

УДК 621.923

С.М. Братан, профессор, д-р техн. наук,

Д.А. Каинов, доцент, канд. техн. наук,

Н.А. Минаев, аспирант

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053

root@sevgtu.sebastopol.ua

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ПРОФИЛЯ ИНСТРУМЕНТА НА ДИНАМИКУ ПРОЦЕССА ВРЕЗНОГО КОМБИНИРОВАННОГО ШЛИФОВАНИЯ

Представлена математическая модель удаления материала в процессе комбинированного шлифования, учитывающая изменение стохастических свойств шлифовального круга за период его стойкости. Выполнен анализ влияния случайной компоненты профиля на процесс. Предложены зависимости для расчета математического ожидания, корреляционной функции и дисперсии текущего радиус-вектора.

Ключевые слова: комбинированное шлифование, съём материала, профиль инструмента, возмущающие факторы, динамика процесса.

Широко распространенными способами финишной обработки деталей машин и приборов являются методы абразивно-алмазного шлифования.

Анализ литературных данных [1] позволяет сделать заключение, что одним из основных направлений создания управляемого процесса обработки является комбинированное шлифование в пассивирующих средах.

При этом совмещение процессов существенно повышает возможности управления операцией, так как увеличивается число управляющих воздействий и выбираемых значений входных переменных.

Данный способ формообразования обеспечивает высокую точность обработки (5 – 6 квалитет), низкую шероховатость поверхности ($Ra = 0,016$ мкм), лишен большинства недостатков, присущих остальным методам финишной обработки, и является эффективным для формообразования прецизионных поверхностей.

В настоящее время комбинированное шлифование осуществляется с применением традиционных режимов, не в полной мере учитывающих влияние ряда факторов, воздействующих на состояние технологической системы (ТС), снижающих её стабильность, что приводит к значительному разбросу качественных характеристик [1]. Для обеспечения стабилизации показателей качества технологические режимы назначаются, исходя из неблагоприятных условий, например, возобновление режущих свойств изношенного шлифовального круга производится значительно раньше, чем того требует его действительное состояние. При прогнозировании поведения ТС используются традиционные детерминированные модели протекания технологического процесса (ТП), осуществляемые с применением традиционных режимов резания. Существующие модели позволяют осуществлять расчеты лишь для неизменных, установившихся условий шлифования и не учитывают динамику поведения ТС [1].

При исследовании влияния на динамику процесса шлифования абразивного инструмента в большинстве работ рассматриваются детерминированные явления, в то время как происходящие реальные процессы в существенной степени имеют стохастический характер [1].

В силу отмеченных недостатков существующие модели не позволяют с необходимой степенью точности прогнозировать изменение состояния ТС за период обработки детали, оценивать параметры шероховатости, точность обработки по номинальным подачам, прогнозировать съём металла, износ круга и ряд других технико-экономических показателей. Для решения этих вопросов, нужен новый подход, основанный на признании не только стохастической, но и динамической сущности процесса.

На основании вышеизложенного **целью** данной работы является оценка влияния детерминированных и случайных составляющих отклонений профиля инструмента как возмущающих факторов процесса комбинированного шлифования.

При комбинированном шлифовании съём материала может протекать за счет анодного растворения обрабатываемого металла, микрорезания поверхности заготовки зернами инструмента, удаления металла электрической эрозией, комбинации этих процессов.

При условии, когда отсутствуют электрические дуговые разряды между электродами и, соответственно, электроэрозионная компонента съема, в работе [2] приведена зависимость, позволяющая рассчитывать съём металла при комбинированном шлифовании:

$$Q_{\Sigma} = \int_0^t \frac{\varepsilon_{\Sigma} \cdot U \cdot z_0 \cdot S_n \cdot \Delta N \cdot \Delta t}{\delta} \cdot \exp \left[-x - \alpha \cdot \tau \right] d\tau + \frac{\pi \cdot k_c \cdot n_3 \cdot V_k \cdot t_f^{m+\chi+1} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_3}}{25,296 \cdot H_u^{\chi}}, \quad (1)$$

где $x = \frac{R \cdot T_{\Sigma} \cdot z_0 \cdot D}{2F_{\phi} \cdot V \cdot \rho_z^2}$; R – универсальная газовая постоянная; T_{Σ} – температура электролита; D – коэффициент, учитывающий давление водорода в газовых пузырьках; F_{ϕ} – константа Фарадея; ρ_z – плотность газа; z_0 – удельная электропроводность электролита; U – падение напряжения в цепи; ε_{Σ} – линейный электрохимический эквивалент материала обрабатываемой заготовки; δ – межэлектродный зазор (МЭЗ); z – электропроводность электролита; t – данный момент времени; τ – время активации поверхности заготовки; α – коэффициент пассивации; ρ_3 – радиус скругления вершины зерна; n_3 – количество зерен в единице объема рабочего слоя инструмента; t_f – фактическая глубина резания; k_c – коэффициент стружкообразования; H_u – величина слоя рабочей поверхности круга по глубине, в пределах которой подсчитывается число абразивных зерен n_3 ; V_k – окружная скорость инструмента; ΔN – число площадок, возникающих в любой момент времени.

