



Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет



**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И
ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ
«МЕНЕДЖМЕНТ ОРГАНИЗАЦИЙ»
ДНЕВНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ
по дисциплине «Высшая математика»
Часть 2
Варианты домашней контрольной работы**

Севастополь
2004

УДК 519.85

Математическое программирование. Методические указания и домашняя контрольная работа для студентов специальности «Менеджмент организаций» дневной формы обучения по дисциплине «Высшая математика»/ Сост. Н.Г. Плаксина. – Ч. 2: Варианты домашней контрольной работы. - Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2004. – 68 с.

В настоящем издании приведены основные теоретические вопросы математического программирования; методические указания по решению задач, в том числе и в электронных таблицах Excel; текст домашней контрольной работы (30 вариантов), которую студенты выполняют на протяжении всего семестра. В апробации вариантов принимали участие студенты специальности «Менеджмент организаций» Е. Борисова, И. Ночвина, И. Портная, О. Родько.

Для углубленного изучения математического программирования приведен библиографический список учебной литературы.

Методические указания предназначены для студентов специальности «Менеджмент организаций» дневной формы обучения. Они будут полезны и для студентов дневной и заочной формы обучения других экономических специальностей.

Методические указания одобрены и утверждены на заседании кафедры высшей математики, протокол № 4 от 16.12.2003 года.

Допущено учебно-методическим центром университета в качестве методических указаний.

Рецензент – канд. физ.-мат. наук, доцент Песчанский А.И.



**ВАРИАНТЫ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ»**

Задача 1. Пользуясь методом исключения неизвестных, решить систему линейных уравнений

$$\begin{array}{ll} 1. & 2. \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 14 \\ -2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -1 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 18 \end{cases} & \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3. & 4. \\ \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -9 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 8 \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 13 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases} & \begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -9 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 26 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 21 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 34 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 5. & 6. \\ \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -8 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = -10 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 22 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -14 \end{cases} & \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = -26 \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -6 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = -6 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 7. & 8. \\ \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 21 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 35 \end{cases} & \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 9. & 10. \\ \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -15 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -17 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \end{cases} & \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 10 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = -3 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 11. & 12. \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 9 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -3 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 5 \end{cases} & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 7 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 13. & 14. \\ \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 2x_4 = -3 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \end{cases} & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -7 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 15. & 16. \\ \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases} & \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 9 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -2 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 17. & 18. \\ \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases} & \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$



$$\begin{array}{l}
 19. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = -4 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases} \\
 20. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = -2 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 21. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -3 \end{cases} \\
 22. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 7 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 23. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 6 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases} \\
 24. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -3 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 25. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -6 \end{cases} \\
 26. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 10 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 27. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = -6 \end{cases} \\
 28. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 29. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 7 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -9 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -6 \end{cases} \\
 30. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

Задача 2. Для изготовления изделий А и В используется 3 вида сырья S_1, S_2, S_3 . Расход сырья каждого вида на одно изделие А и В, запасы сырья каждого вида, а также доход от реализации одного изделия А и В указаны в таблице. Составить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальный доход от их реализации.

Решить задачу графическим методом и симплексным методом путем преобразования симплекс-таблиц.

Используя математическую модель данной задачи, составить двойственную и решить ее методом искусственного базиса и двойственным симплексным методом.

Виды сырья	Расход сырья каждого вида на одно изделие		Запасы сырья
	А	В	
S_1	a_1	b_1	p_1
S_2	a_2	b_2	p_2
S_3	a_3	b_3	p_3
Прибыль от одного изделия	C_1	C_2	—

$$\begin{array}{llll}
 1. & a_1 = 2 & b_1 = 3 & p_1 = 1350 \quad c_1 = 4 \\
 & a_2 = 4 & b_2 = 2 & p_2 = 1700 \quad c_2 = 8 \\
 & a_3 = 1 & b_3 = 3 & p_3 = 1200
 \end{array}$$



$$\begin{array}{llll}
 2. & a_1 = 1 & b_1 = 3 & p_1 = 950 \quad c_1 = 3 \\
 & a_2 = 3 & b_2 = 4 & p_2 = 1600 \quad c_2 = 4 \\
 & a_3 = 2 & b_3 = 1 & p_3 = 700
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 3. & a_1 = 2 & b_1 = 1 & p_1 = 280 \quad c_1 = 2 \\
 & a_2 = 1 & b_2 = 3 & p_2 = 340 \quad c_2 = 4 \\
 & a_3 = 3 & b_3 = 2 & p_3 = 500
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 4. & a_1 = 3 & b_1 = 4 & p_1 = 960 \quad c_1 = 3 \\
 & a_2 = 5 & b_2 = 4 & p_2 = 1250 \quad c_2 = 5 \\
 & a_3 = 1 & b_3 = 2 & p_3 = 420
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 5. & a_1 = 2 & b_1 = 3 & p_1 = 720 \quad c_1 = 3 \\
 & a_2 = 4 & b_2 = 3 & p_2 = 1200 \quad c_2 = 4 \\
 & a_3 = 3 & b_3 = 2 & p_3 = 780
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 6. & a_1 = 4 & b_1 = 5 & p_1 = 860 \quad c_1 = 4 \\
 & a_2 = 3 & b_2 = 2 & p_2 = 500 \quad c_2 = 6 \\
 & a_3 = 2 & b_3 = 5 & p_3 = 680
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 7. & a_1 = 2 & b_1 = 3 & p_1 = 600 \quad c_1 = 5 \\
 & a_2 = 4 & b_2 = 3 & p_2 = 845 \quad c_2 = 5 \\
 & a_3 = 5 & b_3 = 6 & p_3 = 1315
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 8. & a_1 = 3 & b_1 = 4 & p_1 = 1330 \quad c_1 = 2 \\
 & a_2 = 4 & b_2 = 3 & p_2 = 1300 \quad c_2 = 5 \\
 & a_3 = 1 & b_3 = 3 & p_3 = 960
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 9. & a_1 = 2 & b_1 = 3 & p_1 = 580 \quad c_1 = 4 \\
 & a_2 = 1 & b_2 = 2 & p_2 = 380 \quad c_2 = 7 \\
 & a_3 = 5 & b_3 = 3 & p_3 = 820
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 10. & a_1 = 2 & b_1 = 1 & p_1 = 440 \quad c_1 = 9 \\
 & a_2 = 3 & b_2 = 2 & p_2 = 750 \quad c_2 = 5 \\
 & a_3 = 5 & b_3 = 2 & p_3 = 1040
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 11. & a_1 = 2 & b_1 = 5 & p_1 = 230 \quad c_1 = 4 \\
 & a_2 = 8 & b_2 = 7 & p_2 = 686 \quad c_2 = 8 \\
 & a_3 = 1 & b_3 = 5 & p_3 = 210
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 12. & a_1 = 1 & b_1 = 2 & p_1 = 80 \quad c_1 = 3 \\
 & a_2 = 1 & b_2 = 4 & p_2 = 140 \quad c_2 = 4 \\
 & a_3 = 2 & b_3 = 2 & p_3 = 140
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 13. & a_1 = 3 & b_1 = 4 & p_1 = 263 \quad c_1 = 2 \\
 & a_2 = 5 & b_2 = 4 & p_2 = 385 \quad c_2 = 3 \\
 & a_3 = 1 & b_3 = 2 & p_3 = 121
 \end{array}$$



14.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 1 & b_1 = 1 & p_1 = 45 & c_1 = 6 \\ a_2 = 2 & b_2 = 1 & p_2 = 85 & c_2 = 4 \\ a_3 = 3 & b_3 = 4 & p_3 = 160 & \end{array}$$

15.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 3 & b_1 = 5 & p_1 = 256 & c_1 = 1 \\ a_2 = 8 & b_2 = 7 & p_2 = 613 & c_2 = 3 \\ a_3 = 1 & b_3 = 5 & p_3 = 222 & \end{array}$$

16.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 6 & b_1 = 7 & p_1 = 370 & c_1 = 2 \\ a_2 = 3 & b_2 = 2 & p_2 = 170 & c_2 = 4 \\ a_3 = 1 & b_3 = 3 & p_3 = 135 & \end{array}$$

17.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 5 & b_1 = 8 & p_1 = 410 & c_1 = 4 \\ a_2 = 3 & b_2 = 2 & p_2 = 204 & c_2 = 3 \\ a_3 = 1 & b_3 = 4 & p_3 = 178 & \end{array}$$

18.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 5 & b_1 = 14 & p_1 = 560 & c_1 = 8 \\ a_2 = 1 & b_2 = 6 & p_2 = 224 & c_2 = 7 \\ a_3 = 4 & b_3 = 3 & p_3 = 366 & \end{array}$$

19.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 4 & b_1 = 5 & p_1 = 320 & c_1 = 9 \\ a_2 = 2 & b_2 = 1 & p_2 = 142 & c_2 = 6 \\ a_3 = 1 & b_3 = 5 & p_3 = 275 & \end{array}$$

20.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 4 & b_1 = 11 & p_1 = 460 & c_1 = 10 \\ a_2 = 9 & b_2 = 8 & p_2 = 700 & c_2 = 9 \\ a_3 = 2 & b_3 = 11 & p_3 = 428 & \end{array}$$

21.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 3 & b_1 = 2 & p_1 = 300 & c_1 = 5 \\ a_2 = 4 & b_2 = 6 & p_2 = 680 & c_2 = 7 \\ a_3 = 2 & b_3 = 2 & p_3 = 250 & \end{array}$$

22.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 4 & b_1 = 5 & p_1 = 310 & c_1 = 8 \\ a_2 = 3 & b_2 = 4 & p_2 = 250 & c_2 = 10 \\ a_3 = 2 & b_3 = 5 & p_3 = 230 & \end{array}$$

23.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 5 & b_1 = 3 & p_1 = 540 & c_1 = 7 \\ a_2 = 3 & b_2 = 6 & p_2 = 700 & c_2 = 10 \\ a_3 = 2 & b_3 = 3 & p_3 = 360 & \end{array}$$

24.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 6 & b_1 = 5 & p_1 = 790 & c_1 = 3 \\ a_2 = 4 & b_2 = 6 & p_2 = 700 & c_2 = 4 \\ a_3 = 3 & b_3 = 5 & p_3 = 520 & \end{array}$$

25.

$$\begin{array}{llll} a_1 = 8 & b_1 = 3 & p_1 = 845 & c_1 = 2 \\ a_2 = 5 & b_2 = 2 & p_2 = 560 & c_2 = 4 \\ a_3 = 1 & b_3 = 3 & p_3 = 355 & \end{array}$$



- 26.
- | | | | |
|------------|-----------|--------------|-----------|
| $a_1 = 10$ | $b_1 = 8$ | $p_1 = 1090$ | $c_1 = 2$ |
| $a_2 = 6$ | $b_2 = 3$ | $p_2 = 540$ | $c_2 = 5$ |
| $a_3 = 3$ | $b_3 = 8$ | $p_3 = 775$ | |
- 27.
- | | | | |
|-----------|-----------|--------------|-----------|
| $a_1 = 8$ | $b_1 = 5$ | $p_1 = 1240$ | $c_1 = 3$ |
| $a_2 = 4$ | $b_2 = 3$ | $p_2 = 700$ | $c_2 = 5$ |
| $a_3 = 2$ | $b_3 = 5$ | $p_3 = 760$ | |
- 28.
- | | | | |
|-----------|-----------|-------------|-----------|
| $a_1 = 6$ | $b_1 = 4$ | $p_1 = 818$ | $c_1 = 4$ |
| $a_2 = 3$ | $b_2 = 5$ | $p_2 = 740$ | $c_2 = 5$ |
| $a_3 = 4$ | $b_3 = 4$ | $p_3 = 668$ | |
- 29.
- | | | | |
|-----------|-----------|-------------|-----------|
| $a_1 = 8$ | $b_1 = 3$ | $p_1 = 558$ | $c_1 = 5$ |
| $a_2 = 5$ | $b_2 = 2$ | $p_2 = 370$ | $c_2 = 8$ |
| $a_3 = 1$ | $b_3 = 3$ | $p_3 = 222$ | |
- 30.
- | | | | |
|-----------|-----------|-------------|-----------|
| $a_1 = 6$ | $b_1 = 4$ | $p_1 = 360$ | $c_1 = 2$ |
| $a_2 = 3$ | $b_2 = 2$ | $p_2 = 200$ | $c_2 = 6$ |
| $a_3 = 1$ | $b_3 = 4$ | $p_3 = 210$ | |

Задача 3. На основании данных, приведенных ниже, составить оптимальный план перевозок, при котором общая стоимость всех перевозок является наименьшей. Исходный опорный план составить по методу северо-западного угла. Пояснить полученное решение.

Обозначения:

$a_1, a_2, \dots, a_m$ – количество груза в пунктах отправления $A_1, A_2, \dots, A_m$.

$b_1, b_2, \dots, b_n$ – количество груза, требующееся пунктам назначения $B_1, B_2, \dots, B_n$.

$(C_{ij})_{m \times n}$ – матрица стоимости перевозок единицы груза от каждого поставщика к каждому потребителю.

