta_3$  определяет некоторую позицию решения  $\pi_3$  в этой цепи. В частности при выполнении неравенства вида  $\Delta_1 \leq \Delta_2 \leq \Delta_3$  цепь решений примет следующий вид:  $\pi_1 < \pi_2 < \pi_3$ . То есть значение  $\Delta_3$  целевой функции  $\sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^n \Delta_i^l$  таким

образом характеризует решение  $\pi_3$ , что оно позволяет определить требуемую позицию этого решения в рассматриваемой цепи, вдоль которой этот функционал должен удовлетворять условию порядковой вогнутости. Таким образом, если на основе сравнения значений целевой функции сформирована цепь вида  $\pi_1 < \pi_2 < \pi_3$ , то возможны два варианта анализа значений  $\Delta_s$  целевой функции:  $\Delta_1 = \Delta_2$ ,  $\Delta_2 = \Delta_3$ ; либо  $\Delta_1 < \Delta_2$ ,  $\Delta_2 < \Delta_3$ .

Для первой ситуации выполним сложение двух равенств, в результате получим  $\Delta_1 + \Delta_3 = 2\Delta_2$ , и следовательно,

$$\Delta_2 = (\Delta_1 + \Delta_3) / 2. \quad (4)$$

Для второй ситуации, характеризуемой неравенствами  $\Delta_1 < \Delta_2$ ,  $\Delta_2 < \Delta_3$ , выполним вычитание из второго неравенства первого. Получим  $\Delta_2 - \Delta_1 < \Delta_3 - \Delta_2$ . Тогда  $2\Delta_2 < \Delta_3 + \Delta_1$  и, соответственно,

$$\Delta_2 < (\Delta_1 + \Delta_3) / 2. \quad (5)$$

Исходя из анализа выражений (4), (5) может быть сделан вывод о том, что вид целевой функции позволяет формировать некоторую цепь решений при монотонном убывании ее значений вдоль цепи. Вдоль этой цепи выполняется условие (3) порядковой вогнутости целевой функции, т.е. функция вида (2) является порядково-вогнутой, что обеспечивает возможность идентификации экстремума функции вдоль некоторой цепи решений. Теорема доказана.

Построение оптимального решения осуществляется путем вычисления левого либо правого дискретных градиентов целевой функции для некоторых рассматриваемых решений  $\pi(s)$  и  $\pi(s+1)$  (где  $s$  – индекс шага решения), которое выполняется в соответствии с выражениями:

1) для левого градиента  $\nabla^- f(\pi(s)) = f(\pi(s+1)) - f(\pi(s))$  при условии выполнения отношения частичного порядка между решениями  $\pi(s)$  и  $\pi(s+1)$  вида  $\pi(s+1) \prec \pi(s)$ ;

2) для правого градиента  $\nabla^+ f(\pi(s)) = f(\pi(s+1)) - f(\pi(s))$  при условии выполнения отношения частичного порядка между решениями  $\pi(s)$  и  $\pi(s+1)$  вида  $\pi(s) \prec \pi(s+1)$ .

В предположении, что  $\pi(s)$  – некоторое текущее решение, подлежащее оптимизации, новое решение  $\pi(s+1)$  на основе текущего может быть сформировано следующим образом:

1) если  $\pi^l(s)$  – некоторая последовательность требований, связанная с  $l$ -ым прибором и входящая в состав решения  $\pi(s)$ , то новое решение  $\pi(s+1)$  может быть получено путем перестановки требований в  $\pi^l(s)$  (результатирующая последовательность  $\pi^l(s+1)$ ), в результате для нового решения может быть получен либо правый  $\nabla^+ f(\pi(s))$ , либо левый  $\nabla^- f(\pi(s))$  градиенты целевой функции. Естественным в решении задачи теории расписаний (ТР) на минимум целевой функции является рассмотрение (исследование) тех решений, которые гарантируют  $\nabla^- f(\pi(s)) \leq 0$ ;

2) реализация перестановки требований в последовательности  $\pi^l(s)$  (изменение решения  $\pi(s)$ ) обуславливает изменение целевой функции вдоль некоторого направления (координаты), связываемого с определенным ( $l$ -ым) прибором, т.е. изменение значения целевой функции вдоль некоторого  $l$ -го направления связано с реализацией перестановки требований в последовательности  $\pi^l(s)$  для соответствующего  $l$ -го прибора, а вычисление левого (правого) градиентов целевого функционала выполняется вдоль этого направления.