Согласно данным работы [2]:

$$\Delta N = \frac{V_k \cdot n_3 \cdot t_f^{\chi}}{H_u^{\chi}} \Delta \tau \cdot \exp \left[-\Theta \cdot \tau^{\chi+m+1} \right] \cdot \exp \left[-\Theta \cdot \left(\tau^{\chi+m+1} - \tau_f^{\chi+m+1} \right) \right], \quad (2)$$

где $\Theta = \frac{\chi \cdot k_c \cdot C_b \cdot \Gamma \cdot n_3 \cdot V_k \cdot S_y^{\chi+m+1}}{H_u^{\chi} \cdot \Gamma \cdot n_3 \cdot V_k \cdot S_y^{\chi+m+1}}$; S_y – скорость движения рабочей поверхности инструмента в материале заготовки в направлении подачи; χ – показатель степени; C_b, m – коэффициенты формы зерна.

Величина МЭЗ складывается из следующих составляющих: y_{i-1} – расстояние от наружной поверхности заготовки до некоторого условного уровня, на котором рассчитывается вероятность удаления материала; δ_{ce} – разность между расстоянием от вершины наиболее выступающего зерна до уровня связки; i – номер оборота, t_{fi-1} – фактическая глубина резания [3]:

$$\delta_i = y_{i-1} + \delta_{ce} - t_{fi}, \quad (3)$$

$$\text{где } y_{i-1} = t_{fi-1} - \left(\frac{1}{2} \frac{\Gamma \cdot n_3 \cdot V_k \cdot S_y^{\chi+m+1}}{\Gamma \cdot n_3 \cdot V_k \cdot S_y^{\chi+m+1}} \frac{H_u^{\chi} \cdot a_0 - \ln P(M)}{\sqrt{2\rho_3 \cdot k_c \cdot n_3 \cdot V_k \cdot \chi}} \right)^{\frac{1}{m+\chi}}.$$

Фактическая глубина резания (размер зоны контакта заготовки с инструментом по линии центров), согласно расчётной схеме (рисунок 1), определяется зависимостью:

$$t_f = R + L - z, \quad (4)$$

где L – толщина заготовки (расстояние от стола до поверхности заготовки); R – радиус шлифовального круга по направлению к обрабатываемой детали; z – текущее расстояние от базовой поверхности до центра вращения шлифовального круга:

$$z = z_0 - y. \quad (5)$$

Здесь z_0 – расстояние от базовой поверхности до центра вращения шлифовального круга в начальный момент времени ($z_0 = R_0 + L_0$).

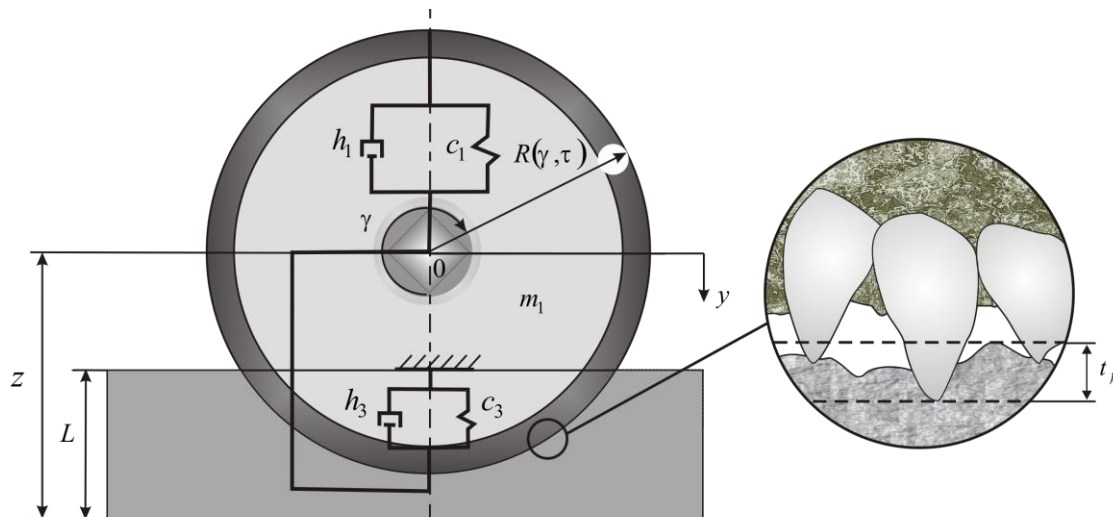


Рисунок 1 – Схема процесса врезного шлифования

С использованием принципа Даламбера и учетом того, что обрабатываемая деталь жестко закреплена, модель динамики процесса плоского шлифования может быть представлена в виде:

$$m_1 \ddot{y} + h_1 \dot{y} + c_1 y = -h_3 \dot{t}_f - c_3 t_f + h_1 \dot{s} + c_1 s, \quad (6)$$

