

**Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет**



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1**

по дисциплине
«Теория вероятностей, вероятностные процессы
и математическая статистика»
для студентов заочной формы обучения специальности 7.080401
«Информационные управляющие системы и технологии»

**Севастополь
2009**



УДК 519.2

Методические указания к выполнению контрольной работы № 1 по дисциплине «Теория вероятностей, вероятностные процессы и математическая статистика»/ Сост. С. В. Доценко, М.В. Витер. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2009. – 12с.

Целью методических указаний является обеспечение возможности самостоятельной работы студентов при выполнении контрольной работы, ознакомление с основными понятиями теории вероятностей, а также формирование навыков, необходимых для решения практических задач по данной дисциплине.

Модульная работа состоит из трех частей. В каждой части по 20 вариантов заданий. Студент получает от преподавателя номера вариантов для каждой части модульной контрольной работы.

Методические указания предназначены для студентов специальности 7.080401 дневной формы обучения.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры информационных систем

(протокол № 1 от 26 августа 2009 г.)

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент доктор техн. наук, проф. Скороход Б.А.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Теоретическая часть	4
2 Расчет вероятности горения лампочки	9
3 Расчет числовых характеристик случайных величин	10
Библиографический список	12

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задание: Студенту требуется ответить на теоретические вопросы согласно варианту задания.

Вариант № 1

Что изучает теория вероятностей? Что такое случайное явление? Приведите примеры случайного явления. Что вы понимаете под понятием «массовость» случайных явлений? Что вы понимаете под «элементарным событием» (исходом) эксперимента? Приведите пример. Что такое пространство исходов? Каким символом обозначаются пространство исходов и сами исходы? Может ли результатом одного эксперимента (то есть эксперимента, выполненного один раз) являться два или более исходов?

Вариант № 2

Что вы понимаете под понятием «событие»? Как обозначается событие? Как соотносятся множества «событие» и «пространство исходов» (они равны, или одно множество содержится в другом)? Как можно понять, произошло событие или нет (что означает фраза «осуществилось событие»)? Охарактеризуйте такие операции, как: *объединение (сумма)*, *совмещение (произведение)*, *дополнение* события. Что такое достоверное событие?

Охарактеризуйте «событие» на примере кнопки с одним контактом (либо на любом другом примере).

Вариант № 3

Что такое вероятность случайного исхода, каким символом она обозначается? Каков диапазон возможных значений вероятности ($[\min; \max]$)? Что такое невозможное и достоверное событие? Чему равна сумма вероятностей всех исходов эксперимента? Что такое распределение вероятностей на пространстве исходов эксперимента? Приведите пример.

Вариант № 4

Что такое случайное событие? Как соотносятся множества «событие» и «пространство исходов» (они равны, или одно множество содержится в другом)? Как можно понять, произошло событие или нет (что означает фраза «осуществилось событие»)? Что такое вероятность случайного события? Напишите формулу для определения вероятности случайного события. Чему равна вероятность:

- а) события, не содержащего ни одного исхода,
- б) события, содержащего все возможные исходы эксперимента?

Вариант № 5

Какие существуют способы вычисления (определения) вероятности? Опишите способ определения вероятности через частоту. Покажите примерный вид графика зависимости частоты выпадения герба от числа подбрасываний монеты. Поясните данный график. К какому конкретному значению стремится в данном случае вероятность?

Вариант № 6

Что такое случайное событие? Что такое вероятность случайного события? Какие существуют способы вычисления (определения) вероятности? Опишите способ определения вероятности, основанный на принципе равных возможностей. Покажите это на примере игральной кости (определите вероятность события «выпало четное число»).

Вариант № 7

Что такое случайное событие? Что такое вероятность случайного события? Какие существуют способы вычисления (определения) вероятности? Опишите способ определения вероятности, основанный на определении так называемых априорных вероятностей. В каких случаях априорные вероятности дают надежное описание явления? В чем разница между априорными и апостериорными вероятностями?

Вариант № 8

Охарактеризуйте следующие свойства вероятностной меры:

- вероятность объединения двух несовместных событий.
- вероятность объединения событий A и $\bar{A}$.
- вероятность разности двух несовместных событий.

Поясните смысл соответствующих формул.

Исходя из рисунка, выведите теорему сложения вероятностей.

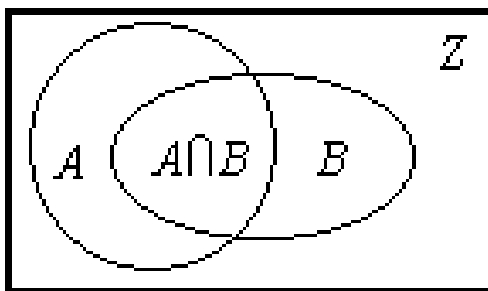


Рисунок 1 – Диаграмма Эйлера-Венна

На рисунке $A \cup B = A \cup (B \setminus (A \cap B))$.