1.

$$a_1 = 30; \quad a_2 = 40; \quad a_3 = 60;$$

$$b_1 = 20; \quad b_2 = 45; \quad b_3 = 55; \quad b_4 = 10;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

2.

$$a_1 = 20; \quad a_2 = 50; \quad a_3 = 80;$$

$$b_1 = 35; \quad b_2 = 40; \quad b_3 = 55; \quad b_4 = 20;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 & 4 \\ 4 & 2 & 6 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

3.

$$a_1 = 40; \quad a_2 = 70; \quad a_3 = 90;$$

$$b_1 = 30; \quad b_2 = 70; \quad b_3 = 65; \quad b_4 = 35;$$



$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 8 & 6 \\ 5 & 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

4.

$$a_1 = 25; \quad a_2 = 45; \quad a_3 = 50;$$

$$b_1 = 20; \quad b_2 = 30; \quad b_3 = 35; \quad b_4 = 35;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 5 & 4 \\ 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

5.

$$a_1 = 50; \quad a_2 = 80; \quad a_3 = 120;$$

$$b_1 = 30; \quad b_2 = 40; \quad b_3 = 50; \quad b_4 = 130;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 9 & 7 \\ 10 & 6 & 8 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

6.

$$a_1 = 100; \quad a_2 = 200; \quad a_3 = 250;$$

$$b_1 = 70; \quad b_2 = 120; \quad b_3 = 160; \quad b_4 = 200;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 5 & 2 \\ 3 & 5 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 3 & 9 \end{pmatrix}.$$

7.

$$a_1 = 120; \quad a_2 = 150; \quad a_3 = 200;$$

$$b_1 = 80; \quad b_2 = 90; \quad b_3 = 120; \quad b_4 = 180;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 5 \\ 8 & 9 & 10 & 12 \end{pmatrix}.$$

8.

$$a_1 = 90; \quad a_2 = 160; \quad a_3 = 200;$$

$$b_1 = 80; \quad b_2 = 110; \quad b_3 = 120; \quad b_4 = 140;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 10 & 11 \\ 7 & 9 & 12 & 8 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

9.

$$a_1 = 75; \quad a_2 = 95; \quad a_3 = 120;$$

$$b_1 = 65; \quad b_2 = 80; \quad b_3 = 95; \quad b_4 = 50;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

10.

$$a_1 = 130; \quad a_2 = 150; \quad a_3 = 200;$$

$$b_1 = 120; \quad b_2 = 140; \quad b_3 = 150; \quad b_4 = 70;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 & 9 \\ 5 & 7 & 6 & 8 \\ 3 & 9 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$$

11.

$$a_1 = 40; \quad a_2 = 70; \quad a_3 = 110;$$

$$b_1 = 30; \quad b_2 = 60; \quad b_3 = 75; \quad b_4 = 55;$$



$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

12.

$$a_1 = 60; \quad a_2 = 120; \quad a_3 = 120;$$

$$b_1 = 70; \quad b_2 = 90; \quad b_3 = 100; \quad b_4 = 40;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

13.

$$a_1 = 80; \quad a_2 = 120; \quad a_3 = 200;$$

$$b_1 = 90; \quad b_2 = 100; \quad b_3 = 150; \quad b_4 = 60;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 9 & 7 \\ 8 & 6 & 8 & 5 \\ 7 & 10 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

14.

$$a_1 = 100; \quad a_2 = 170; \quad a_3 = 230;$$

$$b_1 = 110; \quad b_2 = 170; \quad b_3 = 180; \quad b_4 = 40;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 12 & 9 & 10 & 8 \\ 8 & 6 & 7 & 9 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

15.

$$a_1 = 50; \quad a_2 = 80; \quad a_3 = 120;$$

$$b_1 = 40; \quad b_2 = 60; \quad b_3 = 80; \quad b_4 = 70;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 3 \\ 5 & 6 & 7 & 4 \\ 8 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

16.

$$a_1 = 90; \quad a_2 = 110; \quad a_3 = 150;$$

$$b_1 = 100; \quad b_2 = 120; \quad b_3 = 90; \quad b_4 = 40;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 & 8 \\ 6 & 4 & 3 & 5 \\ 8 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

17.

$$a_1 = 100; \quad a_2 = 150; \quad a_3 = 200;$$

$$b_1 = 90; \quad b_2 = 110; \quad b_3 = 150; \quad b_4 = 100;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 6 \\ 8 & 5 & 10 & 7 \end{pmatrix}.$$

18.

$$a_1 = 30; \quad a_2 = 70; \quad a_3 = 100;$$

$$b_1 = 40; \quad b_2 = 50; \quad b_3 = 70; \quad b_4 = 40;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

19.

$$a_1 = 40; \quad a_2 = 70; \quad a_3 = 90;$$

$$b_1 = 30; \quad b_2 = 50; \quad b_3 = 65; \quad b_4 = 55;$$



$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

20.

$$a_1 = 80; \quad a_2 = 120; \quad a_3 = 150;$$

$$b_1 = 70; \quad b_2 = 80; \quad b_3 = 110; \quad b_4 = 90;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 5 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

21.

$$a_1 = 50; \quad a_2 = 30; \quad a_3 = 20;$$

$$b_1 = 40; \quad b_2 = 20; \quad b_3 = 10; \quad b_4 = 30;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

22.

$$a_1 = 45; \quad a_2 = 63; \quad a_3 = 92;$$

$$b_1 = 14; \quad b_2 = 36; \quad b_3 = 110; \quad b_4 = 40;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

23.

$$a_1 = 75; \quad a_2 = 40; \quad a_3 = 85;$$

$$b_1 = 50; \quad b_2 = 30; \quad b_3 = 100; \quad b_4 = 20;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 6 & 6 & 3 \\ 3 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

24.

$$a_1 = 100; \quad a_2 = 140; \quad a_3 = 200;$$

$$b_1 = 40; \quad b_2 = 150; \quad b_3 = 80; \quad b_4 = 170;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 6 & 3 \\ 5 & 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

25.

$$a_1 = 75; \quad a_2 = 50; \quad a_3 = 80;$$

$$b_1 = 30; \quad b_2 = 70; \quad b_3 = 70; \quad b_4 = 35;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

26.

$$a_1 = 130; \quad a_2 = 240; \quad a_3 = 120;$$

$$b_1 = 250; \quad b_2 = 100; \quad b_3 = 60; \quad b_4 = 80;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

27.

$$a_1 = 50; \quad a_2 = 40; \quad a_3 = 80;$$

$$b_1 = 20; \quad b_2 = 50; \quad b_3 = 60; \quad b_4 = 40;$$



$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

28.

$$a_1 = 100; \quad a_2 = 150; \quad a_3 = 75;$$

$$b_1 = 125; \quad b_2 = 60; \quad b_3 = 40; \quad b_4 = 100;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

29.

$$a_1 = 60; \quad a_2 = 180; \quad a_3 = 60;$$

$$b_1 = 100; \quad b_2 = 70; \quad b_3 = 60; \quad b_4 = 70;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

30.

$$a_1 = 50; \quad a_2 = 40; \quad a_3 = 20;$$

$$b_1 = 30; \quad b_2 = 25; \quad b_3 = 30; \quad b_4 = 25;$$

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Фирма производит изделия трех модификаций (I, II, III). Затраты, связанные с выполнением каждой операции в процессе изготовления одного изделия, приводятся в таблице.

Операция	Затраты		
	I	II	III
Изготовление комплектующих	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Сборка изделия	a_{21}	a_{22}	a_{23}
Тестирование упаковка	a_{31}	a_{32}	a_{33}

Максимальные недельные затраты фирмы, связанные с выполнением работ по изготовлению комплектующих, по сборке изделий, по тестированию и упаковке изделий, составляют b_1, b_2, b_3 грн. соответственно.

Прибыль от продажи одного изделия модификации I, II, III составляет соответственно c_1, c_2, c_3 грн.

1. Определить оптимальный недельный план производства продукции, при котором фирма получит максимальную прибыль.
2. Для удовлетворения потребностей постоянного клиента фирма обязана выпускать в неделю не менее d_1 изделий модификации III. Как повлияет это условие на оптимальный план выпуска изделий?
3. Хотя рынок сбыта неограничен, возможности хранения изделий на фирме ограничены d_2 экземплярами. Как влияет это ограничение на оптимальный план производства продукции?

(Вычисления выполнить в электронных таблицах Excel).



$$1. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 20 \\ 10 & 20 & 30 \\ 15 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2600; 1900; 1550) \\ \bar{c}(12; 20; 18)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 100$$

$$2. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 20 \\ 20 & 20 & 30 \\ 30 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2000; 3700; 3800) \\ \bar{c}(14; 20; 17)$$

$$d_1 = 40 \\ d_2 = 150$$

$$3. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 15 & 10 \\ 10 & 10 & 20 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(3300; 2400; 4000) \\ \bar{c}(15; 22; 15)$$

$$d_1 = 50 \\ d_2 = 180$$

$$4. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 20 & 10 & 10 \\ 30 & 30 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2800; 2500; 4900) \\ \bar{c}(12; 24; 16)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 150$$

$$5. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 30 \\ 30 & 20 & 10 \\ 10 & 30 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2500; 3300; 2600) \\ \bar{c}(12; 20; 15)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 120$$

$$6. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 30 & 20 & 10 \\ 20 & 10 & 30 \\ 10 & 30 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(4100; 3500; 3200) \\ \bar{c}(10; 25; 18)$$

$$d_1 = 50 \\ d_2 = 160$$

$$7. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 20 & 30 & 10 \\ 30 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(3500; 4700; 4400) \\ \bar{c}(18; 25; 20)$$

$$d_1 = 40 \\ d_2 = 200$$

$$8. (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 20 & 30 \\ 30 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(4000; 3300; 4100) \\ \bar{c}(16; 20; 18)$$

$$d_1 = 50 \\ d_2 = 170$$



$$9. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 20 \\ 20 & 20 & 10 \\ 10 & 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 140$$

$$10. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 15 & 20 & 10 \\ 10 & 10 & 20 \\ 15 & 15 & 10 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 50 \\ d_2 = 190$$

$$11. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 15 & 10 \\ 20 & 10 & 15 \\ 15 & 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 60 \\ d_2 = 190$$

$$12. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 \\ 20 & 10 & 15 \\ 15 & 20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 60 \\ d_2 = 200$$

$$\bar{b}(1800; 3000; 2400) \\ \bar{c}(15; 25; 20)$$

$$\bar{b}(3300; 2500; 2950) \\ \bar{c}(10; 20; 16)$$

$$\bar{b}(3350; 3250; 3750) \\ \bar{c}(12; 15; 14)$$

$$\bar{b}(3200; 3550; 3600) \\ \bar{c}(15; 20; 18)$$

$$13. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 10 \\ 10 & 30 & 20 \\ 20 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 150$$

$$14. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 10 \\ 5 & 6 & 5 \\ 10 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 70 \\ d_2 = 250$$

$$15. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 10 & 5 & 5 \\ 15 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

$$d_1 = 40 \\ d_2 = 200$$

$$\bar{b}(2600; 3100; 2800) \\ \bar{c}(14; 20; 16)$$

$$\bar{b}(2520; 1440; 1950) \\ \bar{c}(10; 20; 18)$$

$$\bar{b}(1800; 1650; 2750) \\ \bar{c}(8; 12; 10)$$



$$16. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 \\ 20 & 10 & 15 \\ 15 & 20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2100; 2500; 2600) \\ \bar{c}(16; 20; 18)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 140$$

$$17. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 15 & 10 \\ 10 & 20 & 15 \\ 15 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2550; 2100; 2100) \\ \bar{c}(10; 16; 12)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 130$$

$$18. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 15 & 20 & 10 \\ 20 & 15 & 10 \\ 10 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(1600; 1750; 1100) \\ \bar{c}(8; 14; 10)$$

$$d_1 = 20 \\ d_2 = 70$$

$$19. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 \\ 15 & 20 & 10 \\ 20 & 10 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2100; 2600; 2500) \\ \bar{c}(10; 15; 12)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 140$$

$$20. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 10 & 5 & 8 \\ 8 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(1620; 1770; 1900) \\ \bar{c}(6; 10; 8)$$

$$d_1 = 50 \\ d_2 = 210$$

$$21. \quad (a_{i,j}) = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 20 \\ 20 & 10 & 10 \\ 10 & 20 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2700; 2700; 2400) \\ \bar{c}(6; 10; 9)$$

$$d_1 = 40 \\ d_2 = 160$$

$$22. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 10 & 5 & 5 \\ 15 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(900; 950; 1550) \\ \bar{c}(10; 20; 15)$$

$$d_1 = 20 \\ d_2 = 100$$

$$23. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 10 \\ 10 & 10 & 20 \\ 20 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(700; 1400; 2000) \\ \bar{c}(12; 18; 15)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 100$$



$$24. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 20 & 10 & 10 \\ 15 & 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(3200; 3200; 3900) \\ \bar{c}(15; 25; 20)$$

$$d_1 = 50 \\ d_2 = 200$$

$$25. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 5 \\ 10 & 5 & 15 \\ 15 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(1100; 1600; 2000) \\ \bar{c}(7; 12; 10)$$

$$d_1 = 40 \\ d_2 = 150$$

$$26. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 10 \\ 5 & 10 & 5 \\ 10 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2300; 1900; 2500) \\ \bar{c}(8; 15; 10)$$

$$d_1 = 70 \\ d_2 = 250$$

$$27. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 30 & 10 & 20 \\ 20 & 30 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(1700; 2400; 2500) \\ \bar{c}(6; 10; 8)$$

$$d_1 = 20 \\ d_2 = 100$$

$$28. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 15 \\ 15 & 10 & 5 \\ 5 & 15 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(1250; 1650; 1300) \\ \bar{c}(8; 15; 12)$$

$$d_1 = 30 \\ d_2 = 120$$

$$29. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 15 & 10 & 20 \\ 20 & 15 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(1650; 1650; 2100) \\ \bar{c}(6; 10; 9)$$

$$d_1 = 70 \\ d_2 = 100$$

$$30. \quad (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 15 \\ 10 & 20 & 10 \\ 15 & 10 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\bar{b}(2550; 2100; 2300) \\ \bar{c}(10; 20; 15)$$

$$d_1 = 40 \\ d_2 = 140$$

Задача 5. Найти решение игры двух игроков А и В, заданной

матрицей $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, и дать геометрическую