где m_1 – приведенная масса шлифовального круга и шлифовальной бабки; h_1 – приведенный коэффициент демпфирования шлифовального круга; c_1 – приведенная жесткость шлифовального круга и шлифовальной бабки; h_3 – демпфирование зоны контакта шлифовального круга с деталью; c_3 – жесткость зоны контакта шлифовального круга с деталью; y – координата перемещения центра вращения шлифовального круга; s – перемещение шлифовального круга в направлении подачи; t_f – фактическая глубина резания.

При условии отсутствия дисбаланса (центр вращения совпадает с центром масс) толщина детали L и радиус шлифовального круга R имеют отклонения от номинальных значений, т.е.:

$$L = L_0 + \Delta L; \quad R = R_0 + \Delta R. \quad (7)$$

После подстановки (4), (5) и (7) в соотношение (6), получим:

$$m_1 \ddot{y} + h_1 \dot{y} + c_1 y = -h_3 (\dot{R} + \dot{y}) - c_3 (R_0 + \Delta L + R_0 + \Delta R - z_0 + y) + h_1 \dot{s} + c_1 s. \quad (8)$$

Правые части представления (8) включают ΔR – отклонения формы инструмента (основной источник возбуждения вынужденных колебаний системы (8)) и заготовки (ΔL) от их средних значений, что позволяет анализировать влияние соответствующих воздействий. Отметим, что вклад влияния ΔL быстро затухает и может не приниматься во внимание при дальнейшем анализе.

Для описания формы периферии шлифовального круга целесообразно использование цилиндрической системы координат с началом в центре тела инструмента, осью OX , направленной параллельно высоте шлифовального круга так, чтобы при его вращении в ходе рабочего процесса была образована правая система координат.

Описание исходного (при $\tau=0$) полярного радиус-вектора для любого фиксированного расстояния $x = x_b$ от базовой плоскости может быть представлено разложением в ряд Фурье отклонений от своего среднего (по углу γ) значения $R_0(\gamma, \tau) = M[R(\gamma, x, \tau)]$:

$$\begin{aligned} R(\gamma, x, \tau) \Big|_{x=0} &= R_0(\gamma, \tau) \Big|_{x=0} + \sum_{i=1}^p A_{Ri}(\gamma, \tau) \cos(\gamma \cdot i + \Psi_i(\gamma, \tau)) \Big|_{x=0} = \\ &= R_0(\gamma, \tau) \Big|_{x=0} + \sum_{i=1}^p A_{Ri}(\gamma, \tau) \sin(\gamma \cdot i) U_{Ri}(\gamma, \tau) \cos(\gamma \cdot i) \Big|_{x=0}. \end{aligned} \quad (9)$$

Компоненты сумм в (9) рассматриваются как гармоники спектрального представления отклонения, характеризуемого совокупностью амплитуд $A_{Ri}(\gamma, \tau)$ и фаз $\Psi_i(\gamma, \tau)$ или пар амплитуд при синус $U_{Ri}(\gamma, \tau)$ и косинус $W_{Ri}(\gamma, \tau)$ для составляющих каждой из гармоник.

Между параметрами этих представлений для любого фиксированного значения i известны однозначные (в диапазоне изменения угла $0 \leq \gamma < 2\pi$) соотношения:

$$A_{R_i}^2(\varphi, \tau) = U_{R_i}^2(\varphi, \tau) + W_{R_i}^2(\varphi, \tau), \text{ и } \Psi_{R_i}(\varphi, \tau) = \arctan\left(\frac{U_{R_i}(\varphi, \tau)}{W_{R_i}(\varphi, \tau)}\right). \quad (10)$$

Значение исходного радиус вектора $R(\varphi, x, \tau)|_{\tau=0}$ и величины износа инструмента $\Delta R(\varphi, x, \tau)$ включают в свой состав как закономерные, так и случайные составляющие отклонений от своих средних значений. Радиус средней окружности на расстоянии x от базовой плоскости $R_0(\varphi, \tau)$ в начальный момент времени $\tau=0$ вследствие погрешностей статической настройки станка при правке инструмента или погрешностей его изготовления является случайным начальным параметром. Совокупность амплитуд и фаз всех p гармоник в любой момент времени τ и при любом x характеризуют неслучайную реализацию случайной функции описания рабочей поверхности инструмента.