В соответствии с введенными рассуждениями возможен переход от обобщенной формы левого либо правого градиентов  $\nabla^- f(\pi_s)$  ( $\nabla^+ f(\pi_s)$ ) целевой функции в задаче ТР к левому либо правому градиентам в соответствующих направлениях:  $\nabla_l^- f(\pi(s))$  ( $\nabla_l^+ f(\pi(s))$ ), где  $l$  – идентификатор направления изменения значения критерия на шаге  $s$ , соответствующий реализации перестановки требований в последовательности  $\pi^l(s)$  для  $l$ -го прибора. Таким образом, на каждом шаге градиентного алгоритма будет определяться местоположение текущего рассматриваемого решения  $\pi(s)$  в формируемой цепи решений.

Способ формирования последовательностей предполагает, что во все последовательности вида  $\pi^l(s) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_k^l\}_s$  для всех  $m$  приборов, эффективные с точки зрения минимума значения целевой функции на  $s$ -ом промежуточном шаге алгоритма (для  $k$  требований при  $k < n$ ) вводится в конец каждой последовательности новое требование  $i_{k+1} \in N$  ( $k+1 \leq n$ ) и на основе градиентного метода определяется наилучшее местоположение этого требования во всех последовательностях  $\pi^l(s+j)$  (происходит упорядочивание в соответствующую решетку новых полученных решений  $\pi(s+j)$  ( $j=1,2,\dots$ ) путем установления между ними отношения частичного порядка  $\prec$ ). При этом вычисление значения градиента  $\nabla_l^- f(\pi(s))$  вдоль соответствующих направлений для решений, формируемых с учетом вновь введенного требования  $i_{k+1}$ , выполняется в соответствии со следующей последовательностью шагов:

1) пусть

$$\pi^l(s-1) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_k^l\}_{s-1} \quad (6)$$

– последовательность требований для  $l$ -го прибора, оптимизированная на  $(s-1)$ -ом шаге алгоритма (с учетом последовательностей обработки требований на остальных приборах), при этом  $k < n$ , т.е.  $\pi(s-1)$  – некоторое эффективное решение для  $k$  требований ( $2 \leq k < n$ );

2) в конце последовательности вида (6) для каждого  $l$ -го прибора размещается требование  $i_{k+1} \in N$  (при  $k+1 \leq n$ ), сформированная в результате последовательность примет вид:

$$\pi^l(s) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_k^l, i_{k+1}^l\}_s; \quad (7)$$

для начальной формы обобщенного решения  $\pi(s)$ , состоящего из последовательностей вида (7), вычисляется начальное значение целевой функции на данном шаге;

3) определение градиентов  $\nabla_l^- f(\pi(s))$  вдоль соответствующих направлений выполняется при реализации решений, обусловленных перестановкой требований  $i_k^l$  и  $i_{k+1}^l$  в каждой из последовательностях для соответствующих приборов (в результате получено  $m$  решений и для которых определяются левый либо правый градиент  $\nabla_l^- f(\pi(s))$  ( $\nabla_l^+ f(\pi(s))$ ) целевой функции вдоль соответствующих направлений). Вид последовательности требований для  $l$ -го прибора, на основании которой определяется левый (правый) градиент целевой функции в соответствующем направлении (по отношению к решению  $\pi(s)$ ), следующий:

$$\pi^l(s+j) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{k+1}^l, i_k^l\}_{s+j}, \quad j = \overline{1, m}.$$