Вариант № 9

Что такое независимое/зависимое событие? Когда событие A не зависит/зависит от события B ? Приведите примеры независимых и зависимых событий. Какое условие должно выполняться, чтобы события A и B считались несовместными? Что такое условная и безусловная вероятности? Приведите соответствующие им обозначения (математические выражения). Запишите выражения для зависимых и независимых событий исходя из понятия условной вероятности.

Вариант № 10

Что такое условная и безусловная вероятности? Приведите соответствующие им обозначения (математические выражения). Напишите формулу теоремы умножения вероятностей, охарактеризуйте её. Докажите данную теорему, пользуясь исходным рисунком.

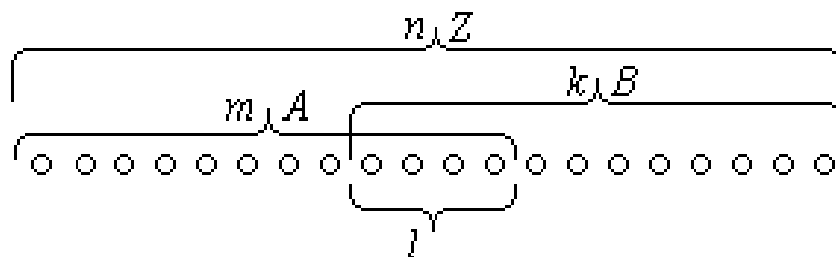


Рисунок 2 – К доказательству теоремы умножения вероятностей

Вариант № 11

Что такое случайное явление? Что такое случайное событие? Как можно понять, произошло случайное событие или нет (что означает фраза «осуществилось событие»)? Что такое случайная величина? Что такое непрерывная и дискретная случайная величина? Приведите по два или более примера для непрерывной и дискретной случайной величины. Покажите примерные графики непрерывной и дискретной случайной величины.

Вариант № 12

Что такое распределение (закон распределения) дискретной случайной величины и что оно показывает? Постройте распределение вероятности (распределение суммы очков) для процесса бросания двух игральных костей. Прокомментируйте ваши действия при построении.

Вариант № 13

Что такое функция распределения (или интегральная функция распределения или интегральный закон распределения) дискретной случайной величины? В данной функции аргумент « x » является непрерывным или дискретным? Как можно получить функцию распределения? Постройте функцию распределения для процесса бросания двух игральных костей. Прокомментируйте ваши действия при построении.

Вариант № 14

Что такое функция распределение непрерывной случайной величины? Чему равна вероятность того, что значение случайной величины ξ заключено между x_1 и x_2 ?

Приведите пример графика функции распределение непрерывной случайной величины. Может ли у непрерывной случайной величины функция распределения быть дискретной хотя бы в одной точке? Чему равна вероятность любого отдельного значения непрерывной случайной величины?

Вариант № 15

Что такое плотность распределения вероятности непрерывной случайной величины? Запишите выражение для определения плотности распределения вероятности. Вероятность $P(x_i)$ того, что *дискретная* случайная величина ξ примет конкретное значение x_i , измеряется безразмерным числом, лежащим в пределах от 0 до 1. А какую размерность имеет плотность распределения вероятности, и имеет ли вообще? Как по функции плотности вероятности определить вероятность того, что значение случайной величины ξ лежит в пределах $(x_1 \leq \xi < x_2)$? Нарисуйте соответствующий график.

Вариант № 16

Как вы понимаете понятие «числовые характеристики случайной величины»? Являются ли они случайными? Перечислите наиболее распространенные числовые характеристики случайной величины. Опишите словами, что они собой представляют (что они показывают).

Вариант № 17

Что такое математическое ожидание случайной величины, ее смысл и обозначение? Дайте геометрическую интерпретацию математическому ожиданию. Запишите формулы для определения математического ожидания для дискретных и непрерывных случайных величин. Какую размерность имеет математическое ожидание? Каким образом производится центрирование случайной величины. Покажите центрированную случайную величину на графике.

Вариант № 18

Что такое начальный момент k -го порядка? Что такое центральный момент k -го порядка? Запишите их формулы. Какова их размерность? Что такое дисперсия и среднеквадратическое отклонение, каков их смысл? Запишите для них формулы. Нарисуйте характерный график плотности распределения и постройте на нем график для определения величины дисперсии.

Вариант № 19

Что представляют собой такие характеристики случайной величины, как мода и медиана?