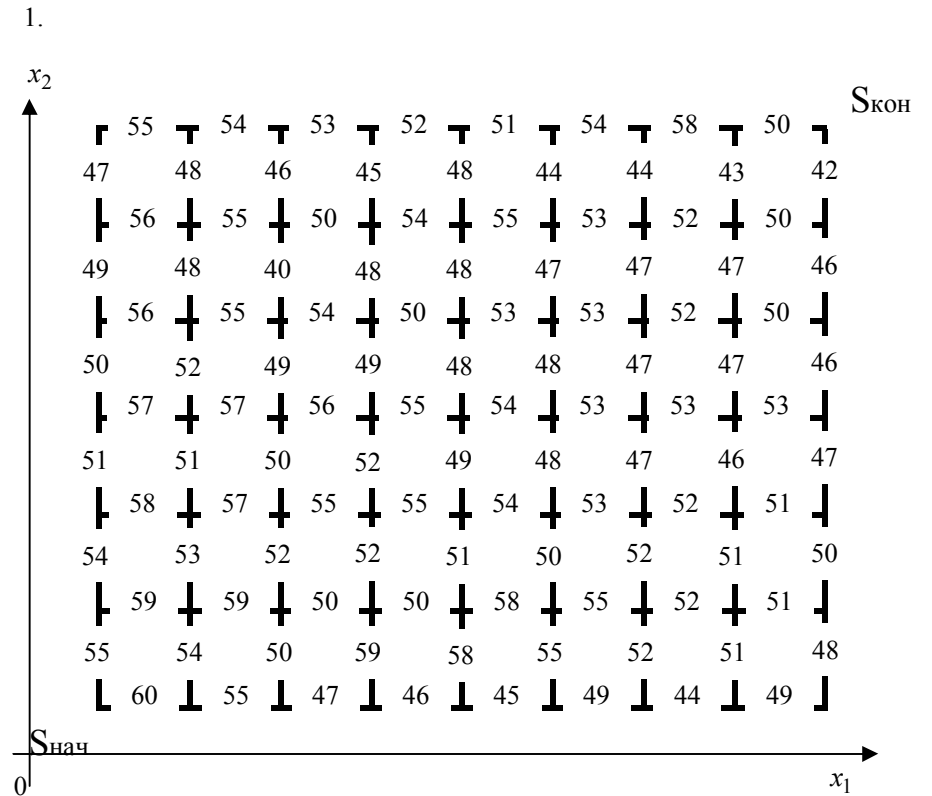
интерпретацию этого решения. Свести матричную игру к двойственной паре задач линейного программирования, и



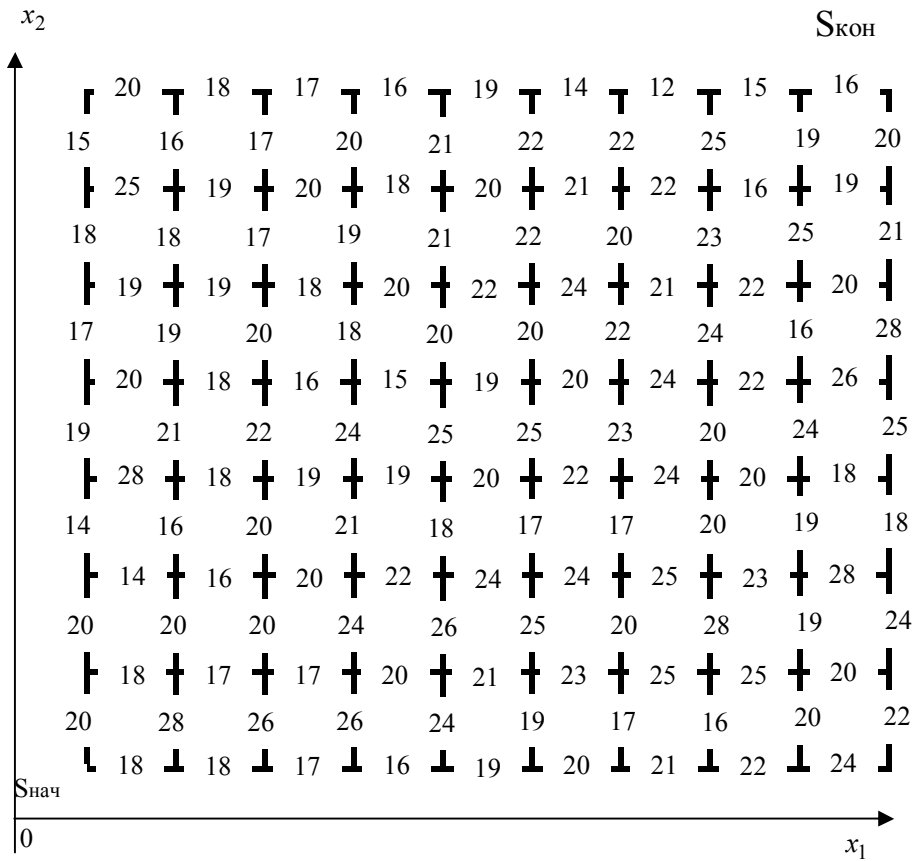
решить задачи симплекс-методом и двойственным симплекс-методом соответственно.

1. $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 11 & 6 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$
10. $\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$
11. $\begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$
12. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$
13. $\begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$
14. $\begin{pmatrix} 12 & 11 \\ 8 & 14 \end{pmatrix}$
15. $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$
16. $\begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$
17. $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$
18. $\begin{pmatrix} 9 & 12 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}$
19. $\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$
20. $\begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 10 & 9 \end{pmatrix}$
21. $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$
22. $\begin{pmatrix} 9 & 12 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$
23. $\begin{pmatrix} 14 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$
24. $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$
25. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$
26. $\begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 14 & 11 \end{pmatrix}$
27. $\begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$
28. $\begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 11 & 9 \end{pmatrix}$
29. $\begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$
30. $\begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$

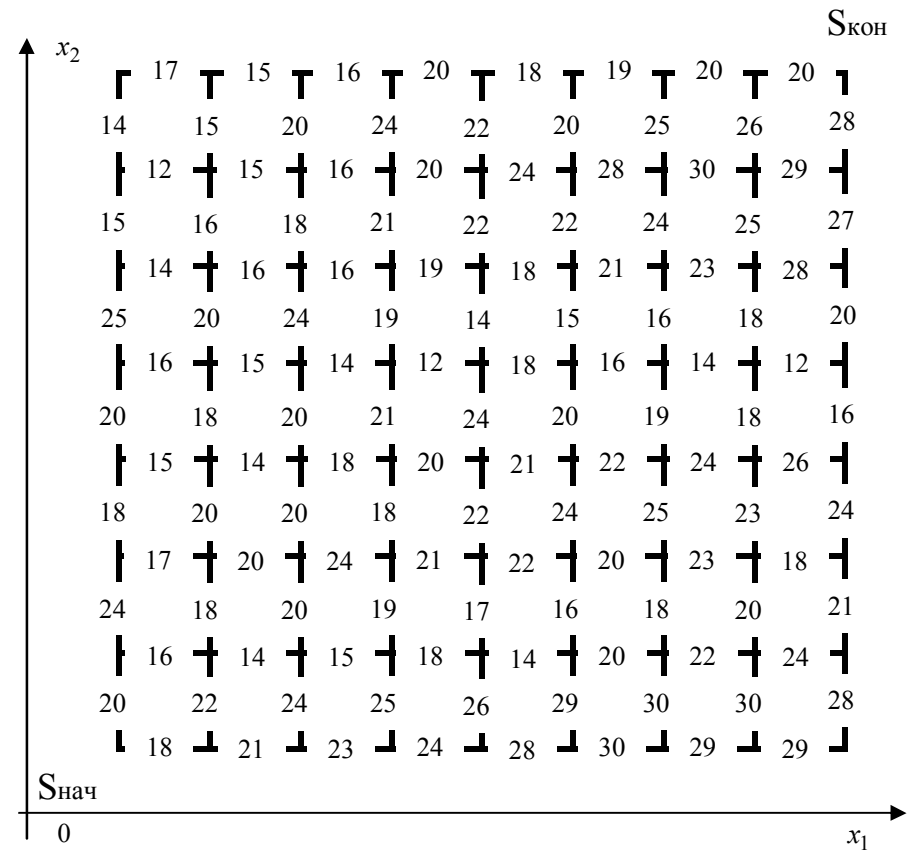
Задача 6. Цеху необходимо выпустить два вида изделий x_1 и x_2 (или перевести систему из состояния $S_{\text{нач}}$ в $S_{\text{кон}}$). По заданной «сетке» затрат требуется составить план выпуска так, чтобы затраты были минимальными.



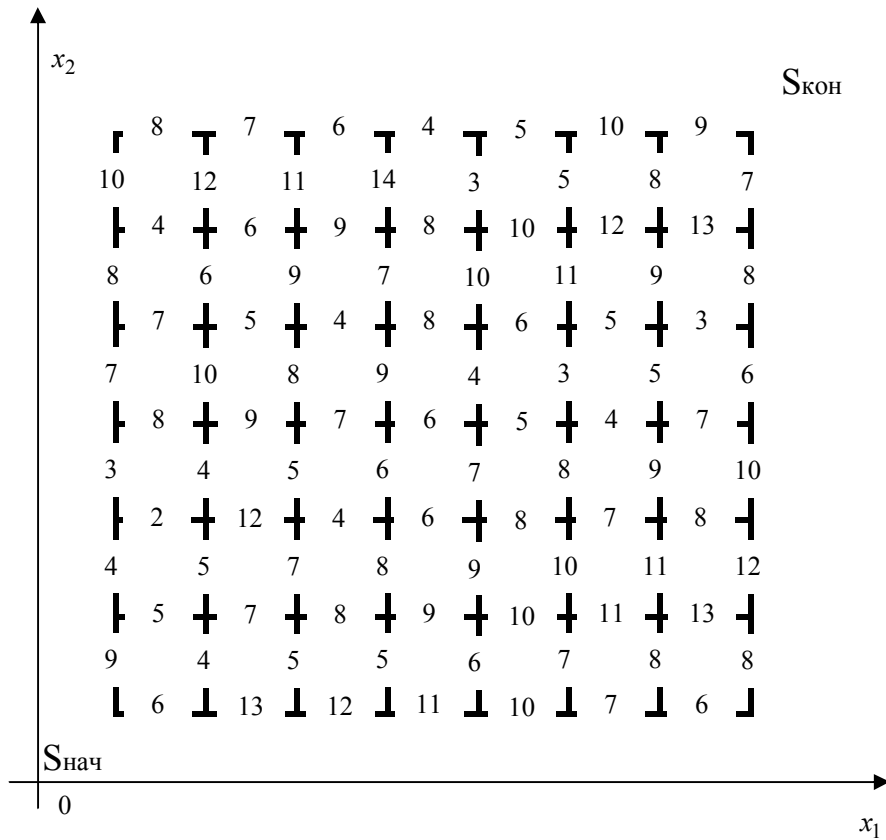
2.



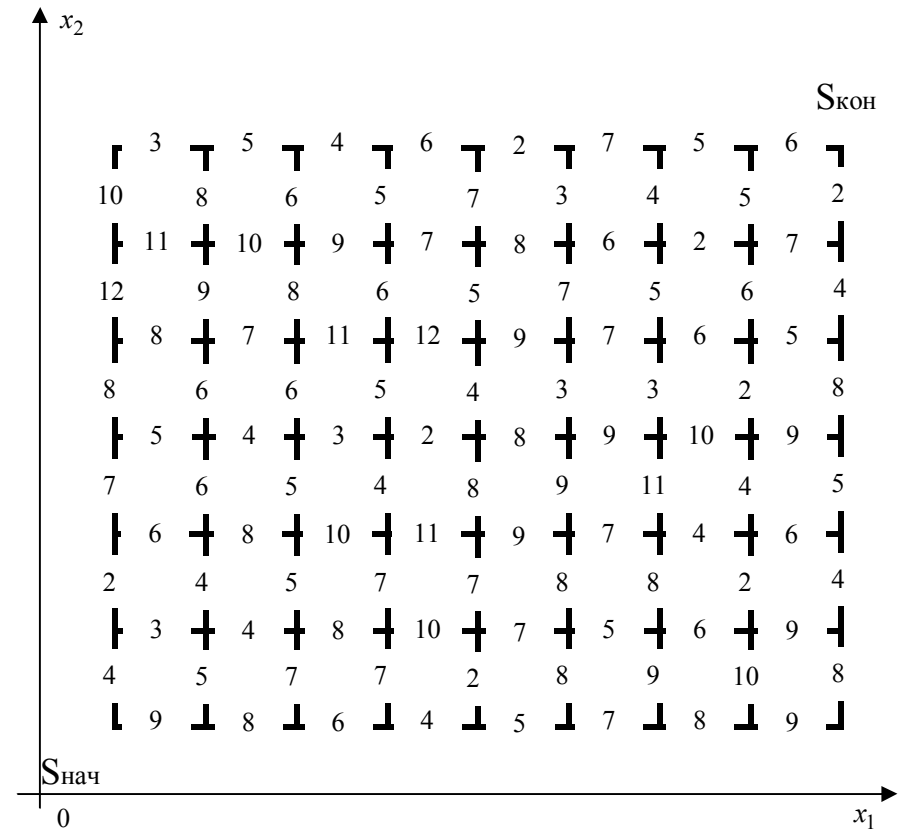
3.



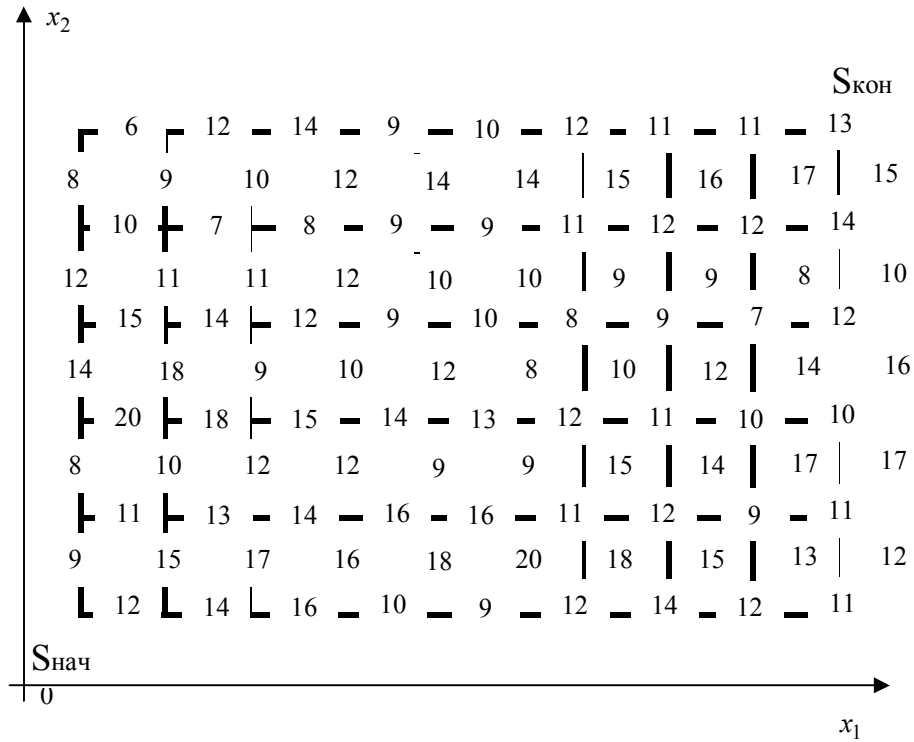
4.