Считая, что в описании (9) присутствуют как случайные составляющие, так и неслучайный (закономерный) компонент отклонения формы (гармоника с номером j), можно представить (9) в одной из форм:

$$R(\varphi, x, \tau)|_{\tau=0} = R_0(\varphi, \tau)|_{\tau=0} + \sum_{i=1}^p A_{R_i} \cdot \cos(\varphi \cdot i + \Psi_i(\varphi, \tau)|_{\tau=0}) + A_{R_j} \cdot \cos(\varphi \cdot j + \Psi_j(\varphi, \tau)|_{\tau=0}) \quad (11)$$

или

$$R(\varphi, x, \tau)|_{\tau=0} = R_0(\varphi, \tau)|_{\tau=0} + \sum_{i=1}^p A_{R_i} \cdot \sin(\varphi \cdot i) + U_{R_i} \cdot \cos(\varphi \cdot i)|_{\tau=0} + A_{R_j} \cdot \cos(\varphi \cdot j + \Psi_j(\varphi, \tau)|_{\tau=0}). \quad (12)$$

При обработке вращающимся шлифовальным кругом можно записать:

$$\gamma = \gamma_0 + \int_0^t \omega_k(\tau) d\tau, \quad (13)$$

где γ_0 – начальный угол; $\omega_k(\tau)$ – угловая скорость вращения инструмента.

Сечения плоскостями, перпендикулярными оси рабочей поверхности, для вращающихся инструментов представляют профили, характеризуемые замкнутыми кривыми (рисунок 1), радиус-вектор которых уменьшается с увеличением времени работы инструмента вследствие его износа:

$$R(\varphi, x, \tau) = R(\varphi, x, \tau)|_{\tau=0} - \Delta R(\varphi, x, \tau) \quad (14)$$

Для любого фиксированного угла γ величина износа инструмента зависит от условий контакта этого участка с обрабатываемой поверхностью, определяющих условия протекания процесса износа, и, следовательно, корреляционно связана с величинами исходного радиус-вектора, колебаниями припуска, твердости материала, частотой, амплитудой вибраций в технологической системе. Совокупность этих процессов приводит к появлению как закономерных, так и случайных отклонений в величине износа.

При износе могут протекать как процессы, способствующие выравниванию и сглаживанию рабочей поверхности, так и явления, способствующие увеличению закономерных и случайных отклонений.

Для любого участка рабочей поверхности инструмента радиальный износ определяется скоростью износа $S_R(\gamma, x, \tau)$:

$$\Delta R(\varphi, x, t) = \int_0^t S_R(\varphi, x, \tau) d\tau. \quad (15)$$

Математическое ожидание случайной величины радиального износа вычисляется по математическому ожиданию функции скорости износа на основании свойств линейных операторов:

$$M\{\Delta R(\varphi, x, t)\} = M\left\{\int_0^t S_R(\varphi, x, \tau) d\tau\right\} = \int_0^t M\{S_R(\varphi, x, \tau)\} d\tau. \quad (16)$$

Учитывая, что скорость износа может быть корреляционно связана с формой исходной рабочей поверхности, представим ее в виде функционала от γ , подобного (9), (10):

$$S_R(\epsilon, x, t) = \bar{S}(\epsilon, \tau) + \sum_{i=1}^p [U_{Si} \cdot \cos(\epsilon \cdot i) + W_{Si} \cdot \cos(\epsilon \cdot i)] + A_{Si}(\epsilon, \tau) \cdot \cos[\epsilon \cdot i + \Psi_i(\epsilon, \tau)] \quad (17)$$

С учетом (17) определим случайную функцию износа радиус-вектора инструмента как результат интегрирования (9):

$$\Delta R(\epsilon, x, t) = \int_0^t \bar{S}(\epsilon, \tau) d\tau + \int_0^t A_{Si}(\epsilon, \tau) \cos[\epsilon \cdot i + \Psi_i(\epsilon, \tau)] d\tau + \sum_{i=1}^p \left[\int_0^t U_{Si} \sin(\epsilon \cdot i) d\tau + \int_0^t W_{Si} \cos(\epsilon \cdot i) d\tau \right] \quad (18)$$

Интегралы от случайных величин U_{Si} и W_{Si} будут новыми случайными величинами $U_{\Delta Ri}$ и $W_{\Delta Ri}$, для которых также справедливы соотношения типа (10).

После подстановки полученных функций исходного радиус-вектора и величин износа в уравнение (17) получим зависимость для вычисления текущего значения радиус-вектора инструмента:

$$R(\epsilon, x, t) = R_0(\epsilon) + \int_0^t \bar{S}(\epsilon, \tau) d\tau + A_{Rj}(\epsilon) \cos[\epsilon \cdot j + \Psi_j(\epsilon)] + \int_0^t A_{Si}(\epsilon, \tau) \cos[\epsilon \cdot i + \Psi_i(\epsilon, \tau)] d\tau + \sum_{i=1}^p [U_{Si} - U_{\Delta Ri}] \sin(\epsilon \cdot i) + [W_{Si} - W_{\Delta Ri}] \cos(\epsilon \cdot i) \quad (19)$$

Здесь случайные компоненты i – той и j – той гармоник оставлены под знаком суммы, их анализ выполняется по аналогии с анализом других случайных отклонений.