Покажите моду и медиану на характерном графике унимодальной функции плотности распределения вероятности. Чем центральный момент k -го порядка отличается от начального момента k -го порядка? Почему неудобно применять центральные моменты для оценки случайной величины (почему и как осуществляют переход к соответствующим коэффициентам)?

Вариант № 20

Напишите формулы центральных моментов третьего и четвертого порядков, а также соответствующих коэффициентов для дискретных и непрерывных случайных величин. Как называются эти коэффициенты? Поясните смысл данных величин. Покажите процесс нахождения центрального момента 3-го порядка на соответствующем графике функции плотности распределения вероятности. Почему в коэффициенте, соответствующем моменту 4-го порядка, в выражении присутствует число «3»?

2 РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ГОРЕНИЯ ЛАМПОЧКИ

Задание: Дана карта Карно. Следует найти минимальную ДНФ, связывающую горение лампочки с нажатием кнопок. Начертите комбинационную схему. Рассчитайте вероятности горения лампочки для событий A, B, C , применяя теоремы сложения и умножения вероятностей при условии, что события независимы.

x	y	z			
1)	1	1	1	1	1
2)	1	1	1	1	1
3)	1	1	1	1	1
4)	1	1	1	1	1
5)	1	1	1	1	1
6)	1	1	1	1	1
7)	1	1	1	1	1
8)	1	1	1	1	1
9)	1	1	1	1	1
10)	1	1	1	1	1
11)	1	1	1	1	1
12)	1	1	1	1	1
13)	1	1	1	1	1
14)	1	1	1	1	1
15)	1	1	1	1	1
16)	1	1	1	1	1
17)	1	1	1	1	1
18)	1	1	1	1	1
19)	1	1	1	1	1
20)	1	1	1	1	1

Рисунок 3 – Варианты задания

3 РАСЧЕТ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Задание: Непрерывная величина ξ распределена случайным образом. Плотность распределения ее вероятности представлена на рисунке №1.

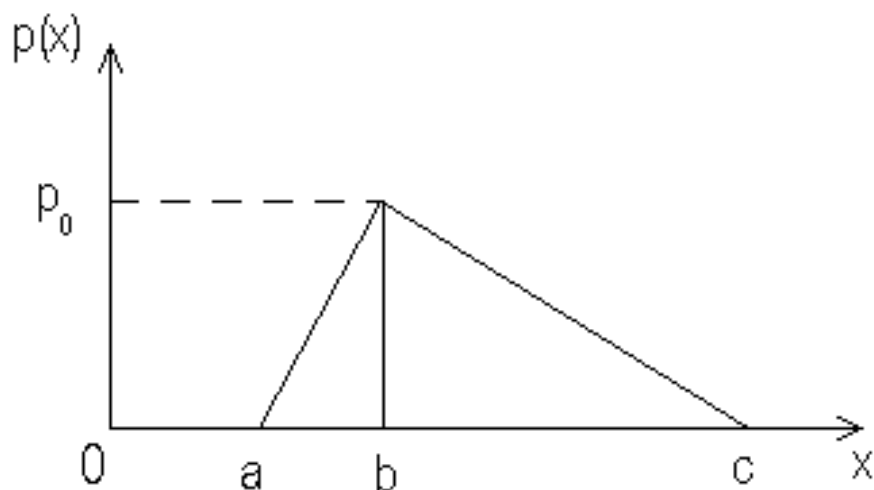


Рисунок 4 – Плотность распределения вероятности непрерывной величины ξ .

Определить:

- А) Величину P_0 ;
- Б) Математическое ожидание;
- В) Медиану

Варианты задания величины a , b и c даны в таблице №1.

Таблица 1 – Варианты задания величин a , b и c к контрольной работе №1.

№	Параметры к задаче №2		
	a	b	c
1	0	0.5	0.7
2	0	0.7	1.0
3	0	0.5	1.2
4	0.2	0.5	0.7
5	0.2	0.7	1.0
6	0.2	0.5	1.0
7	0.3	0.5	0.8
8	0.3	0.7	0.8
9	0.5	0.7	1.2
10	0.5	1.0	1.2
11	0.5	0.6	0.8
12	0.6	0.8	1.2
13	-1.0	0.1	1.0
14	0.7	1.0	1.2
15	-0.5	0.3	0.7
16	0	0.5	0.7
17	0	0.7	1.0
18	0	0.5	1.2
19	0.2	0.5	0.7
20	0.2	0.7	1.0

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Доценко С. В. Теория информации и математическая статистика. – Конспект лекций – Севастополь: Изд-во СевНТУ.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М. Высшая школа, 2006. – 575 с.
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В.Гнеденко. – М.: ФМ, 1961. – 406 с.

Заказ № _____ от «___» _____ 2009. Тираж _____ экз.

Изд-во СевНТУ