В результате выполненной перестановки требований (на один шаг) может быть определен такой градиент целевой функции, который гарантирует максимальное уменьшение значения целевой функции в соответствующем направлении, т.е.  $l' \rightarrow \max_l (|\nabla_l^- f(\pi(s))| \text{ при } \nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0)$ . В этом направлении выполняются шаги по перестановке требования  $i_{k+1}^l$  в начало последовательности до тех пор, пока гарантируется условие:

$$\nabla_{l'}^- f(\pi(s+p)) \leq 0 \text{ (при } p = \{1, 2, \dots\}),$$

где  $p$  — идентификатор решений, связанных с перестановкой требований в последовательности  $\pi^l(s)$ , обуславливающей изменение критерия в направлении  $l'$ .

Таким образом, изменение целевой функции вдоль соответствующего направления гарантируется формированием решений  $\pi(s+p)$  (где  $p = \{1, 2, \dots\}$ ), для которых выполняются условия  $\nabla_{l'}^- f(\pi(s+p)) \leq 0$  и при этом формируемая цепь (решетка) решений имеет вид  $\pi(s+p) \prec \dots \prec \pi(s)$ . Естественным является формирование цепи решений в виде  $\pi(s) \prec \dots \prec \pi(s+j)$  при выполнении условия  $\nabla_{l'}^+ f(\pi(s)) \geq 0$ .

Обозначим через  $N_s$  множество тех требований, размещение которых в последовательностях  $\pi^l(s)$  необходимо реализовать, т.е. тех требований, местоположение которых в указанных последовательностях не определено (должны быть сформированы соответствующие решения и определено их местоположение в формируемой решетке решений). С учетом введенных обозначений и рассуждений алгоритм градиентного метода для задачи составления расписания предполагает выполнение следующих шагов:

1) на основе промежуточного решения  $\pi(s-1)$ , представляющего собой совокупность последовательностей  $\pi^l(s-1)$  рассматриваемых  $k$  требований ( $k < n$ ) и являющегося эффективным с точки зрения значения критерия, формируется новое решение  $\pi(s)$ , подлежащее оптимизации; решение  $\pi(s)$  определяется путем добавления к уже сформированным и оптимизированным последовательностям (в конец каждой последовательности) нового требования  $i_{k+1} \in N_s$  (при этом  $k+1 \leq n$ ,  $N_{s+1} = N_s \setminus \{i_{k+1}\}$ ); для полученного решения вычисляется значение целевой функции  $f(\pi(s))$ ; на каждом последующем шаге алгоритма будет определяться наилучшее местоположение требования  $i_{k+1}$  в последовательностях  $\pi^l(s)$ , связанных с каждым из приборов;

2) введено множество  $M_s$  индексов направлений, для которых на  $s$ -ом шаге осуществляется изменение значения целевой функции  $f(\pi(s))$  (для исходного решения  $\pi(s)$   $M_s = \{1, 2, \dots, m\}$ , т.о.  $|M_s| = m_1$  для любого количества направлений);

3) для каждого направления  $l \in M_s$  выполняется изменение текущего решения  $\pi(s)$  (перемещение рассматриваемого требования  $i_{k+1}$  на одну позицию в начало последовательности  $\pi^l(s)$ ) и определение значения функции  $f(\pi(s+j))$ , где

$$j = \overline{1, m_1}, \quad m_1 = |M_s|, \quad M_{s+1} = M_s \setminus l', \quad (8)$$

где  $l'$  — то направление изменения функции, гарантирующее ее максимальное (из всех возможных направлений) уменьшение, соответствующее  $l'$ -ому прибору, для которого на данном проходе алгоритма выполняется оптимальное размещение требования  $i_{k+1}$  в последовательности  $\pi^l(s)$ ; в

