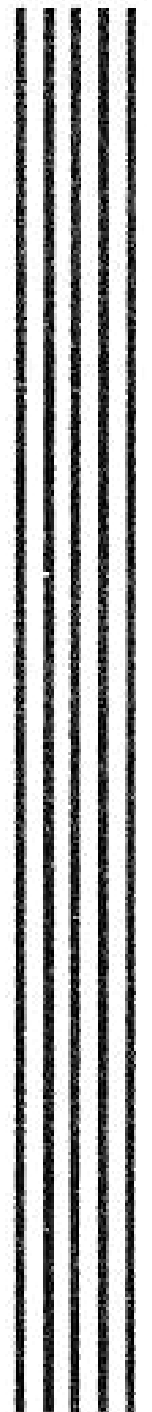
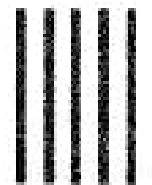


Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению контрольных работ по дисциплине
«Информатика и системология» для студентов специальности
7.070801 «Экология и охрана окружающей среды»
заочной формы обучения

Севастополь
2009



УДК 655.3.06

Методические указания к выполнению контрольных работ по дисциплине «Информатика и системология» для студентов специальности 7.070801 «Экология и охрана окружающей среды» заочной формы обучения
/Сост. В.Ф.Ротко. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2009. 52 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам заочной формы обучения при выполнении контрольных работ по дисциплине «Информатика и системология». Методические указания содержат описания вариантов контрольных работ № 1 и № 2 рекомендации по выполнению контрольных работ, подготовке отчета и защите выполненных работ. Контрольная работа № 1 предназначена для проверки знаний студентов, полученных ими при самостоятельном изучении основ программирования с использованием языка Паскаль. Контрольная работа № 2 предназначена для проверки знаний студентов, полученных ими при самостоятельном изучении методов решения задач вычислительной математики и особенностей их реализации при использовании компьютера и языка программирования Паскаль. В приложениях приведены образцы описаний выполнения контрольных заданий.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры КиВТ (протокол № 7 от 27 марта 2009 года).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент:

Карлусов В.Ю., канд. техн. наук, доцент кафедры ИС.

ВВЕДЕНИЕ

В рамках дисциплины «Информатика и системология» рассматриваются как концептуальные проблемы моделирования процессов и явлений в предметной области, имеющей отношение к экологии, так и прикладные аспекты разработки простейших моделей. В качестве базового языка программирования при решении разнообразных задач принят язык Паскаль, который специально разрабатывался с целью обучения программированию. Фактически изучалось некоторое представительное подмножество этого языка, достаточное при решении нетривиальных задач. Контрольная работа № 1 позволяет оценить знания студента об основных конструкциях языка Паскаль и навыки их использования при решении простейших задач. При выполнении контрольной работы № 1 студент должен показать не только результирующую программу на языке Паскаль, но и последовательность шагов действий, позволяющих из описания задания получить конструктивное описание программы на языке Паскаль.

Представляется естественной следующая последовательность этапов:

1. Задание.
2. Основные теоретические положения.
3. Спецификация программ.
4. Описание алгоритмов.
5. Описание программы на языке Паскаль.
6. Тесты.
7. Результаты машинного эксперимента.
8. Выводы.

В приложении А приведен пример описания выполнения отдельного задания.

Каждый вариант контрольной работы № 1 содержит описание четырех заданий.

Контрольная работа № 2 позволяет оценить знания студента о методах решения важных задач вычислительной математики и особенностях их программных реализаций. Основной акцент при выполнении контрольной работы № 2 делается на анализе следующих свойств программы:

- 1) зависимость требований к временному и емкостному ресурсам от значений параметров решаемой задачи и требуемой точности ее решения;
- 2) зависимость точности решения задачи от точности представления исходных данных;
- 3) устойчивость решения задачи при небольших изменениях значений ее параметров.

При выполнении заданий контрольной работы № 2 целесообразно ограничиться описанием следующих разделов.

1. Задание.
2. Основные теоретические положения.
3. Результаты машинного эксперимента
4. Выводы.

Описание разработанной программы и решение контрольных задач необходимо вынести в приложения.

В приложении Б приведен пример описания выполнения отдельного задания.

Каждый вариант контрольной работы № 2 содержит описание шести заданий.

1. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1.1. Варианты заданий

1.1.1. Вариант 1

- 1.1.1.1. Задание 1.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять площади прямоугольника, треугольника по заданным длинам сторон и круга заданного радиуса.
- 1.1.1.2. Задание 1.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую упорядочить заданную числовую последовательность длины n по неубыванию.
- 1.1.1.3. Задание 1.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по заданной последовательности десятичных цифр, оканчивающейся символом, отличным от десятичной цифры, найти представляемое этой последовательностью число. Последовательность цифр интерпретируется как запись натурального числа в позиционной десятичной системе.
- 1.1.1.4. Задание 1.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по заданной дате рождения и дате текущего дня определить текущий возраст человека.

1.1.2. Вариант 2

- 1.1.2.1. Задание 2.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять объем параллелепипеда по заданным длинам сторон и шара заданного радиуса.
- 1.1.2.2. Задание 2.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую подсчитать число нулевых, отрицательных и положительных элементов матрицы порядка n , лежащих ниже главной диагонали.
- 1.1.2.3. Задание 2.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по заданной последовательности римских цифр, оканчивающейся символом, отличным от римской цифры, найти представляемое этой последовательностью число (если последовательность описывает число).
- 1.1.2.4. Задание 2.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую определить, есть ли среди указанной совокупности студентов университета однокурсники-однофамильцы.

1.1.3. Вариант 3

- 1.1.3.1. Задание 3.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять периметр прямоугольника, треугольника по заданным длинам сторон и длину окружности заданного радиуса.
- 1.1.3.2. Задание 3.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую провести классификацию трех точек на плоскости, заданных своими координатами, на следующие классы:
 класс 0 – точки не описывают треугольник,
 класс 1 – точки описывают остроугольный треугольник,
 класс 2 – точки описывают прямоугольный треугольник,
 класс 3 – точки описывают тупоугольный треугольник.
- 1.1.3.3. Задание 3.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы найти множество простых чисел, не превышающих заданного числа n . Использовать метод, известный под названием «решето Эратосфена».
- 1.1.3.4. Задание 3.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую для заданных описаний рациональных чисел в виде «числитель/знаменатель» определить наибольшее рациональное число.

1.1.4. Вариант 4

- 1.1.4.1. Задание 4.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значения функции $C(n, m) = n! / m! / (n - m)!$.
- 1.1.4.2. Задание 4.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую среди элементов матрицы порядка n , находящихся выше главной диагонали, найти минимальный элемент.
- 1.1.4.3. Задание 4.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы найти «симметрическую разность» заданных двух множеств A и B одного типа. (Симметрическая разность двух множеств A и B определяется следующим образом: $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$).
- 1.1.4.4. Задание 4.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую «расселить» заданную совокупность студентов университета по комнатам общежития, выполнив следующие требования:
- 1) в одной комнате могут проживать только лица одного пола;
 - 2) в одной комнате могут проживать только студенты одного курса;
 - 3) в одной комнате могут проживать не более m студентов.

1.1.5. Вариант 5

- 1.1.5.1. Задание 5.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение наименьшего общего кратного двух натуральных чисел.
- 1.1.5.2. Задание 5.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую среди элементов матрицы порядка n , находящихся ниже главной диагонали, найти координаты хотя бы одного минимального элемента.
- 1.1.5.3. Задание 5.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданной последовательности символов найти множество символов, входящих в эту последовательность.
- 1.1.5.4. Задание 5.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по заданному описанию совокупности студентов, каждый из которых характеризуется фамилией, годом рождения, годом поступления в университет, оценками, полученными на экзаменах по дисциплинам: математика, физика, иностранный язык, вывести анкетные данные студентов-отличников.

1.1.6. Вариант 6

- 1.1.6.1. Задание 6.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение наибольшего общего делителя для n натуральных чисел.
- 1.1.6.2. Задание 6.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n , найти матрицу $B = A^T$ (здесь A^T - транспонированная матрица A).
- 1.1.6.3. Задание 6.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданного тиража спортлото найти наименьший элемент тиража.
- 1.1.6.4. Задание 6.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по заданному описанию совокупности студентов, каждый из которых характеризуется фамилией, годом рождения, годом поступления в университет, оценками, полученными на экзаменах по дисциплинам: математика, физика, иностранный язык, вывести анкетные данные студентов, успевающих на 4 и 5.

1.1.7. Вариант 7

- 1.1.7.1. Задание 7.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую

вычислять значение наименьшего общего кратного для n натуральных чисел.

1.1.7.2. Задание 7.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы порядка n , найти максимальный элемент среди элементов, находящихся выше как главной, так и побочной диагоналей.

1.1.7.3. Задание 7.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданного тиража спортлото и прогнозу найти множество правильно отгаданных чисел.