В состав уравнения (19) введены одна гармоника закономерных составляющих исходного профиля и одна гармоника закономерных составляющих износа инструмента. В общем случае их может быть несколько. Последовательность дальнейшего анализа при этом сохраняется.

Математическое ожидание случайной функции (19) вычисляется как сумма математических ожиданий отдельных слагаемых. Первое слагаемое является случайной величиной, распределенной по закону Гаусса:

$$M[R_0(\epsilon)] = m_R(\epsilon) \Big|_{\tau=0}.$$

Математическое ожидание второго слагаемого определяется выражением (16). Математическое ожидание третьего и четвертого слагаемых за целое число периодов вращения инструмента равно нулю. Математическое ожидание пятого слагаемого при тех же соображениях для случаев равномерного износа инструмента также равно нулю. Таким образом:

$$M[R(\epsilon, x, t)] = m_R(\epsilon) \Big|_{\tau=0} - \int_0^t m_S(\epsilon, \tau) d\tau. \quad (20)$$

Для вычисления корреляционной функции разобьем правую часть уравнения (19) на несколько независимых между собою комплексов. Первый комплекс включает первое и второе слагаемые и определяет средний радиус-вектор в момент времени t .

В силу того, что изменение радиус-вектора по отношению к его абсолютной величине за период стойкости инструмента, как правило, незначительно и не может существенно повлиять на процесс формирования синусоидальных и случайных отклонений профиля рабочей поверхности инструмента, величина дисперсии для первого комплекса:

$$K_{1,R}(\gamma_1 - \gamma_2) \Big|_{\gamma_1=\gamma_2} = M[R_0(\epsilon) - m_R(\epsilon)]^2 = \sigma_{R_0(x)}^2 + D \cdot [R_0(\epsilon, \tau)]^2 \quad (21)$$

Второй комплекс включает третье и четвертое слагаемые. Их корреляционная функция вычисляется как математическое ожидание центрированных величин от аргумента γ_1 и γ_2 :

$$K_{2,R}(\gamma_1 - \gamma_2) = M \left\{ \left[A_j(\epsilon) \cos(j \cdot \gamma_1 + \Psi_j(\epsilon)) - \int_0^t A_{S,i}(\epsilon, \tau) \cos(\epsilon \cdot \gamma_1 + \Psi_i(\epsilon, \tau)) d\tau \right] \times \right. \\ \left. \times \left[A_j(\epsilon) \cos(\epsilon \cdot \gamma_2 + \Psi_j(\epsilon)) - \int_0^t A_{S,i}(\epsilon, \tau) \cos(\epsilon \cdot \gamma_2 + \Psi_i(\epsilon, \tau)) d\tau \right] \right\} =$$

$$\begin{aligned}
&= M \left\{ A_j^2 \cdot \cos(\gamma_1 + \Psi_j) \cos(\gamma_2 + \Psi_j) - \right. \\
&- A_j \cos(\gamma_1 + \Psi_j) \int_0^t A_{S,i}(\tau) \cos(\gamma_2 + \Psi_i) d\tau - \\
&- \int_0^t A_{S,i}(\tau) \cos(\gamma_1 + \Psi_i) d\tau \times A_j(x) \cdot \cos(\gamma_2 + \Psi_j) \left. + \right. \\
&\left. + \int_0^t A_{S,i}(\tau) \cos(\gamma_1 + \Psi_i) d\tau \times \int_0^t A_{S,i}(\tau) \cos(\gamma_2 + \Psi_i) d\tau \right\}. \quad (22)
\end{aligned}$$

Будем считать, что фазовые углы Ψ_j и Ψ_i распределены равномерно на интервале от 0 до 2π :

$$f(\Psi_i) = \begin{cases} 0 & \forall \Psi_i < 0 \\ \frac{1}{2\pi} & \forall 0 \leq \Psi_i < 2\pi \quad \forall i = 1, \dots, p \\ 0 & \forall \Psi_i > 2\pi \end{cases} \quad (23)$$

Для условий (23) первое слагаемое из (22) приобретает вид:

$$\begin{aligned}
K_{2,R}(\gamma_1 - \gamma_2) &= M \left\{ A_j^2 \cos(\gamma_1 + \Psi_j) \cos(\gamma_2 + \Psi_j) \right\} \\
&= \frac{A_j^2}{2} \int_0^{2\pi} \cos(\gamma_1 + \Psi_j) \cos(\gamma_2 + \Psi_j) f(\Psi_j) d\Psi_j = \frac{A_j^2}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_1) \quad (24)
\end{aligned}$$