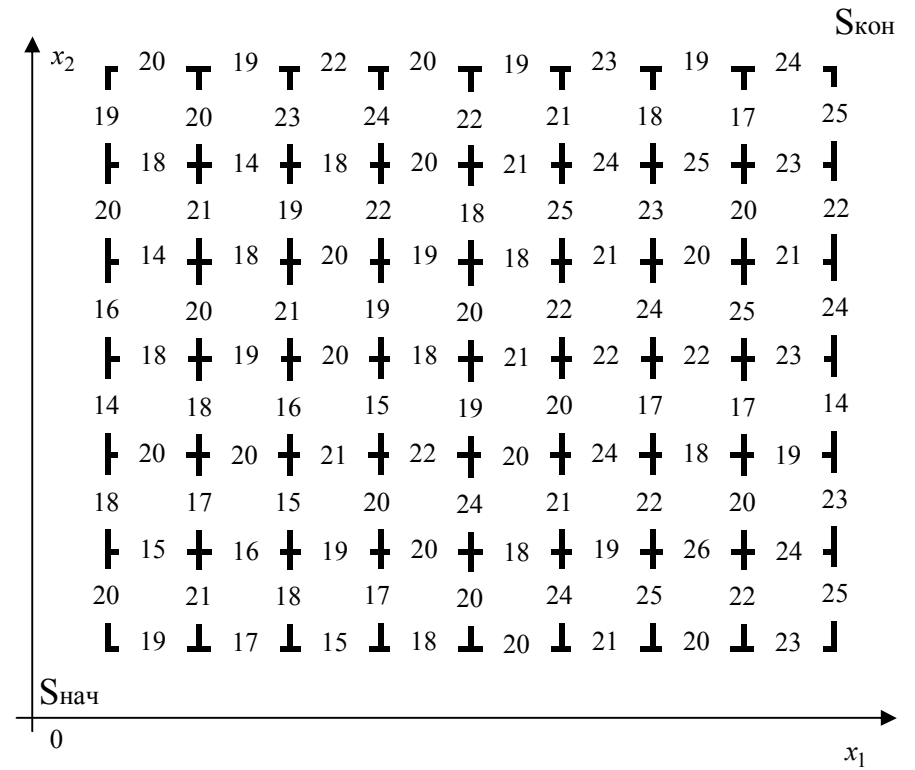
5.



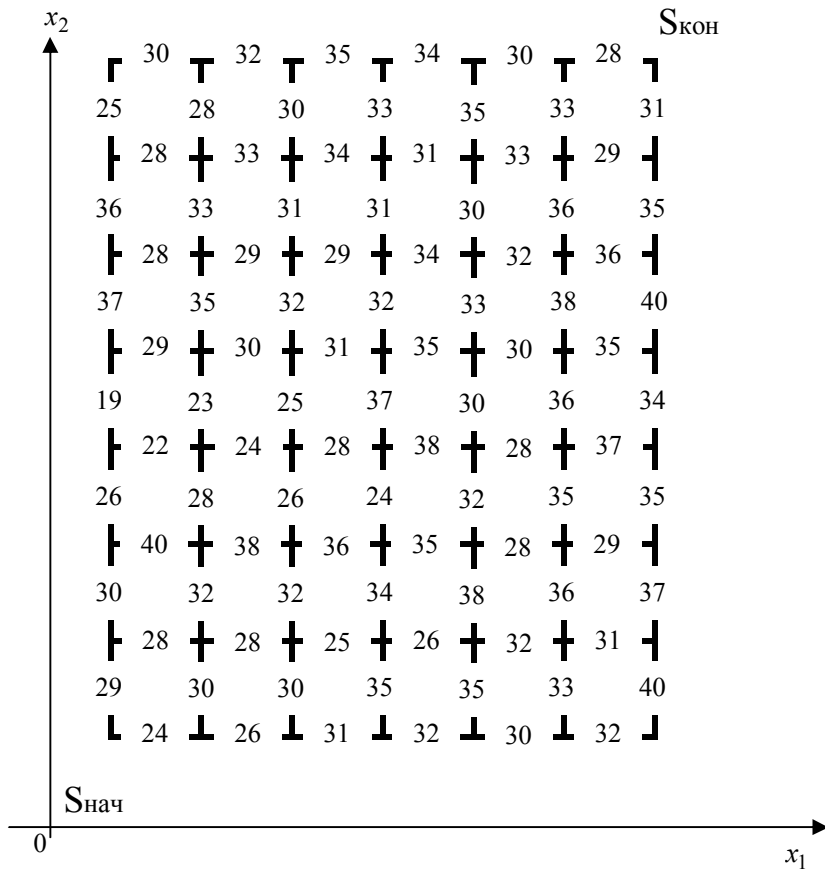
6.



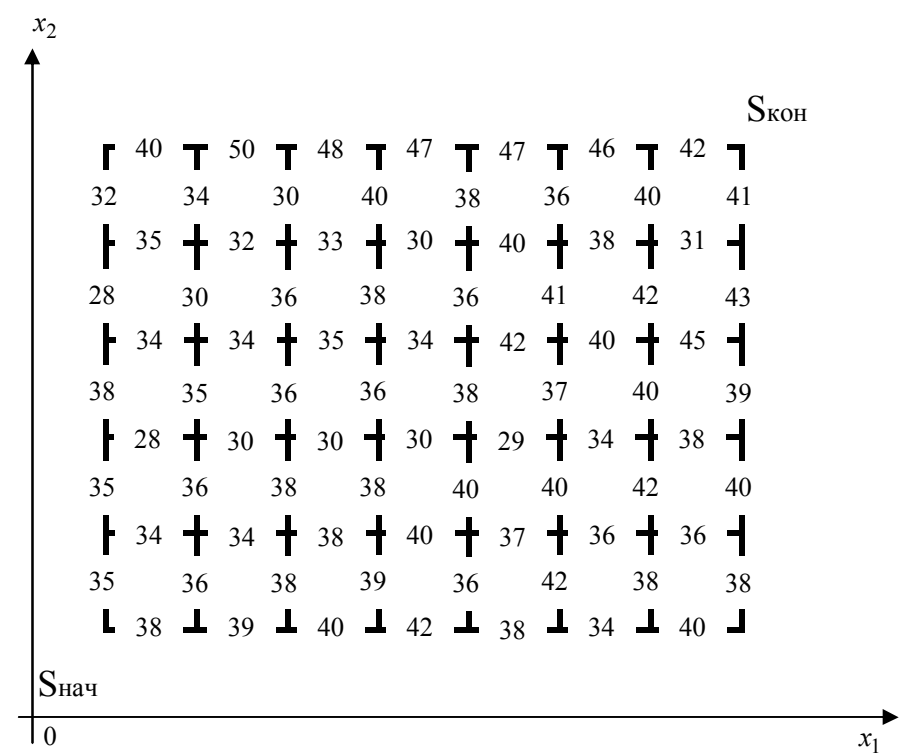
7.



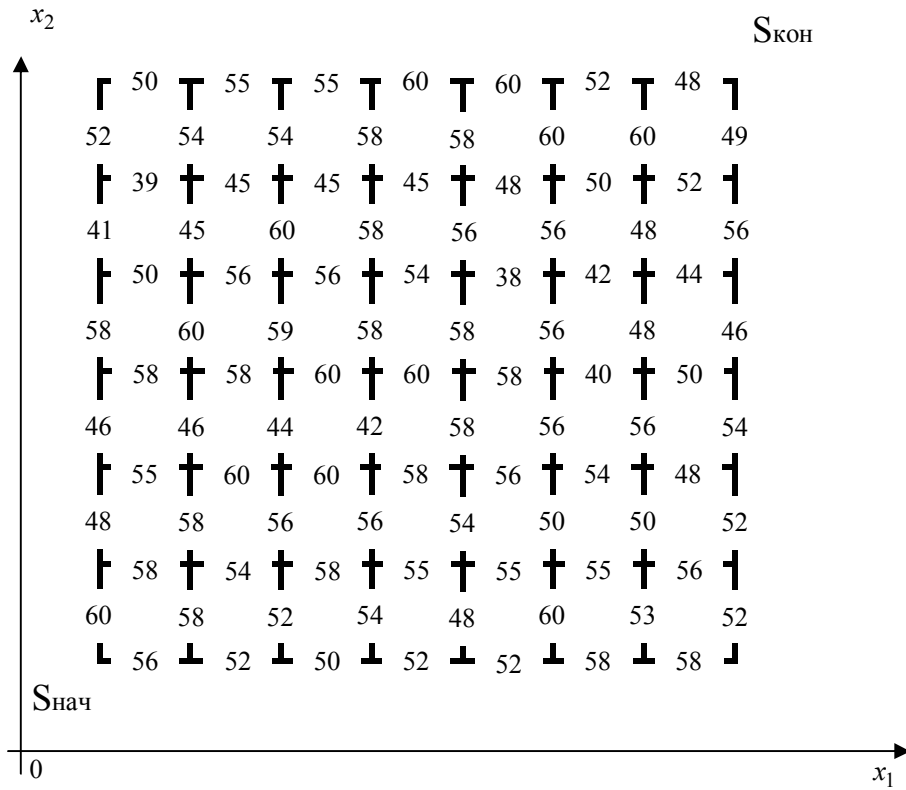
8.



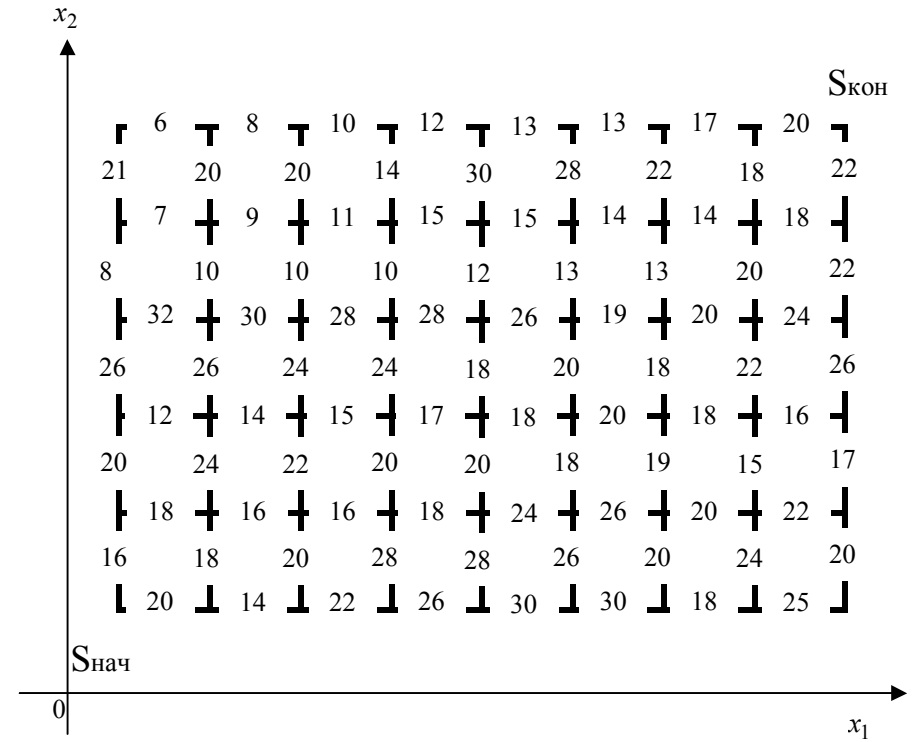
9.



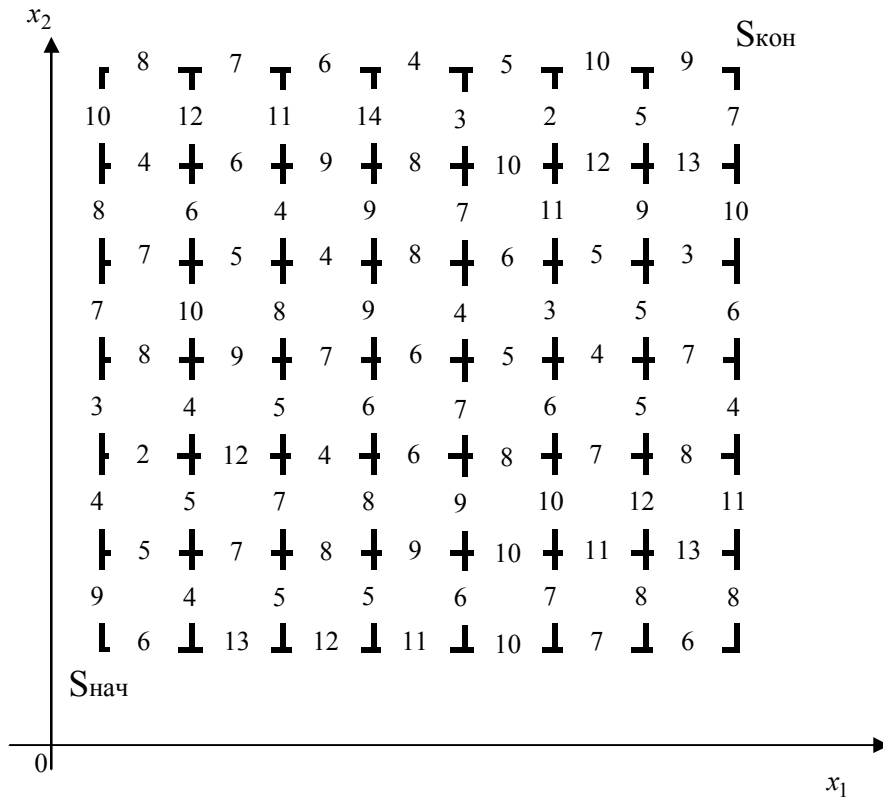
10.