1.1.7.4. Задание 7.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по заданному описанию совокупности студентов, каждый из которых характеризуется фамилией, годом рождения, годом поступления в университет, оценками, полученными на экзаменах по дисциплинам: математика, физика, иностранный язык, вывести анкетные данные студентов, получивших на экзаменах хотя бы одну двойку.

1.1.8. Вариант 8

1.1.8.1. Задание 8.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять сумму из n элементов начального отрезка ряда вида $x - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! + x^9/9! - \dots$.

1.1.8.2. Задание 8.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы порядка n найти сумму элементов, находящихся выше как главной, так и побочной диагоналей.

1.1.8.3. Задание 8.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданной последовательности символов подсчитать число гласных букв латинского алфавита, входящих в эту последовательность.

1.1.8.4. Задание 8.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по заданному описанию совокупности студентов, каждый из которых характеризуется фамилией, годом рождения, годом поступления в университет, оценками, полученными на экзаменах по дисциплинам: математика, физика, иностранный язык, вывести список студентов, фамилии которых начинаются с буквы «А», с указанием полученных ими оценок на экзаменах.

1.1.9. Вариант 9

1.1.9.1. Задание 9.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять сумму из n элементов начального отрезка ряда вида $1 - x^2/2! + x^4/4! - x^6/6! + x^8/8! - \dots$.

- 1.1.9.2. Задание 9.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы порядка n найти координаты хотя бы одного минимального элемента среди элементов, находящихся ниже как главной, так и побочной диагоналей.
- 1.1.9.3. Задание 9.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы подсчитать для заданной последовательности символов число согласных букв латинского алфавита, входящих в эту последовательность.
- 1.1.9.4. Задание 9.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по заданному описанию совокупности студентов, каждый из которых характеризуется фамилией, годом рождения, годом поступления в университет, оценками, полученными на экзаменах по дисциплинам: математика, физика, иностранный язык, вывести список студентов, упорядоченных по среднему баллу (в порядке невозрастания) с указанием среднего балла.

1.1.10. Вариант 10

- 1.1.10.1. Задание 10.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять сумму из n элементов начального отрезка ряда вида $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$.
- 1.1.10.2. Задание 10.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую строить таблицу T сложения по модулю m : $T_{ij} = (i + j) \bmod m$; $i, j \in \{0, 1, \dots, m-1\}$.
- 1.1.10.3. Задание 10.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по описанию наличия продуктов в магазинах находить множество продуктов, которые есть во всех магазинах.
- 1.1.10.4. Задание 10.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», которая позволяла бы находить решение в множестве комплексных чисел «квадратного уравнения» с коэффициентами из множества вещественных чисел.

1.1.11. Вариант 11

- 1.1.11.1. Задание 11.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять сумму элементов начального отрезка длиной n ряда вида $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$.
- 1.1.11.2. Задание 11.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры,

позволяющую строить таблицу T умножения по модулю m :

$$T_{ij} = (i * j)$$

$\text{mod } m; i, j \in \{0, 1, \dots, m-1\}$.

1.1.11.3. Задание 11.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по описанию наличия продуктов в магазинах находить множество продуктов, каждый из которых есть хотя бы в одном магазине.

1.1.11.4. Задание 11.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», которая позволяла бы для заданного множества комплексных чисел находить максимальное по модулю число.

1.1.12. Вариант 12

1.1.12.1. Задание 12.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять приближение к числу π с использованием n членов ряда Лейбница $\pi = 4 - 4/3 + 4/5 - 4/7 + \dots$.

1.1.12.2. Задание 12.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую строить матрицу $C=A \cdot B$, где

C – матрица с m строками и n столбцами;

A - матрица с m строками и p столбцами;

B - матрица с p строками и n столбцами;

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} \cdot b_{kj}.$$

1.1.12.3. Задание 12.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по описанию наличия продуктов в магазинах находить множество продуктов, которых нет ни в одном магазине.

1.1.12.4. Задание 12.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», которая позволяла бы для заданного множества комплексных чисел находить минимальное по модулю число.

1.1.13. Вариант 13

1.1.13.1. Задание 13.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять приближение к числу π с использованием n членов ряда Шарпа $\pi = 2 \cdot \sqrt{3} [1 - 1/(3^1 \cdot 3) + 1/(3^2 \cdot 5) - 1/(3^3 \cdot 7) + \dots]$.

1.1.13.2. Задание 13.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую строить матрицу порядка n , в каждой строке и в каждом столбце которой представляется перестановка из элементов множества $\{1, 2, \dots, n\}$ (латинский квадрат).