Аналогично определяется последнее слагаемое (22) при Ψ_i , не зависящем от τ :

$$M \left\{ \int_0^t A_{S,i}(\tau) \cos(\gamma_1 + \Psi_i) d\tau \times \int_0^t A_{S,i}(\tau) \cos(\gamma_2 + \Psi_i) d\tau \right\} = \frac{\cos(\gamma_2 - \gamma_1)}{2} \left[\int_0^t A_{S,i}(\tau) d\tau \right]^2. \quad (25)$$

Математическое ожидание второго и третьего слагаемого уравнения (22) могут быть определены, если известна корреляционная или функциональная связь между гармоническими отклонениями в профиле инструмента и его износа.

Рассмотрим несколько, наиболее часто встречающихся на практике, случаев.

Если начальная фаза гармоник износа Ψ_i не зависит от начальной фазы Ψ_j , то математическое ожидание второго и третьего слагаемых равны нулю.

В этом случае:

$$K_{2,R}(\gamma_1 - \gamma_2) = \frac{A_j^2}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_1) + \frac{\cos(\gamma_2 - \gamma_1)}{2} \left[\int_0^t A_{S,i}(\tau) d\tau \right]^2. \quad (26)$$

Если процессы имеют одинаковые частоты и отличаются только по фазе, т.е. $i = j$ и $\Psi_i = \Psi_j + \alpha_\Psi$, то математическое ожидание второго и третьего слагаемых для (22) вычисляются:

$$\begin{aligned}
&M \left\{ A_j \cos(\gamma_1 + \Psi_j) \cos(\gamma_2 + \Psi_j + \alpha_\Psi) \int_0^t A_{S,i}(\tau) d\tau + \right. \\
&+ A_j \cos(\gamma_2 + \Psi_j) \cos(\gamma_1 + \Psi_j + \alpha_\Psi) \int_0^t A_{S,i}(\tau) d\tau \left. \right\} = \frac{A_j}{4} \int_0^t A_{S,i}(\tau) d\tau \cdot \int_0^{2\pi} \cos(\gamma_1 - \gamma_2 - \alpha_\Psi) \cdot \\
&+ \cos(\gamma_1 + \gamma_2 + 2\Psi_j + \alpha_\Psi) \cos(\gamma_2 - \gamma_1 - \alpha_\Psi) \cos(\gamma_2 + \gamma_1 + 2\Psi_j + \alpha_\Psi) f(\Psi_i) d\Psi_j = \\
&= A_j \cos(\gamma_2 - \gamma_1) \cos(\alpha_\Psi) \int_0^t A_{S,i}(\tau) d\tau
\end{aligned}$$

Последнее слагаемое (19) при выполнении условия (23) для каждой гармоники определит составляющие третьего комплекса:

$$M \left\{ A_k \cos(\gamma_1 + k + \Psi_k) A_k \cos(\gamma_2 + k + \Psi_k) \right\} = \frac{A_{0k}^2 + D A_k^2}{2} \cos(\gamma_2 - \gamma_1). \quad (27)$$

При условиях (23) и распределении амплитуд A_k по закону Релея [1], энергетический спектр, представленный составляющими (27), определится как

$$K_{3,R}(\omega_2 - \gamma_1) = \sum_{k=1}^p \frac{A_{0k}^2 + D A_k^2}{2} \cos(\omega_2 - \gamma_1). \quad (28)$$

Учитывая независимость рассмотренных комплексов, вычислим корреляционную функцию суммированием корреляционных функций отдельных составляющих

$$K_R(\omega_2 - \gamma_1) = \sigma_p^2 \left\{ \frac{1}{2} A_j^2 + \frac{1}{2} \left[\int_0^t A_{sj}(\tau) d\tau \right]^2 - \right. \\ \left. - A_j \cos(\omega_2 - \gamma_1) \int_0^t A_{sj}(\tau) d\tau \right\} \cdot \cos(\omega_2 - \gamma_1) + \sum_{k=1}^p \frac{A_{0k}^2 + D A_k^2}{2} \cos(\omega_2 - \gamma_1) \quad (29)$$

Для вышеуказанных наборов условий корреляционная функция (29) представляет собой аддитивные комплексы, что позволяет определять спектральную плотность суммой спектральных плотностей для каждой из компонент.