результате изменения исходного решения  $\pi(s)$  по каждому из направлений может быть получено  $m_1 = |M_s|$  новых решений  $\pi(s+j)$  ( $j = \overline{1, m_1}$ ), среди которых определяются те, для которых  $\nabla_l^- f(\pi_s) \leq 0$ ;

4) определение множества  $N_s^P$  тех координат (направлений  $l$ ) изменения функции  $f(\pi(s))$ , вдоль которых возможно улучшение решения  $\pi(s)$  (т.е. гарантирующих  $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$ );

5) среди полученных значений  $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$  (соответствующих направлениям множества  $N_s^P$ ) определяется то, которое гарантирует максимальное уменьшение функции  $f(\pi(s))$  в соответствующем направлении  $l'$  (выполнение условия  $l' \rightarrow \max(|\nabla_l^- f(\pi(s))|)$  при  $\nabla_l^- f(\pi_s) \leq 0$ ); после определения направления  $l'$  в нем выполняется такое количество шагов, которое гарантирует  $\nabla_{l'}^- f(\pi(s)) \leq 0$ , путем реализации перестановки требования  $i_{k+1}$  на один шаг в начало рассматриваемой последовательности, связанной с направлением  $l'$  (в последовательности  $\pi^l(s)$ ); в случае, если условие  $\nabla_{l'}^- f(\pi(s)) \leq 0$  для вновь сформированного решения не выполняется, то сформированная последовательность  $\pi^l(s)$  фиксируется (положение требования в последовательности  $\pi^l(s)$  фиксируется), множество  $M_s$  на новом шаге определяется через (8); реализуется переход к шагу 3;

6) в том случае, если  $M_s = \emptyset$  либо  $N_s^P = \emptyset$ , то данное требование  $i_{k+1}$  размещено в последовательностях  $\pi^l(s)$  таким образом, чтобы гарантировать минимальное значение критерия  $f(\pi(s))$ ; в этом случае, если  $N_s \neq \emptyset$  из  $N_s$  выбирается новое требование и выполняется переход к шагу 1; при этом вид множества  $N_s$  на следующем шаге определяется как  $N_{s+1} = N_s \setminus \{i_{k+2}\}$ , где  $i_{k+2}$  – требование, вносимое в последовательности  $\pi^l(s)$  для определения эффективного его месторасположения в них;

7) если множество  $N_s = \emptyset$ , то получено расписание, приближающееся к оптимальному, выполнения требований в многостадийной системе из  $m$  приборов.

Результатом выполненных исследований является следующее:

1) разработанный градиентный метод построения расписания обслуживания требований в многостадийной системе с одинаковым порядком обработки требований, позволяющий отсеивать те решения, которые не гарантируют улучшения значения целевого функционала;

2) разработанный способ формирования последовательностей требований на соответствующих приборах в системе, которые будут оптимизированы предложенным градиентным методом составления расписаний;

3) предложенный модифицированный критерий оценки сформированных решений, использование которого позволяет уменьшить объем выполняемых вычислений при поиске оптимального решения.

Перспективой дальнейших исследований является применение предложенного градиентного метода к решению задач составления динамических расписаний, т.е. в ситуации, когда некоторые возмущающие воздействия (поступление требований в различные моменты времени, поступление требований с высоким приоритетом, отказ приборов и т.д.) изменяют запланированный ход технологического процесса, определенный статическим расписанием, сформированным на основе предложенного метода.

#### **Библиографический список**

1. Танаев В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струсович. — М.: Наука, 1989. — 328 с.
2. Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы / И.Х. Сигал, А.П. Иванова — М.: Физматлит, 2003. — 240 с.
3. Ковалев М.М. Дискретная оптимизация. Целочисленное программирование / М.М. Ковалев. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 192 с.
4. Ковалев М.М. Матроиды в дискретной оптимизации / М.М. Ковалев. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 224 с.

*Поступила в редакцию 27.04.2009 г.*