- 1.1.13.3. Задание 13.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по описанию наличия продуктов в магазинах находить множество продуктов, которые имеются только в одном магазине.
- 1.1.13.4. Задание 13.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», которая позволяла бы по описанию жителей разных городов находить хотя бы одну пару лиц разного пола (их фамилии, имена и отчества), проживающих по одному адресу, но в разных городах.

1.1.14. Вариант 14

- 1.1.14.1. Задание 14.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять приближение к числу π с использованием n членов ряда Эйлера $\pi = (6 + 6/2^2 + 6/3^2 + 6/4^2 + 6/5^2 + \dots)^{1/2}$.
- 1.1.14.2. Задание 14.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданных своими координатами n точек в 3-мерном пространстве найти минимальное расстояние между различными точками ($n > 1$).
- 1.1.14.3. Задание 14.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по описанию отношения «дружбы» между членами некоторой группы студентов находить хотя бы одну максимальную «кликку содружества».
- 1.1.14.4. Задание 14.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», которая позволяла бы по заданной последовательности костей домино определять, является ли она «допустимой».

1.1.15. Вариант 15

- 1.1.15.1. Задание 15.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять приближение к e^x с помощью n членов ряда $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + x^5/5! + \dots$.
- 1.1.15.2. Задание 15.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной турнирной таблицы с n участниками упорядочить номера участников в порядке невозрастания набранных очков, если известно, что за выигрыш дается 1 очко, за ничью – 0.5 очка и за проигрыш – 0 очков.
- 1.1.15.3. Задание 15.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы по описанию отношения «дружбы» между членами некоторой

группы студентов находить хотя бы одно максимальное множество студентов, в котором отсутствуют дружественные отношения.

- 1.1.15.4. Задание 15.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», которая позволяла бы для реляционной таблицы с атрибутами «ФИО», «ПОЛ», «ЦВЕТ ВОЛОС», «ЦВЕТ ГЛАЗ», «ВОЗРАСТ», «ПРОФЕССИЯ» вносить новую информацию, удалять устаревшую информацию, корректировать информацию и выдавать информацию по запросу.

1.1.16. Вариант 16

- 1.1.16.1. Задание 16.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять приближение к $\arctg x$ с помощью n членов ряда $\arctg x = x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 + x^9/9 - \dots$.
- 1.1.16.2. Задание 16.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A с m строками и n столбцами найти «знаковую» матрицу $Z (Z_{ij} = \text{sign}(A_{ij}))$.
- 1.1.16.3. Задание 16.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданного натурального числа $n > 0$ найти множество всех его делителей.
- 1.1.16.4. Задание 16.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по журналу регистрации автомобилей находить адрес нарушителя правил уличного движения по зафиксированному номеру. Программа должна позволять вводить новые данные в журнал.

1.1.17. Вариант 17

- 1.1.17.1. Задание 17.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять приближение к $\ln x$ с помощью n членов ряда $\ln x = 2(y + y^3/3 + y^5/5 + y^7/7 + \dots)$, где $y = (x - 1)/(x + 1)$.
- 1.1.17.2. Задание 17.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданного вектора V с n компонентами построить ортогональную матрицу порядка n
- $$(O(V) = E - \frac{2}{(V, V)} [V \cdot V^T]), \text{ где } V - \text{вектор-столбец, } (V, V) - \text{скалярное}$$
- произведение векторов V).
- 1.1.17.3. Задание 17.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданного натурального числа $n > 0$ найти множество всех его простых делителей.



1.1.17.4. Задание 17.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую по журналу регистрации автомобилей находить фамилию, имя и отчество нарушителя правил уличного движения по зафиксированному номеру. Программа должна позволять вводить новые данные в журнал.

1.1.18. Вариант 18

1.1.18.1. Задание 18.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение начального отрезка длиной n ряда вида $1 - 1/2 + 1/2^2/2! - 1/2^3/3! + 1/2^4/4! - \dots$.

1.1.18.2. Задание 18.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n и степени $m \geq 0$ построить матрицу A^m ($A^0 = E$, $A^k = A^{k-1} \cdot A$).

1.1.18.3. Задание 18.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданных натуральных чисел $m > 0$ и $n > 0$ найти множество всех общих делителей.

1.1.18.4. Задание 18.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую работать с расписанием движения автобусов. Программа должна по заданным пунктам отправления и назначения находить времена отправления и номера маршрутов автобусов. Программа должна позволять вносить новые данные в расписание.

1.1.19. Вариант 19

1.1.19.1. Задание 19.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение начального отрезка длиной n ряда вида $1 - 1/2^2 + 1/3^2 - 1/3^2 - 1/4^2 + \dots$.