Дисперсия случайной величины радиус-вектора рабочей поверхности определяется, если в (29) принять $\gamma_1 = \gamma_2$:

$$K_R(\omega_2 - \gamma_1) = \sigma_p^2 \left\{ \frac{1}{2} A_j^2 + \frac{1}{2} \left[\int_0^t A_{sj}(\tau) d\tau \right]^2 - \right. \\ \left. - A_j \cos(\omega_2 - \gamma_1) \int_0^t A_{sj}(\tau) d\tau + \sum_{k=1}^p \frac{A_{0k}^2 + D A_k^2}{2} \right\} \quad (30)$$

При анализе случайных компонент уравнения (29) для k -ой гармоники в работе [4] предложена зависимость:

$$K_{3,R}(\omega_2 - \gamma_1) = D_0 \cdot \exp(\alpha_k \cdot \omega_k \cdot \tau) \cos(\omega_2 - \gamma_1), \quad (31)$$

где D_0 – дисперсия высот неровностей рельефа круга k -ой гармоники; α_k – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение дисперсии за период стойкости инструмента. Для процесса плоского шлифования α , как правило, меньше нуля. На основании функций (29) – (31) могут быть построены их спектральные представления, определяемые преобразованием Фурье:

$$S_{ex}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_R(\omega) \exp(j \cdot \pi \cdot \omega) d\omega. \quad (32)$$

Для аддитивных корреляционных функций оператор (32) является линейным, что позволяет строить покомпонентные представления их спектров и анализировать установившуюся реакцию ТС (8) на отдельные компоненты возмущения.

Пример графика спектральных характеристик случайной составляющей отклонений профиля инструмента (31) и квадрата модуля частотных характеристик системы (8) приведены на рисунках 2 и 3.

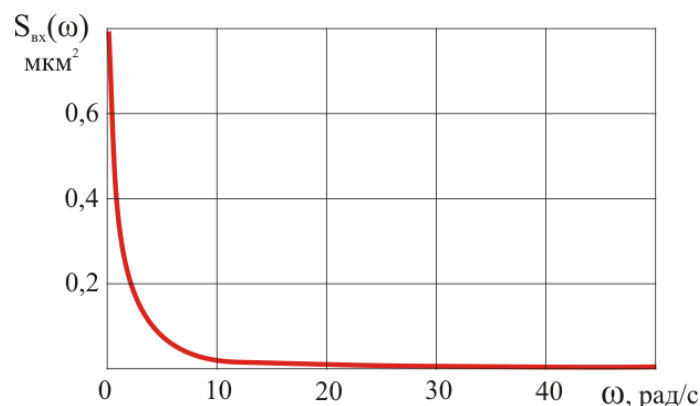


Рисунок 2 – Спектральная характеристика случайной составляющей профиля инструмента

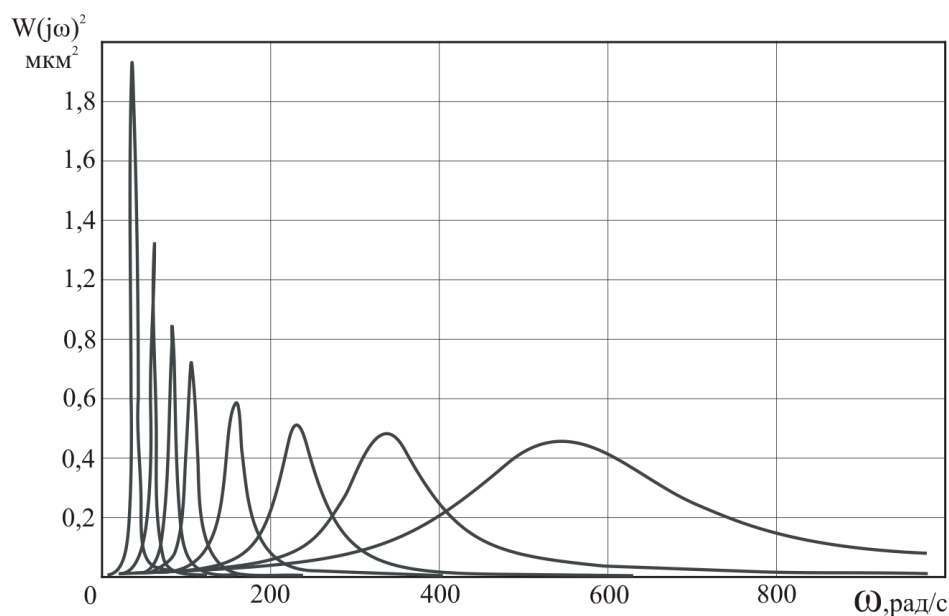


Рисунок 3 – Зависимости квадратов модулей передаточной функции от частоты для разных значений m_1

Спектральные характеристики вынужденных колебаний центра шлифовального круга, определяемые влиянием случайного процесса отклонений профиля инструмента ΔR при взаимодействии его с заготовкой в ходе технологического процесса шлифования, определяются по известной зависимости [4]:

$$S_{\text{вых}}(\omega) = S_{\text{вх}}(\omega) |W_{TC}(\omega)|^2, \quad (33)$$

где $|W_{TC}(\omega)|^2$ – квадрат модуля передаточной функции динамических характеристик технологической системы (8); $S_{\text{вх}}(\omega)$ – спектральное представление отклонения профиля инструмента ΔR , определяемое как преобразование Фурье корреляционных функций, построенных на базе (32).