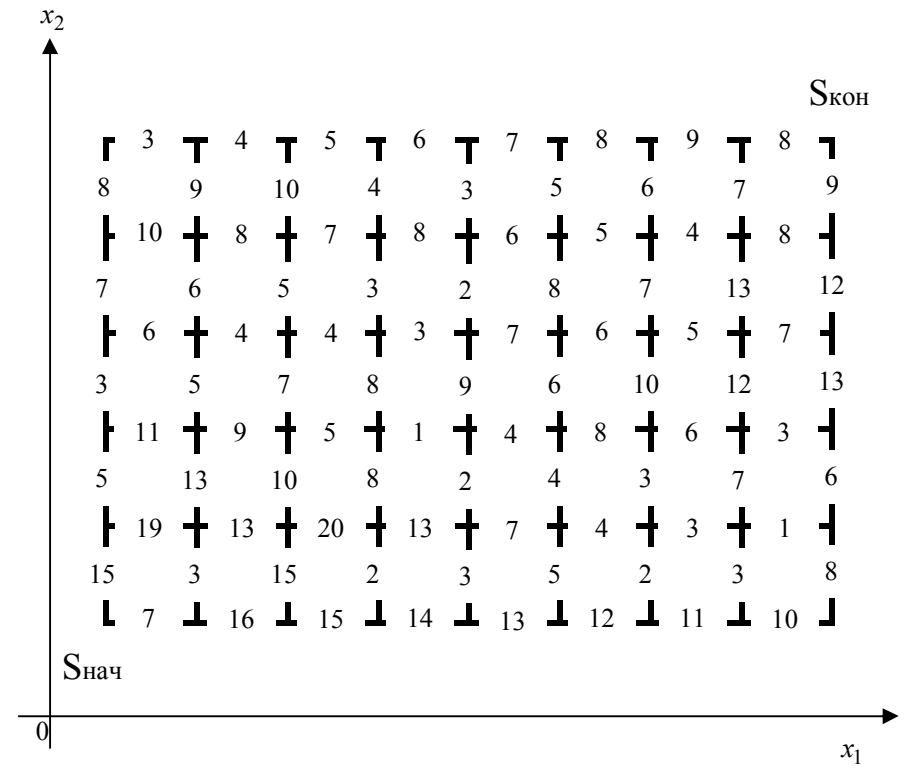
11.



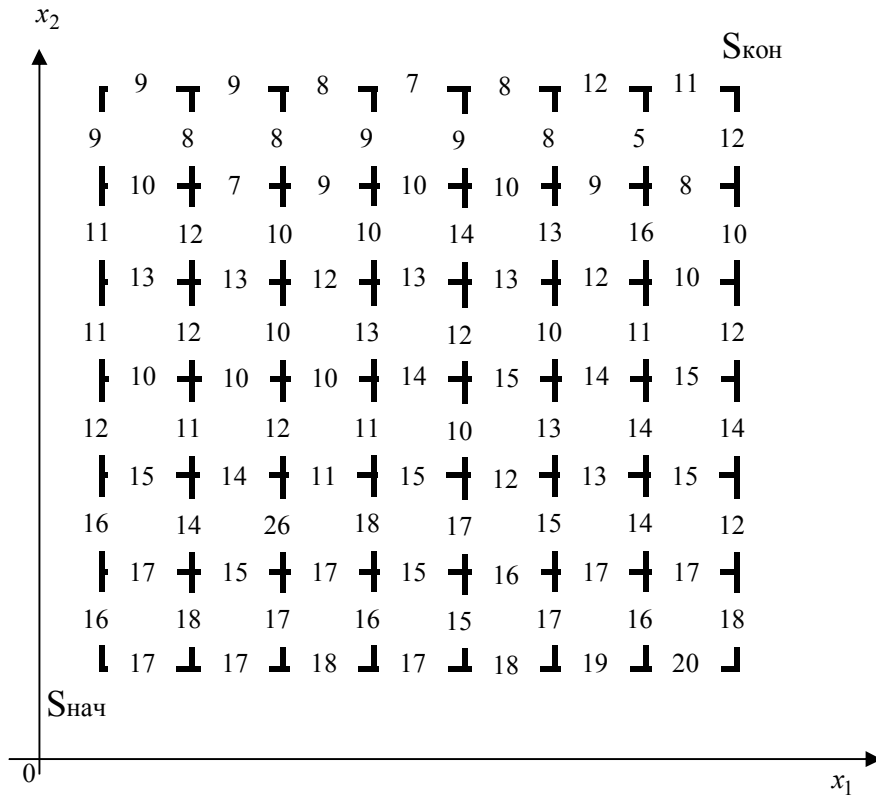
12.



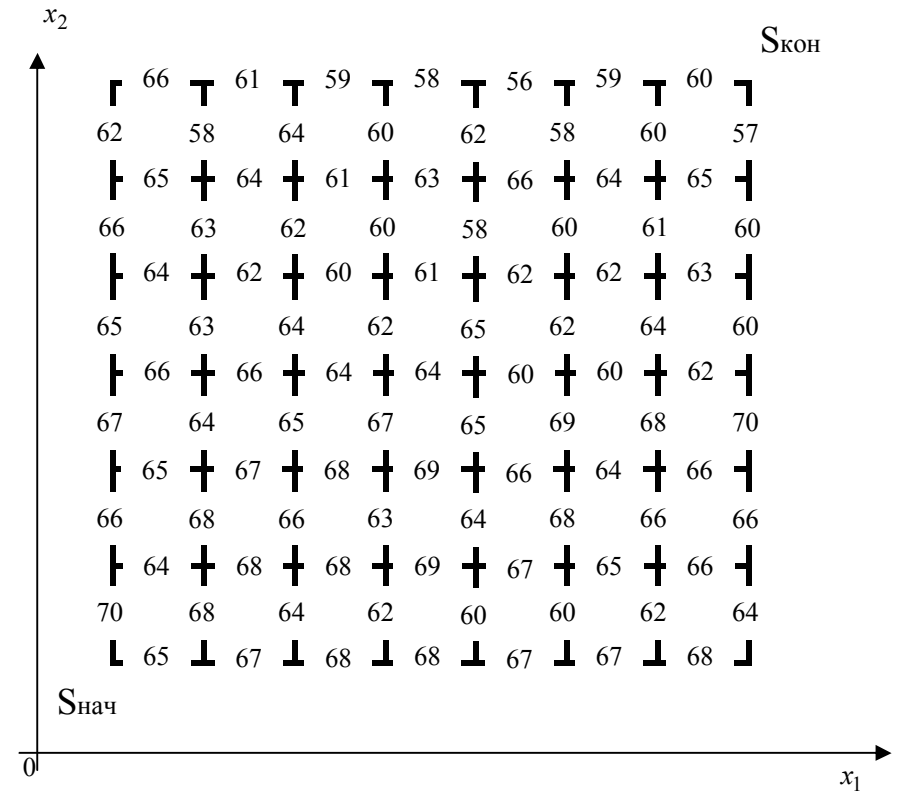
13.



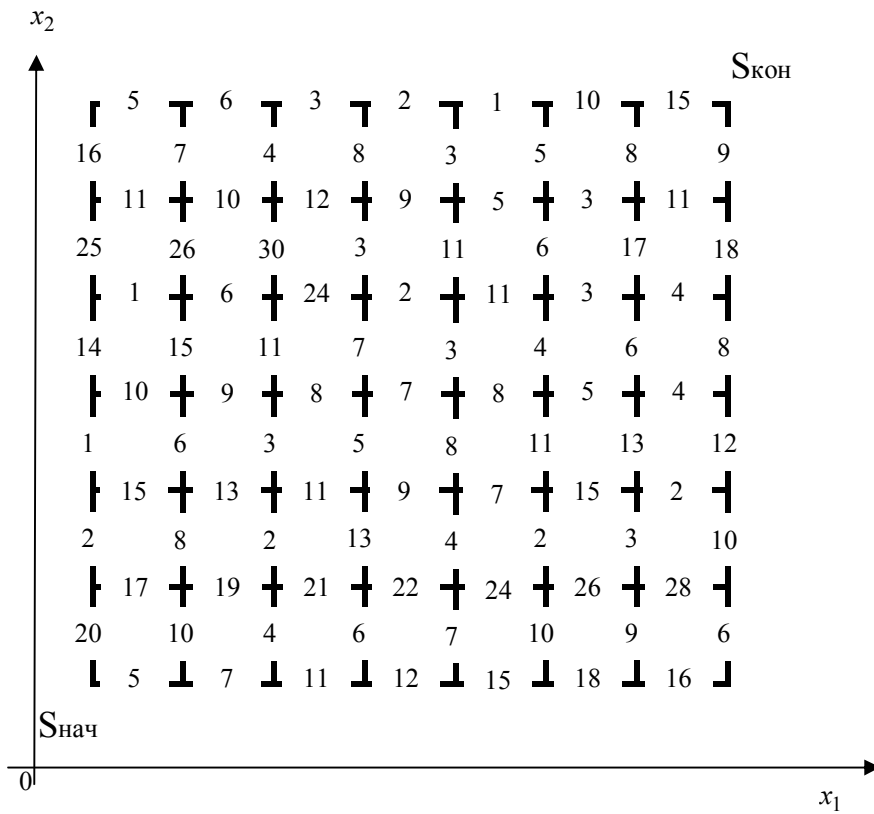
14.



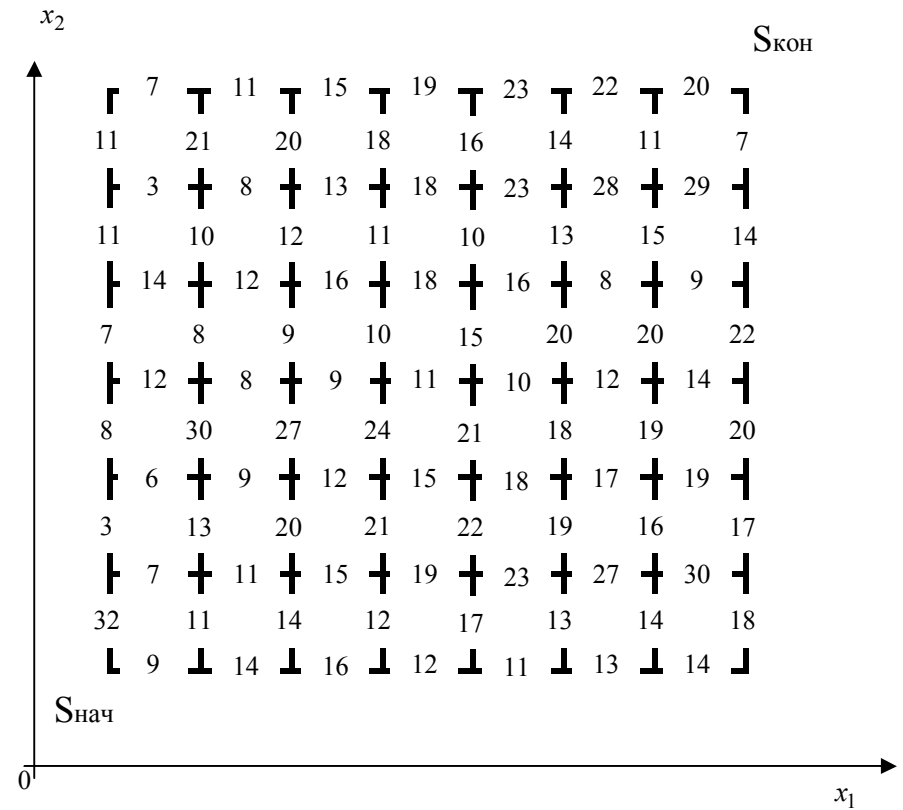
15.



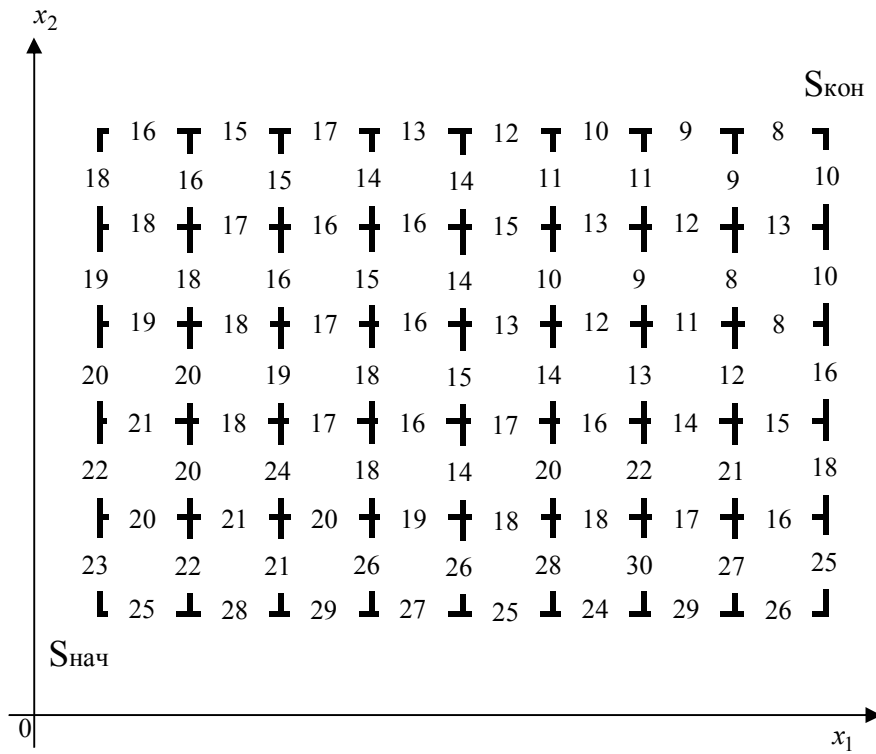
16.



