

УДК 621.9.06

Ю.О. Байракова, аспирант,**Д.А. Каинов, доцент, канд. техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**root@sevgtu.sebastopol.ua***ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА
С УЧЁТОМ ПРОФИЛЯ КАРМАНА ОПОРЫ**

Анализируется применение гидростатических подшипников в тяжелых станках и выбор профиля дна кармана для опоры.

Ключевые слова: подшипник, опора, цапфа, вкладыш, карман, профиль.

Повышение точности обработки изделий на тяжелых станках, ввиду больших габаритов узлов станка, участвующих в формообразовании, погрешностей сборки, упругих, тепловых деформаций, является актуальной проблемой и на сегодняшний день.

При разработке и модернизации существующих тяжелых станков, с целью расширения возможностей диапазона их эксплуатационных параметров, широкие перспективы получают гидростатические подшипники (ГСП), которые обеспечивают снижение или устранение нелинейностей и неустойчивости характеристик.

При инженерных расчетах ГСП принимают упрощенную модель: изотермическое ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя эксцентрически расположенными жесткими телами, одно из которых неподвижно (опора), а другое движется с некоторой скоростью (цапфа). При смещении цапфы вниз и в сторону вращения между рабочими поверхностями вала и подшипника, ниже линии центров OO_1 образуется клинообразный сужающийся в направлении движения слой смазки. При этом считают, что частицы жидкости перемещаются только вследствие действия постоянной силы трения [1]. Такая модель характеризует задачу Рейнольдса и может быть использована для расчета широкого класса гидростатических подшипников.

При расчете ГСП, особое внимание следует уделять профилю карманов подшипника, в существенной степени определяющих характеристики нагрузочной способности опоры.

На рисунке 1 представлены расчетные модели четырехкамерных ГСП с отдельным подводом масла в каждый из карманов.

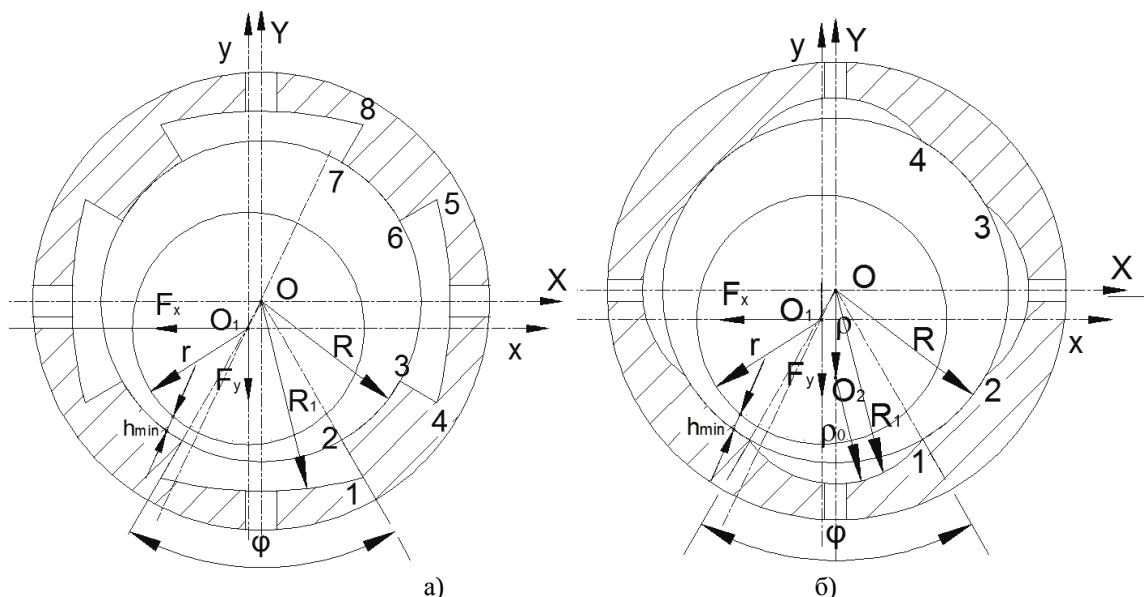


Рисунок 1 – Схематическое изображение ГСП

Согласно рисунка 1,а [2] в сечении ГСП профиль опоры правой полуплоскости для цилиндрической системы координат запишется при R, R_1 – соответствующие постоянные, так:

$$\begin{cases} \varphi_{1,2} \leq R \leq \varphi_{3,4}, \\ \varphi_{3,4} \leq R_1 \leq \varphi_{5,6}, \\ \varphi_{5,6} \leq R \leq \varphi_{7,8}. \end{cases} \quad (1)$$

Однако, такая функция профиля (1) является негладкой, неоднозначной с разрывами первого рода в точках $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$ и т.п., и недифференцируемой. Наличие неоднозначности, в частности, определяет негладкость [3] и не позволяет использовать классические методы анализа для определения минимума, но может быть решена численными методами.

Вполне логичным является использование описания дна кармана и перехода от перемычки к профилю кармана функциями с устранимым разрывом [4].