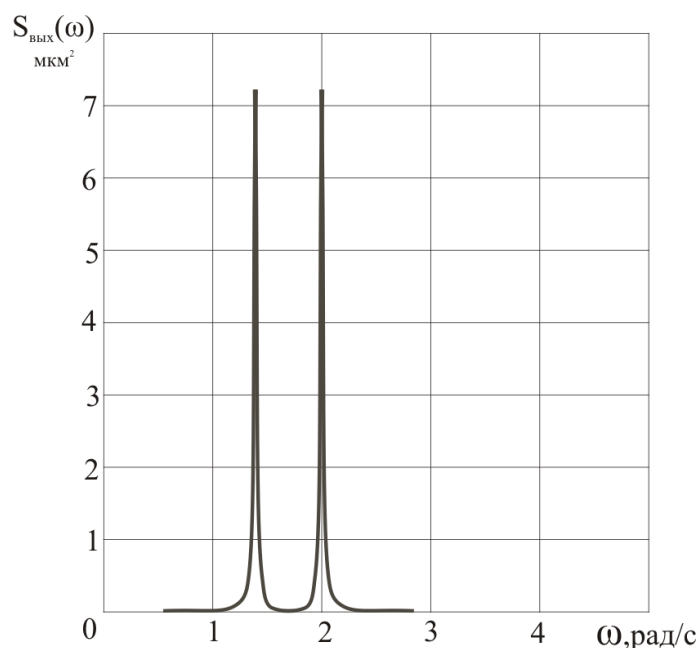


Рисунок 4 – Зависимость энергетического спектра колебаний фактической глубины резания, вызываемых случайными отклонениями профиля шлифовального круга, от приведенной массы круга и заготовки

Подобные спектры характеризуют частотное распределение энергий вынужденных колебаний ТС возбуждаемой случайной составляющей отклонений профиля инструмента.

Приведенные результаты показывают характер зависимости интенсивности колебаний элементов ТС, на которые воздействуют случайные отклонения профиля инструмента, от приведенной массы шлифовального круга и шлифовальной бабки.

Перспективы дальнейшего развития полученных результатов заключаются в их применении для выбора проектных решений и оценки характеристик ТС шлифования и оптимизации параметров обработки существующих комплексов.

Библиографический список использованной литературы

1. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке. — Изд-во Саратов. ун-та, 1979. — 232 с.
2. Братан С.М. Моделирование съема припуска на операциях комбинированного шлифования в пассивирующих средах. / С.М. Братан, Ю.К. Новоселов, Н.А. Минаев // Вісник національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». — Машинобудування. — К.:НТУУ «КПІ». — 2009. — Вып.56. — С. 244–257.
3. Минаев Н.А. Прогнозирование межэлектродного зазора при врезном электрохимическом шлифовании / Н.А. Минаев, С.М. Братан // Вестник СевНТУ. Машиноприборостроение и транспорт: сб. науч. трудов. — Севастополь: СевНТУ, 2010. — Вып. 107. — С. 147 – 150.
4. Братан С.М. Влияние состояния рабочей поверхности инструмента на оценку параметров формирующего фильтра / С.М. Братан, Ю.К. Новоселов, Д.А. Каинов // Резание и инструмент в технологических системах. — Междунар. науч. тех. сб. — Харьков: ХГПУ, 2002. — Вып.62. — С. 84–88.

Поступила в редакцию 1.06.2010 г.

Братан С.М., Каинов Д.О., Минаев М.О. Розробка математичної моделі, що враховує вплив відхилень профілю інструменту на динаміку процесу врізного комбінованого шліфування

Представлена математична модель видалення матеріалу в процесі комбінованого шліфування, що враховує зміну стохастичних властивостей шліфувального круга за період його стійкості. Виконаний аналіз впливу випадкової компоненти профілю на процес. Запропоновані залежності для розрахунку математичного очікування, кореляційної функції і дисперсії поточного радіус-вектора.

Ключові слова: комбіноване шліфування, знімання матеріалу, профіль інструменту, збурюючі фактори, динаміка процесу.

Bratan S.M., Kainov D.A., Minaev N.A. Developing a mathematical model, taking into account the influence of the tool profile deviations on the dynamics of the process of mortise combined grinding

A mathematical model of material removal in the process of combined grinding is proposed, taking into account changes of stochastic properties of a grinding wheel during the period of its firmness. A random component of a profile on the process is analyzed. Dependences are offered for calculating the expected value, a cross-correlation function, and dispersion of the current radius-vector.

Keywords: combined grinding, output of material, type of instrument, revolting factors, dynamics of a process.