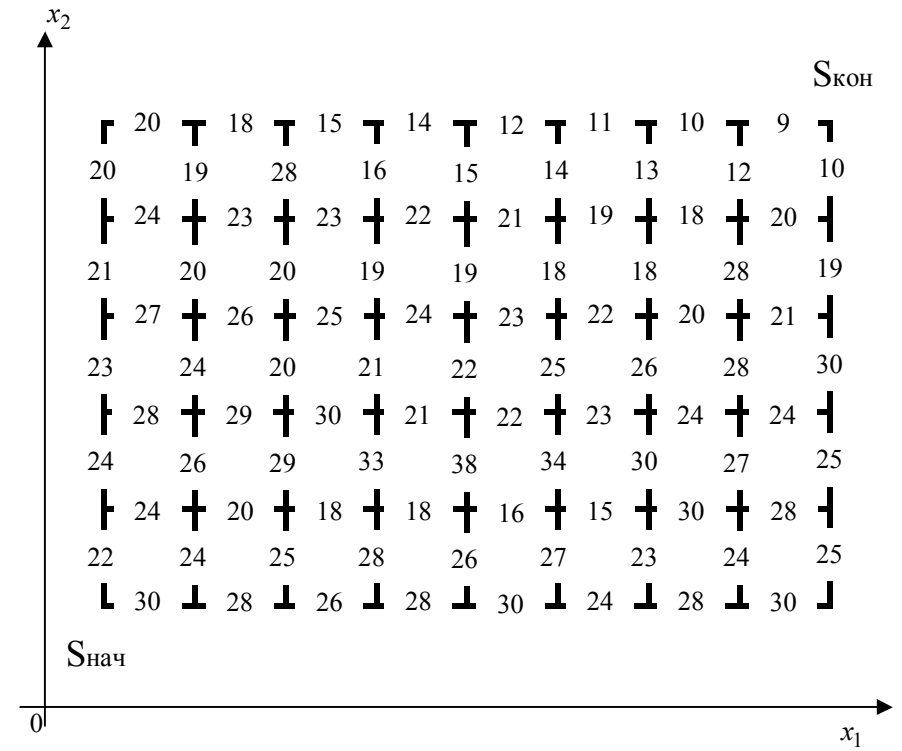
17.



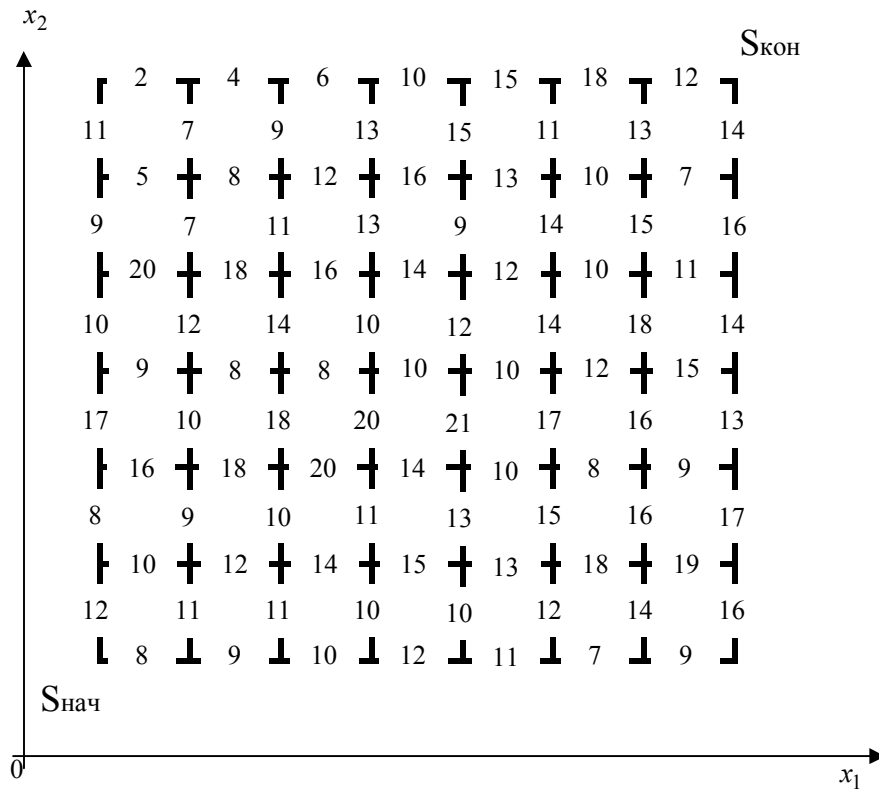
18.



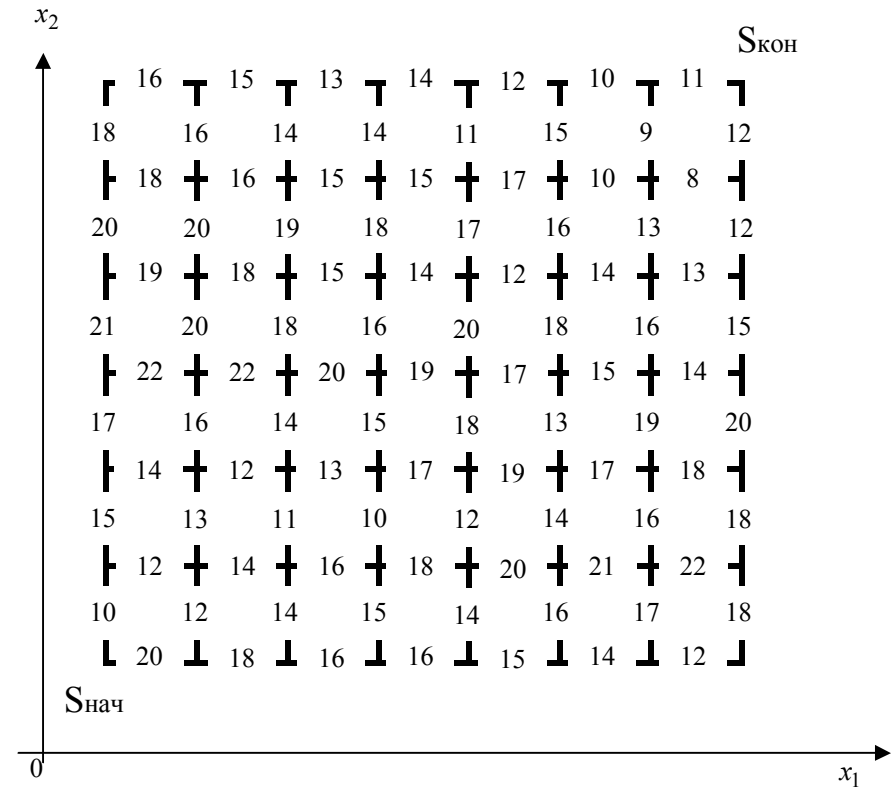
19.



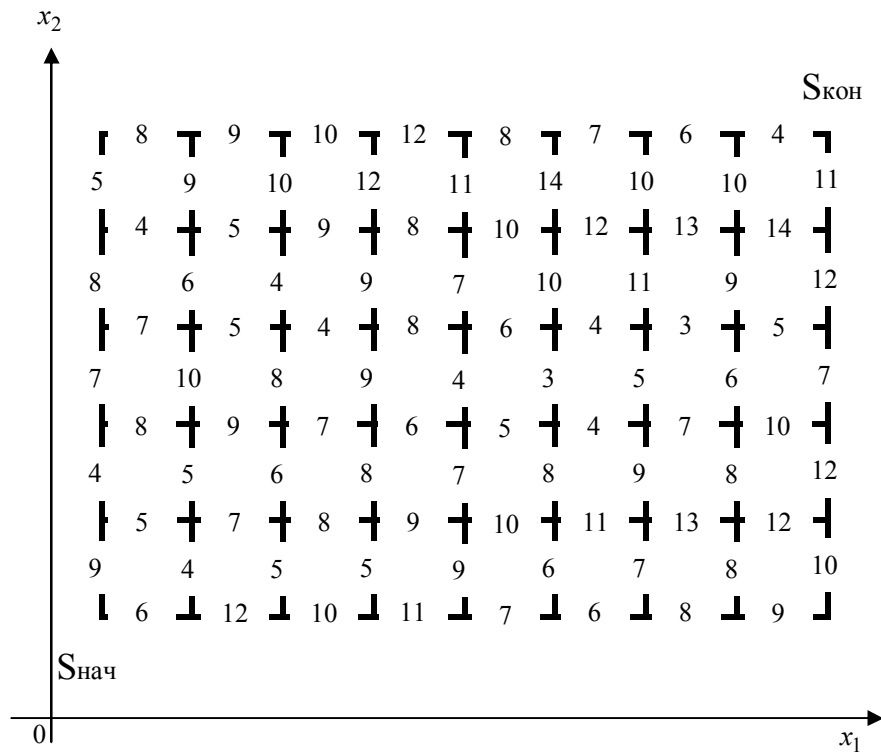
20.



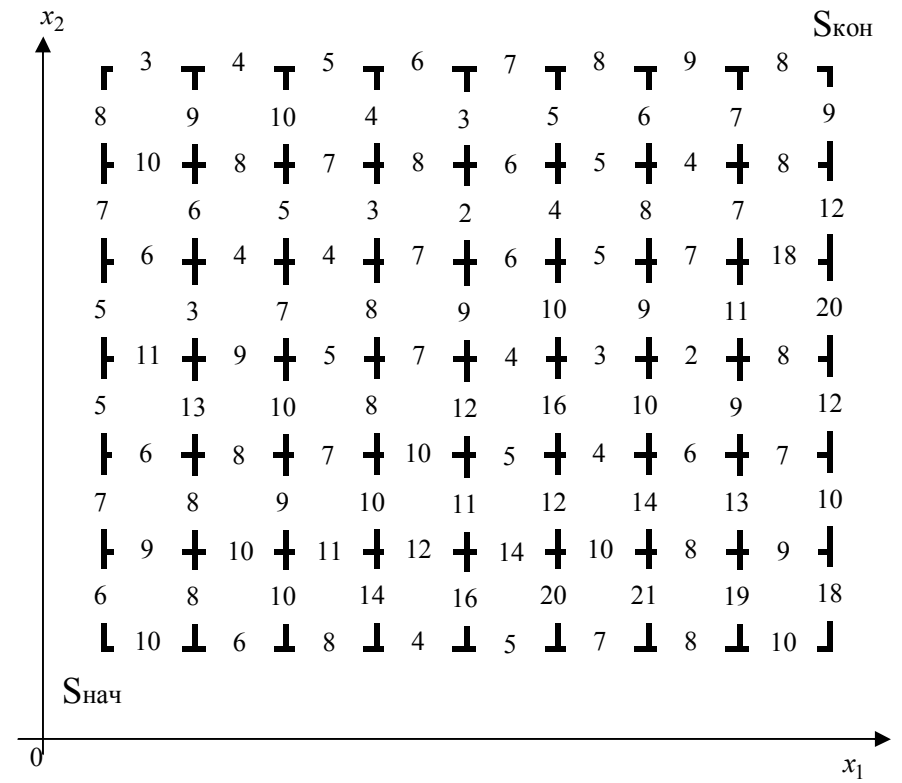
21.



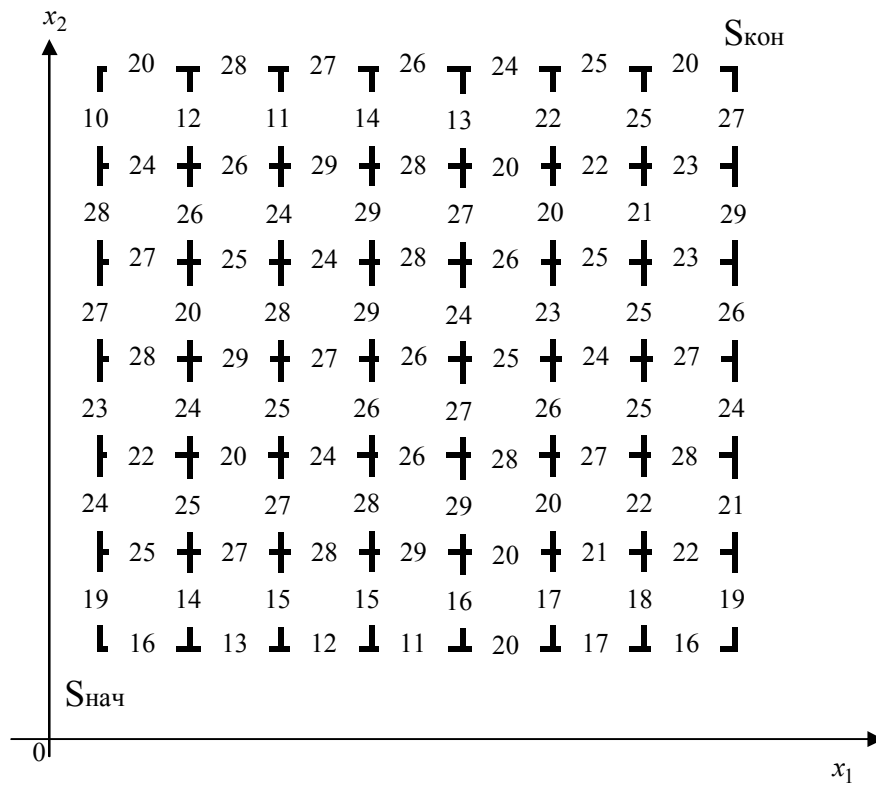
22.



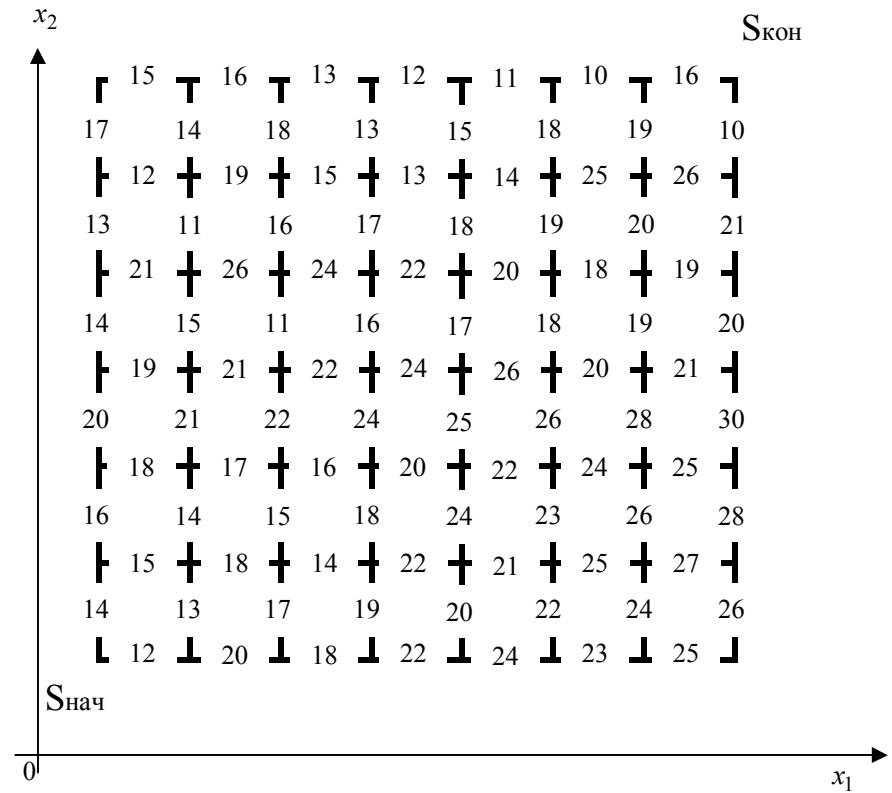
23.