Учитывая схему рисунка 1,а необходимо ввести некоторую липшицевую функцию описания ГСП без разрывов в точках 1, 2, 3, 4. Например, рисунок 1,б. Тогда граничные условия, с учетом смещения центра О на О₂ при $R_1(\varphi)$, запишутся так:

$$\begin{cases} \varphi_1 \leq R \leq \varphi_2, \\ \varphi_2 \leq R_1(\varphi) \leq \varphi_3, \\ \varphi_3 \leq R \leq \varphi_4. \end{cases} \quad (2)$$

Для того чтобы получить зависимости, определяющие значение подъемной силы, рассматривается равновесие элементарного объема жидкости единичной толщины (рисунок 2).

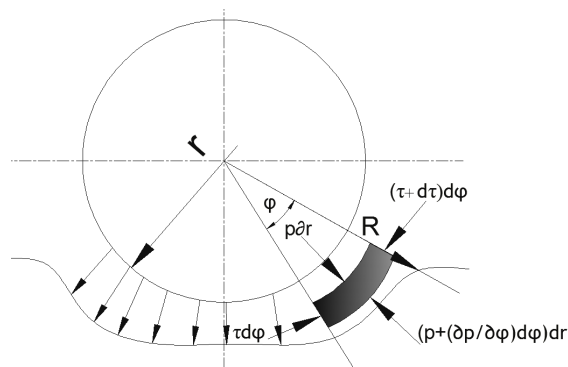


Рисунок 2 – Расчётная модель

При перемещении этого объема жидкости в направлении φ с окружной скоростью v на него действует подъемная сила, вызванная разностью давлений $p \frac{dr}{r} - \left(p + \frac{\partial p}{\partial \varphi} d\varphi \right) dr$.

Интегрирование этого выражения с учетом (2) по φ позволяет проанализировать влияние профиля $R(\varphi)$ на несущую способность ГСП. Ввиду сложности непосредственного решения вариационной задачи выбора функции $R(\varphi)$ по критерию оптимальной несущей способности ГСП, предложено осуществить конечномерную параметризацию и решать такую задачу методами численной оптимизации.

Учитывая то, что движение частиц жидкости происходит не по самой стенке, а по тонкому слою молекул жидкости, удерживаемых молекулярными силами на стенке и, воспользовавшись законом Ньютона, можно записать удельную силу трения τ :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dr}.$$

Уравнение равновесия записывается в виде:

$$\begin{aligned} p \frac{dr}{r} - \left(\frac{p + \partial p}{r \partial \varphi} d\varphi \right) dr &= -(\tau + d\tau) d\varphi + \tau d\varphi, \\ \frac{1}{r} p dr - \frac{1}{r} p dr - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial p}{\partial \varphi} d\varphi \right) dr &= -\mu \frac{\partial v}{\partial r} d\varphi - \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial r} dr \right) d\varphi + \mu \frac{\partial v}{\partial r} d\varphi, \end{aligned}$$

или

$$\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}. \quad (3)$$

Так как в уравнении (3) r изменяется в пределах от r_0 до $r_0 + \delta$, причем δ – величина малая в сравнении с r_0 , то в этом уравнении r можно заменить на r_0 , а так же введем вместо r новую независимую переменную y и, положив $r = r_0 + y$, получим:

$$\frac{1}{r_0} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Величину скорости течения жидкости V можно получить двукратным интегрированием уравнения (4), в виде:

$$V = \frac{1}{2r_0\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} y^2 + Ay + B.$$

Произвольные постоянные A и B находятся из следующих граничных условий:

$$V|_{y=0} = U,$$

$$V|_{y=h} = 0.$$

Для скоростей течения в слое смазки:

$$V = \frac{1}{2r_0\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} y(y - h(\varphi)) + \frac{U}{h(\varphi)}. \quad (5)$$

С учетом (5), расход жидкости Q через зазор $h(\varphi)$ равен:

$$Q = \int_0^{h(\varphi)} V dy = \frac{Uh(\varphi)}{2} - \frac{h^3(\varphi)}{12\mu r_0} \frac{\partial p}{\partial \varphi}.$$

Если зазор, координате которого соответствует наибольшая величина давления, обозначить через h_m , условие неразрывности потока можно представить как равенство объемов жидкости, проходящих через поперечные сечения с зазорами $h(\varphi)$ и h_m в единицу времени:

$$\frac{Uh(\varphi)}{2} - \frac{h^3(\varphi)}{12\mu r_0} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{Uh_m}{2} - \frac{h_m^3}{12\mu r_0} \left[\frac{\partial p}{\partial \varphi} \right]_{p=p_{\max}}, \quad (6)$$

где $h_m = R - r_0 - e(\cos \varphi)$; e – относительный эксцентриситет OO_1 (рисунок 1).