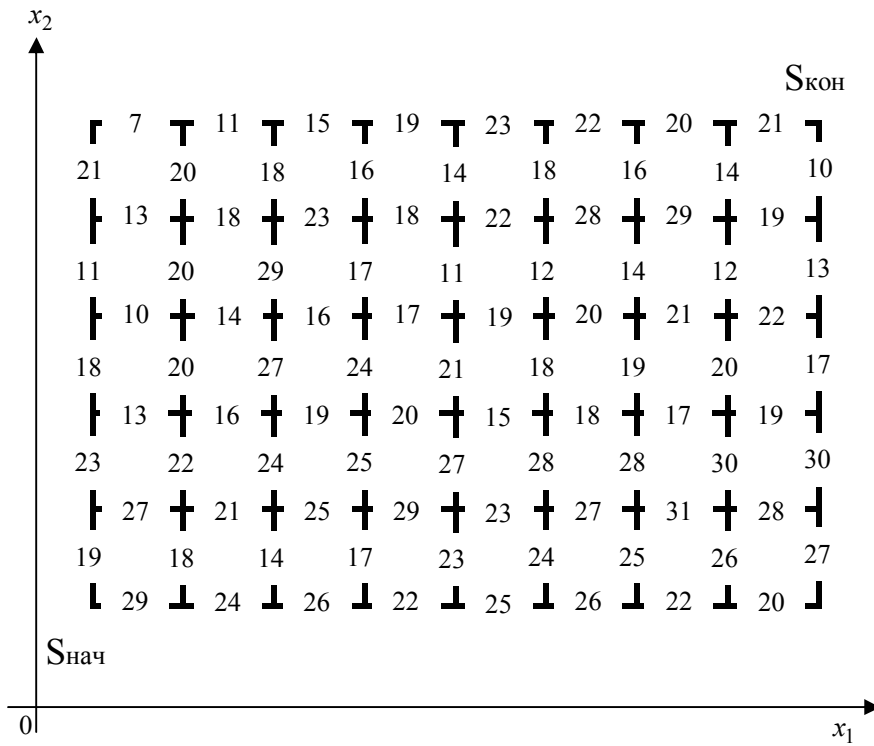
24.



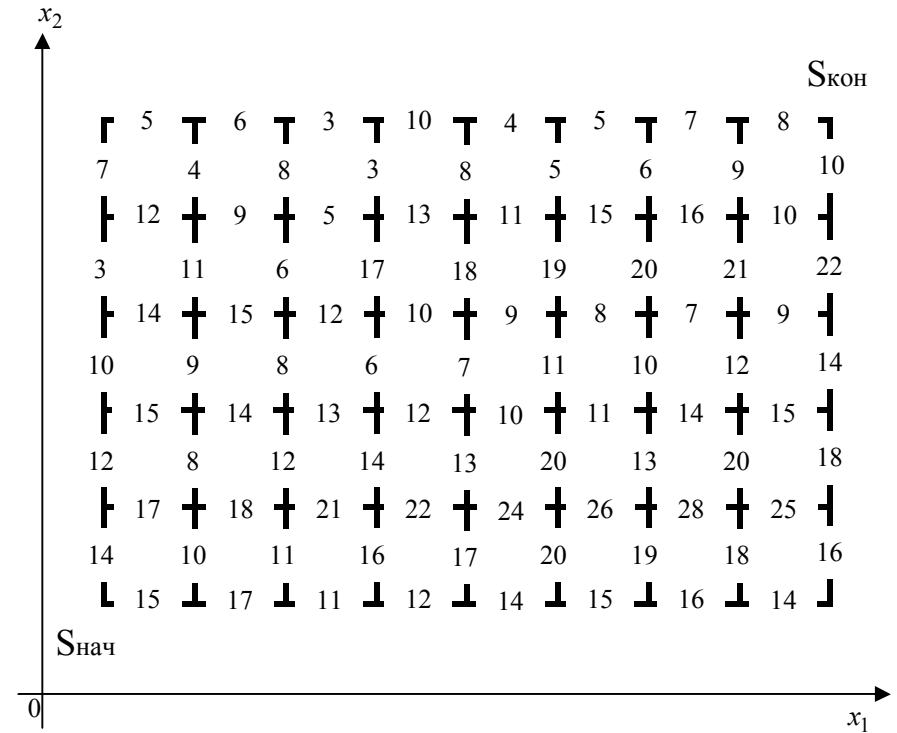
25.



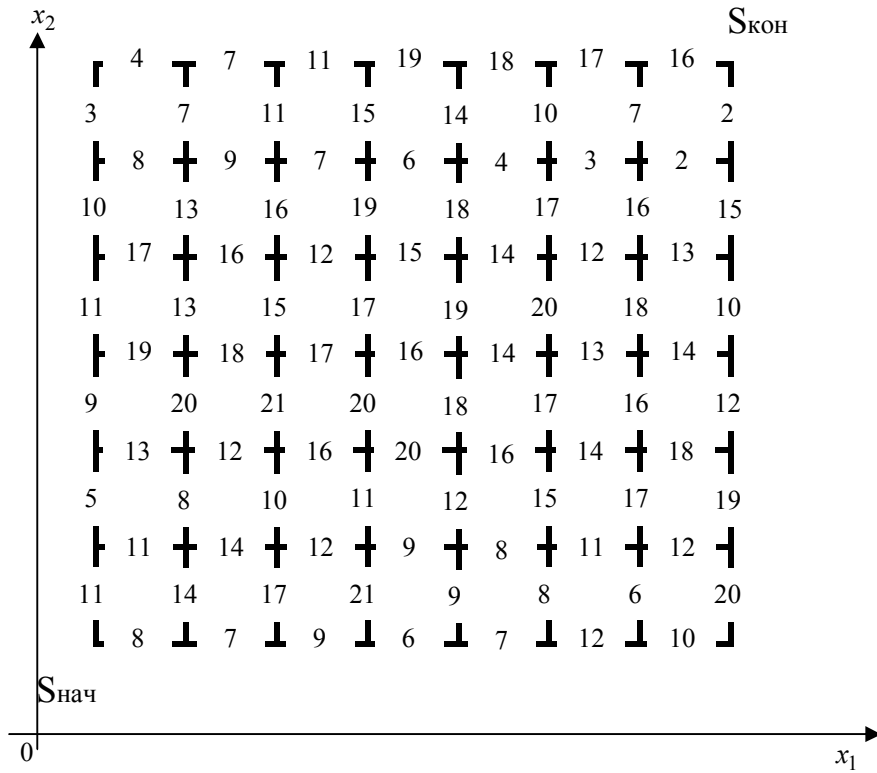
26.



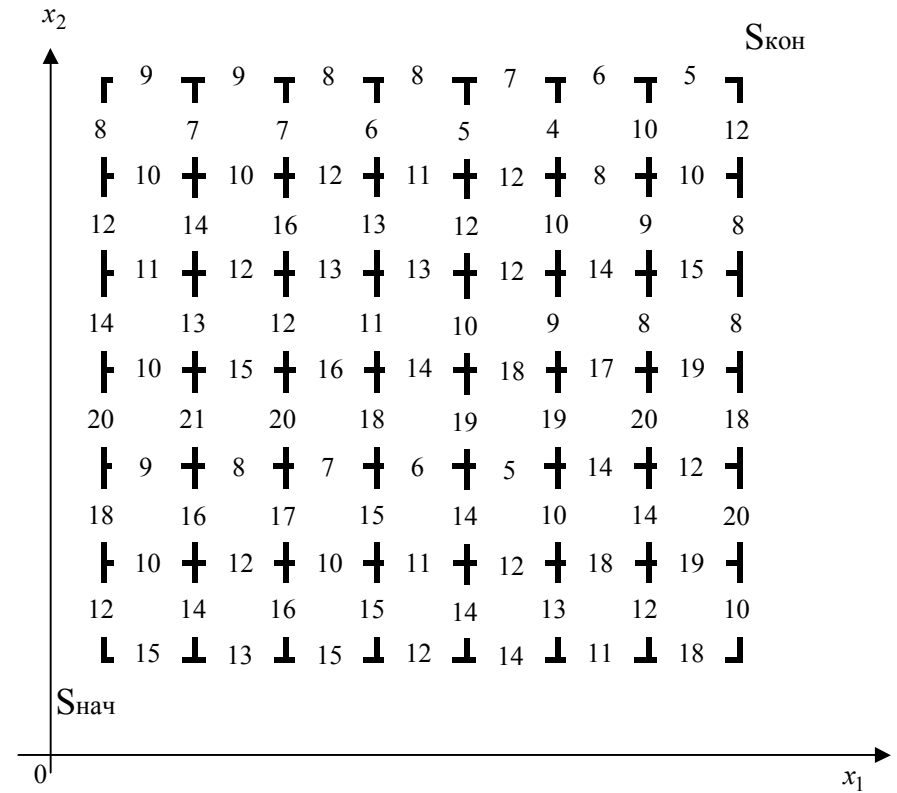
27.



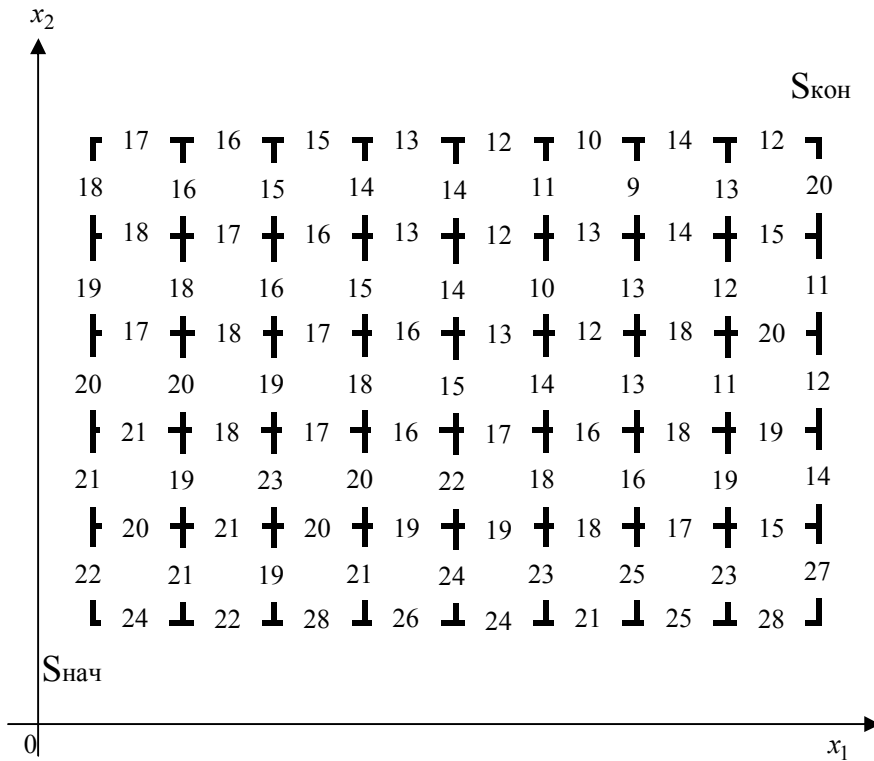
28.



29.



30.



ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

Задача 1

1. $\bar{x}(3;2;0;-1)$.
2. $\bar{x}(2;1;-1;-2)$.
3. $\bar{x}(0;4;2;-1)$.
4. $\bar{x}(5;-1;0;2)$.
5. $\bar{x}(1;3;-2;-1)$.
6. $\bar{x}(-1;0;7;1)$.
7. $\bar{x}(6;2;-1;0)$.
8. $\bar{x}(0;-2;1;3)$.
9. $\bar{x}(-2;-3;3;1)$.
10. $\bar{x}(1;0;-1;2)$.
11. $\bar{x}(1;-1;2;1)$.
12. $\bar{x}(1;-1;1;0)$.
13. $\bar{x}(1;2;-1;-2)$.
14. $\bar{x}(-1;3;1;1)$.
15. $\bar{x}(0;1;2;3)$.
16. $\bar{x}(0;-1;2;2)$.
17. $\bar{x}(1;1;2;-1)$.
18. $\bar{x}(2;-1;1;1)$.
19. $\bar{x}(1;-1;0;2)$.
20. $\bar{x}(-1;2;1;1)$.
21. $\bar{x}(0;1;-1;1)$.
22. $\bar{x}(1;-1;1;-1)$.
23. $\bar{x}(1;2;1;0)$.
24. $\bar{x}(0;1;2;-1)$.
25. $\bar{x}(1;-1;2;1)$.
26. $\bar{x}(2;0;1;-1)$.
27. $\bar{x}(0;1;1;2)$.
28. $\bar{x}(-1;-1;2;1)$.
29. $\bar{x}(-1;2;1;3)$.
30. $\bar{x}(2;1;1;0)$.