Угол φ , при котором достигается максимум удельного давления $p = p_{\max}$, определяется известным условием экстремума $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$. Тогда уравнение неразрывности потока (6) принимает вид:

$$\frac{Uh(\varphi)}{2} - \frac{h^3(\varphi)}{12\mu r_0} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{Uh_m}{2}. \quad (7)$$

Из уравнения (7), можно получить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 6\mu U r_0 \frac{(h(\varphi) - h_m)}{h^3(\varphi)},$$

что после интегрирования левой и правой частей позволяет построить:

$$p(\varphi) = p(0) + 6r_0\mu U \left[\int_0^{\varphi} \frac{\partial \varphi}{h(\varphi)^2} - h_m(\varphi) \int_0^{\varphi} \frac{\partial \varphi}{h(\varphi)^3} \right].$$

В предположении, что смещение цапфы в подшипнике происходит плоскопараллельно (отсутствие перекоса) можно записать силы F_x и F_y как результат интегрирования векторной функции удельных давлений (смотри рисунок 1):

$$\begin{cases} F_x = L \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} p(\varphi_i) \sin(\varphi_i) d\varphi_i \\ F_y = L \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} p(\varphi_i) \cos(\varphi_i) d\varphi_i \end{cases},$$

где L – ширина подшипника.

Несущая способность подшипника:

$$W = \frac{Ld_0\omega\mu}{\delta^2} K_w,$$

где $\delta = R - r_0$ – радиальный зазор; ω – угловая скорость вращения вала; $K_w = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ – безразмерный коэффициент, характеризующий несущую способность опоры.

Для расчета нагрузочной способности подшипника составлены графики значений функции F_x, F_y (рисунок 3). Кроме того, вычисление F_x, F_y легко провести с помощью ЭВМ методами численного интегрирования. В обоих случаях результат расчета зависит от ряда конструктивных параметров, в частности от протяженности несущей поверхности подшипника, которая измеряется углом $\varphi_2 - \varphi_3$ и т.д. (рисунок 1).

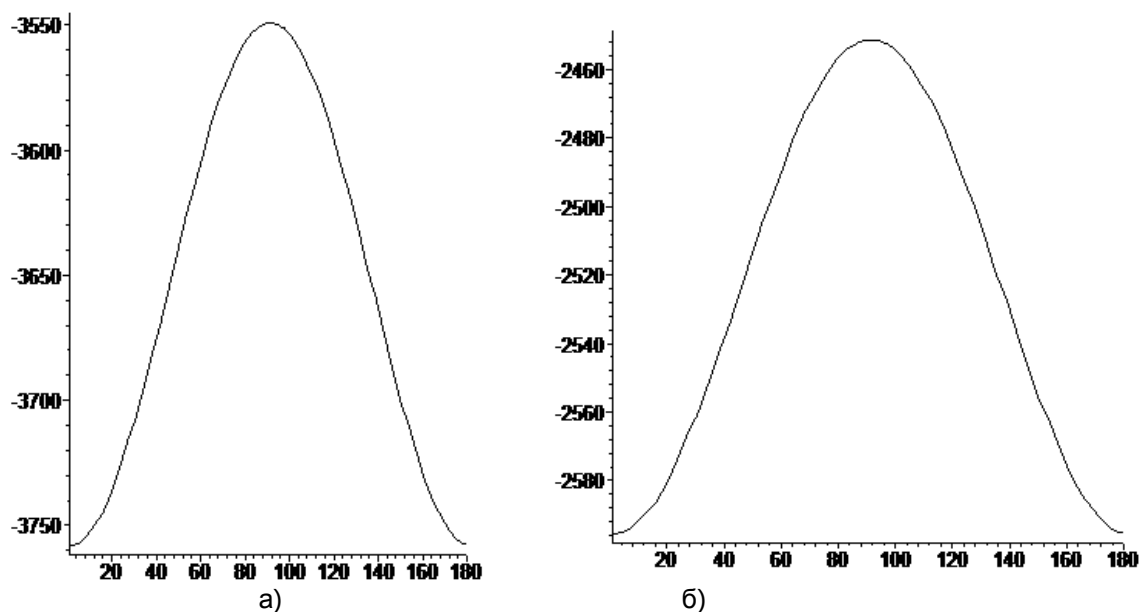


Рисунок 3 – График распределения сил по x и y

Влияние эффекта «негладкости» описания профиля опоры не только не позволяет использовать классические методы анализа и оптимизации, но и не гарантирует выполнение базовой гипотезы о ламинарности течения смазочной жидкости в элементах опоры.

Выбору профиля подшипника необходимо уделять особое внимание вследствие определяющего влияния на нагрузочную способность опоры и на динамические характеристики станка в целом.

Библиографический список

1. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика. В 2 ч. Ч.2 / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. — М: Физматгиз, 1963. — 728 с.
2. Ковалев В.Д. Опоры и передачи жидкостного трения станочного оборудования: составление и анализ. Учебное пособие / В.Д. Ковалев, О.Ф. Бабин. — Краматорск: ДГМА, 2005. — 188 с.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики. В 4-х т. Т.2 / В.И. Смирнов — М: Наука, 1974. — 656 с.
4. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ / Ф. Кларк — М: Физмат, 1988. — 280 с.

Поступила в редакцию 30.01.2010 г.