Задача 2

1. $\bar{x}(150;350)$,
 $Z_{\max} = 3400$.
2. $\bar{x}(200;250)$,
 $Z_{\max} = 1600$.
3. $\bar{x}(100;80)$,
 $Z_{\max} = 520$.
4. $\bar{x}(120;150)$,
 $Z_{\max} = 1110$.
5. $\bar{x}(180;120)$,
 $Z_{\max} = 1020$.
6. $\bar{x}(90;100)$,
 $Z_{\max} = 960$.
7. $\bar{x}(125;115)$,
 $Z_{\max} = 1200$.
8. $\bar{x}(30;310)$,
 $Z_{\max} = 1610$.
9. $\bar{x}(20;180)$,
 $Z_{\max} = 1340$.
10. $\bar{x}(130;180)$,
 $Z_{\max} = 2070$.
11. $\bar{x}(70;18)$,
 $Z_{\max} = 424$.
12. $\bar{x}(60;10)$,
 $Z_{\max} = 220$.
13. $\bar{x}(21;50)$,
 $Z_{\max} = 192$.
14. $\bar{x}(40;5)$,
 $Z_{\max} = 260$.
15. $\bar{x}(17;41)$,
 $Z_{\max} = 140$.



16. $\bar{x}(15;40)$, $Z_{\max} = 190$.
 17. $\bar{x}(58;15)$, $Z_{\max} = 277$.
 18. $\bar{x}(84;10)$, $Z_{\max} = 742$.
 19. $\bar{x}(65;12)$, $Z_{\max} = 657$.
 20. $\bar{x}(60;20)$, $Z_{\max} = 780$.
 21. $\bar{x}(35;90)$, $Z_{\max} = 805$.
 22. $\bar{x}(40;30)$, $Z_{\max} = 620$.
 23. $\bar{x}(60;80)$, $Z_{\max} = 1220$.
 24. $\bar{x}(90;50)$, $Z_{\max} = 470$.
 25. $\bar{x}(70;95)$, $Z_{\max} = 520$.
 26. $\bar{x}(45;80)$, $Z_{\max} = 490$.
 27. $\bar{x}(80;120)$, $Z_{\max} = 840$.
 28. $\bar{x}(75;92)$, $Z_{\max} = 760$.
 29. $\bar{x}(48;58)$, $Z_{\max} = 704$.
 30. $\bar{x}(30;45)$, $Z_{\max} = 330$.

Задача 3

1. $z_{\min} = 435$
 $X = \begin{pmatrix} 20 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 0 \\ 0 & 45 & 5 & 10 \end{pmatrix}$
 2. $z_{\min} = 340$
 $X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 40 & 0 & 10 \\ 25 & 0 & 55 & 0 \end{pmatrix}$
 3. $z_{\min} = 825$
 $X = \begin{pmatrix} 30 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 35 & 0 & 35 \\ 0 & 35 & 55 & 0 \end{pmatrix}$
 4. $z_{\min} = 330$
 $X = \begin{pmatrix} 20 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 30 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 35 \end{pmatrix}$
 5. $z_{\min} = 1250$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 80 \\ 30 & 0 & 50 & 50 \end{pmatrix}$
 6. $z_{\min} = 2000$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 100 \\ 70 & 30 & 0 & 100 \\ 0 & 90 & 160 & 0 \end{pmatrix}$

7. $z_{\min} = 3040$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 120 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 150 \\ 80 & 90 & 0 & 30 \end{pmatrix}$
 8. $z_{\min} = 3500$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 90 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 140 \\ 60 & 20 & 120 & 0 \end{pmatrix}$
 9. $z_{\min} = 945$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 75 & 0 \\ 15 & 80 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 20 & 50 \end{pmatrix}$
 10. $z_{\min} = 3120$
 $X = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 30 & 0 \\ 10 & 140 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 120 & 70 \end{pmatrix}$
 11. $z_{\min} = 800$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 40 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 & 55 \\ 30 & 5 & 75 & 0 \end{pmatrix}$
 12. $z_{\min} = 1000$
 $X = \begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 70 & 40 \\ 0 & 90 & 30 & 0 \end{pmatrix}$
 13. $z_{\min} = 2630$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 0 & 60 \\ 40 & 80 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 150 & 0 \end{pmatrix}$
 14. $z_{\min} = 3790$
 $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 60 & 40 \\ 0 & 170 & 0 & 0 \\ 110 & 0 & 120 & 0 \end{pmatrix}$
 15. $z_{\min} = 1230$
 $X = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 20 & 0 & 60 \\ 0 & 40 & 80 & 0 \end{pmatrix}$
 16. $z_{\min} = 1190$
 $X = \begin{pmatrix} 90 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 60 & 40 \\ 0 & 120 & 30 & 0 \end{pmatrix}$
 17. $z_{\min} = 2940$
 $X = \begin{pmatrix} 90 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 140 & 10 \\ 0 & 110 & 0 & 90 \end{pmatrix}$
 18. $z_{\min} = 400$
 $X = \begin{pmatrix} 30 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 50 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 70 & 30 \end{pmatrix}$



19. $z_{\min} = 605$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 40 & 0 \\ 30 & 0 & 0 & 40 \\ 0 & 50 & 25 & 15 \end{pmatrix}$$

21. $z_{\min} = 340$

$$X = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 20 \\ 0 & 20 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

23. $z_{\min} = 775$

$$X = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 0 \\ 35 & 30 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

25. $z_{\min} = 330$

$$X = \begin{pmatrix} 30 & 0 & 10 & 35 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 70 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

27. $z_{\min} = 310$

$$X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 40 \\ 0 & 0 & 40 & 0 \\ 10 & 50 & 20 & 0 \end{pmatrix}$$

29. $z_{\min} = 710$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 & 50 \\ 100 & 0 & 60 & 20 \\ 0 & 60 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

20. $z_{\min} = 980$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 80 & 0 \\ 70 & 0 & 30 & 20 \\ 0 & 80 & 0 & 70 \end{pmatrix}$$

22. $z_{\min} = 664$

$$X = \begin{pmatrix} 14 & 0 & 0 & 31 \\ 0 & 36 & 27 & 0 \\ 0 & 0 & 83 & 9 \end{pmatrix}$$

24. $z_{\min} = 2000$

$$X = \begin{pmatrix} 40 & 60 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 60 \\ 0 & 90 & 0 & 110 \end{pmatrix}$$

26. $z_{\min} = 840$

$$X = \begin{pmatrix} 10 & 100 & 20 & 0 \\ 240 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 80 \end{pmatrix}$$

28. $z_{\min} = 765$

$$X = \begin{pmatrix} 50 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 60 & 40 & 50 \\ 75 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

30. $z_{\min} = 185$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 25 & 0 & 25 \\ 10 & 0 & 30 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 4

1. (0; 80; 10), $z=1780$
(44; 28; 30), $z=1628$
(0; 80; 10), $z=1780$
2. (0; 185; 0), $z=3700$
(0; 120; 40), $z=3080$
(0; 150; 0), $z=3000$
3. (0; 210; 15), $z=4845$
(0; 140; 50), $z=3830$
(0; 180; 0), $z=3960$
4. (42; 119; 0), $z=3360$
(38; 76; 30), $z=2760$
(20; 130; 0), $z=3360$
5. (70; 50; 20), $z=2140$
(56; 48; 30), $z=2082$
(50; 70; 0), $z=2000$
6. (90; 50; 40), $z=2870$
(76; 48; 50), $z=2860$
(44; 44; 72), $z=2836$
7. (100; 80; 30), $z=4400$
(98; 66; 40), $z=4214$
(77; 96; 27), $z=4326$
8. (90; 60; 40), $z=3360$
(88; 46; 50), $z=3228$
(44; 93; 33), $z=3158$
9. (60; 90; 0), $z=3150$
(60; 60; 30), $z=3000$
(40; 100; 0), $z=3100$
10. (0; 137; 56), $z=3636$
(0; 130; 60), $z=3560$
(0; 140; 50), $z=3600$
11. (62; 140; 1), $z=2858$
(86; 63; 60), $z=2817$
(10; 180; 0), $z=2820$
12. (100; 80; 50), $z=4000$
(98; 68; 60), $z=3910$
(0; 170; 20), $z=3760$
13. (90; 60; 20), $z=2780$
(82; 56; 30), $z=2748$
(70; 80; 0), $z=2580$
14. (0; 90; 180), $z=5040$
(0; 90; 180), $z=5040$
(0; 190; 60), $z=4880$
15. (94; 133; 0), $z=2348$
(112; 64; 40), $z=2064$
(40; 160; 0), $z=2240$
16. (80; 60; 20), $z=2840$
(78; 48; 30), $z=2748$
(14; 113; 13), $z=2718$
17. (80; 50; 20), $z=1840$
(67; 49; 30), $z=1814$
(50; 80; 0), $z=1780$
18. (0; 70; 20), $z=1180$
(0; 70; 20), $z=1180$
(0; 70; 0), $z=980$
19. (0; 124; 12), $z=2004$
(0; 100; 30), $z=1860$
(0; 124; 12), $z=2004$
20. (0; 182; 16), $z=1948$
(0; 140; 50), $z=1800$
(0; 182; 16), $z=1948$



21. (90; 60; 30), $z=1410$
(90; 50; 40), $z=1400$
(30; 90; 30), $z=1350$
23. (0; 140; 0), $z=2520$
(0; 80; 30), $z=1890$
(0; 100; 0), $z=1800$
25. (0; 68; 84), $z=1656$
(0; 68; 84), $z=1656$
(0; 70; 80), $z=1640$
27. (41; 80; 2), $z=840$
(58; 26; 20), $z=768$
(4; 80; 2), $z=840$
29. (0; 33; 66), $z=924$
(0; 25; 70), $z=880$
(0; 33; 66), $z=924$
22. (36; 72; 0), $z=1800$
(24; 48; 20), $z=1500$
(20; 80; 0), $z=1800$
24. (100; 80; 40), $z=4300$
(89; 78; 50), $z=4285$
(46; 86; 68), $z=4200$
26. (0; 100; 180), $z=3300$
(110; 100; 70), $z=3080$
(0; 130; 120), $z=3150$
28. (70; 50; 20), $z=1550$
(56; 48; 30), $z=1528$
(24; 44; 52), $z=1476$
30. (0; 62; 84), $z=2500$
(34; 68; 40), $z=2300$
(0; 70; 70), $z=2450$

Задача 5

1. $S_A^*\left(\frac{5}{8}; \frac{3}{5}\right), S_B^*\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), V = \frac{17}{2}.$
2. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{4}{9}; \frac{5}{9}\right), V = \frac{20}{3}.$
3. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{8}{3}.$
4. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{25}{3}.$
5. $S_A^*\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), S_B^*\left(\frac{3}{8}; \frac{5}{8}\right), V = \frac{15}{2}.$

6. $S_A^*\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right), S_B^*\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right), V = \frac{19}{4}.$
7. $S_A^*\left(\frac{4}{5}; \frac{1}{5}\right), S_B^*\left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right), V = \frac{46}{5}.$
8. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{20}{3}.$
9. $S_A^*\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{6}\right), S_B^*\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right), V = \frac{29}{6}.$
10. $S_A^*\left(\frac{7}{8}; \frac{1}{8}\right), S_B^*\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), V = \frac{15}{2}.$
11. $S_A^*\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = 8.$
12. $S_A^*\left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right), S_B^*\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right), V = \frac{38}{5}.$
13. $S_A^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), S_B^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), V = \frac{26}{3}.$
14. $S_A^*\left(\frac{6}{7}; \frac{1}{7}\right), S_B^*\left(\frac{3}{7}; \frac{4}{7}\right), V = \frac{80}{7}.$
15. $S_A^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), S_B^*\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{6}\right), V = \frac{16}{3}.$
16. $S_A^*\left(\frac{4}{5}; \frac{1}{5}\right), S_B^*\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right), V = \frac{42}{5}.$
17. $S_A^*\left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right), S_B^*\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right), V = \frac{28}{5}.$
18. $S_A^*\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right), S_B^*\left(\frac{4}{5}; \frac{1}{5}\right), V = \frac{48}{5}.$



19. $S_A^*\left(\frac{5}{7}; \frac{2}{7}\right), S_B^*\left(\frac{3}{7}; \frac{4}{7}\right), V = \frac{50}{7}.$
20. $S_A^*\left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right), S_B^*\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right), V = \frac{48}{5}.$
21. $S_A^*\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right), S_B^*\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right), V = \frac{33}{4}.$
22. $S_A^*\left(\frac{4}{7}; \frac{3}{7}\right), S_B^*\left(\frac{5}{7}; \frac{2}{7}\right), V = \frac{69}{7}.$
23. $S_A^*\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right), S_B^*\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), V = 11.$
24. $S_A^*\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{22}{3}.$
25. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{13}{3}.$
26. $S_A^*\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right), S_B^*\left(\frac{1}{5}; \frac{4}{5}\right), V = \frac{58}{5}.$
27. $S_A^*\left(\frac{4}{5}; \frac{1}{5}\right), S_B^*\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{5}\right), V = \frac{48}{5}.$
28. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{29}{3}.$
29. $S_A^*\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right), S_B^*\left(\frac{5}{8}; \frac{3}{8}\right), V = \frac{25}{4}.$
30. $S_A^*\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), S_B^*\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), V = \frac{22}{3}.$

Задача 6.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $z_{\min} = 670.$ | 2. $z_{\min} = 270.$ | 3. $z_{\min} = 267.$ |
| 4. $z_{\min} = 71.$ | 5. $z_{\min} = 60.$ | 6. $z_{\min} = 146.$ |
| 7. $z_{\min} = 259.$ | 8. $z_{\min} = 352.$ | 9. $z_{\min} = 405.$ |
| 10. $z_{\min} = 626.$ | 11. $z_{\min} = 186.$ | 12. $z_{\min} = 73.$ |
| 13. $z_{\min} = 71.$ | 14. $z_{\min} = 137.$ | 15. $z_{\min} = 802.$ |
| 16. $z_{\min} = 75.$ | 17. $z_{\min} = 151.$ | 18. $z_{\min} = 190.$ |
| 19. $z_{\min} = 219.$ | 20. $z_{\min} = 133.$ | 21. $z_{\min} = 163.$ |
| 22. $z_{\min} = 74.$ | 23. $z_{\min} = 76.$ | 24. $z_{\min} = 235.$ |
| 25. $z_{\min} = 182.$ | 26. $z_{\min} = 218.$ | 27. $z_{\min} = 94.$ |
| 28. $z_{\min} = 87.$ | 29. $z_{\min} = 116.$ | 30. $z_{\min} = 197.$ |