1.1.19.2. Задание 19.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы порядка n построить матрицу с n строками и $n+1$ столбцами, удовлетворяющую следующим соотношениям: $B_{1,0} = 1$, $B_{j,0} = 0$ для $1 < j \leq n$; $B_{.,i} = A \cdot B_{.,i-1}$, $0 < i \leq n$. Здесь $B_{.,i}$ - i -ый столбец матрицы B .

1.1.19.3. Задание 19.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы для заданных натуральных чисел $m > 0$ и $n > 0$ найти множество всех общих простых делителей.

1.1.19.4. Задание 19.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую работать с расписанием движения поездов. Программа должна по заданным пунктам отправления и назначения находить времена отправления и

номера поездов. Программа должна позволять вносить новые данные в расписание движения поездов

1.1.19. Вариант 20

1.1.20.1. Задание 20.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение начального отрезка длиной n ряда вида $x + x^3/2/3 + x^5 \cdot 1 \cdot 3/2/4/5 + x^7 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5/2/4/6/7 + \dots$.

1.1.20.2. Задание 20.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n найти норму $\|A\|_1$

$$\text{матрицы } A \left(\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right).$$

1.1.20.3. Задание 20.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы найти множество всех простых чисел p , удовлетворяющих условию $a \leq p \leq b$, где a и b – натуральные числа и $a > 1, b > 1$.

1.1.20.4. Задание 20.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую выполнять арифметические операции с комплексными числами.

1.1.21. Вариант 21

1.1.21.1. Задание 21.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение полинома Чебышева первого рода $T_n(x)$ ($T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$).

1.1.21.2. Задание 21.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n найти норму $\|A\|_\infty$

$$\text{матрицы } A \left(\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \right).$$

1.1.21.3. Задание 21.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы находить множество первых n «треугольных чисел» (k -ое

$$\text{треугольное число } t_k = \sum_{i=1}^k i).$$

1.1.21.4. Задание 21.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую работать с каталогом книг. Программа должна позволять вносить в каталог новую информацию и выдавать названия книг, которые опубликованы указанным автором в указанном году.

1.1.22. Вариант 22

1.1.22.1. Задание 22.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую

вычислять значение полинома Лежандра

$$P_n(x) \quad (P_0(x)=1, \quad P_1(x)=x, \quad (n+1) \cdot P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)).$$

1.1.22.2. Задание 22.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n найти евклидову

норму $\|A\|_E$ матрицы A ($\|A\|_E = (\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2)^{1/2}$).

1.1.22.3. Задание 22.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы находить множество первых n «совершенных чисел» (число называют совершенным, если оно равно сумме своих делителей d , не совпадающих с этим числом).

1.1.22.4. Задание 22.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую работать с каталогом книг. Программа должна позволять вносить в каталог новую информацию и выдавать названия книг, которые опубликованы указанным автором за указанный период.

1.1.23. Вариант 23

1.1.23.1. Задание 23.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую вычислять значение полинома Лагерра

$$L_n^0(x) \quad (L_0^0(x)=1, \quad L_1^0(x)=1-x, \quad (n+1)L_{n+1}^0(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n^0(x) - n \cdot L_{n-1}^0(x)).$$

1.1.23.2. Задание 23.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n найти норму $\|A\|_M = n \cdot \max_{i,j} |a_{ij}|$ матрицы A .

1.1.23.3. Задание 23.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы находить множество первых n «пирамидальных чисел» (k -ое пирамидальное число $P_k = \sum_{i=1}^k t_i$, где t_i - i -ое треугольное число).

1.1.23.4. Задание 23.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую работать с каталогом книг. Программа должна позволять вносить в каталог новую информацию и выдавать полное библиографическое описание книг, опубликованных указанным автором в указанном издательстве.

1.1.24 Вариант 24

1.1.24.1. Задание 24.1. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющую

вычислять значение полинома Эрмита $H_n(x)$ ($H_0(x)=1$, $H_1(x)=2 \cdot x$, $H_{n+1}(x)=2 \cdot xH_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x)$).

- 1.1.24.2. Задание 24.2. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-процедуры, позволяющую для заданной матрицы A порядка n и степени $k \geq 0$ построить матрицу B порядка n такую, что $b_{ij} = (a_{ij})^k$.
- 1.1.24.3. Задание 24.3. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «множество», которая позволяла бы найти множество первых n чисел Фибоначчи.
- 1.1.24.4. Задание 24.4. Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одного типа «запись», позволяющую работать с каталогом книг. Программа должна позволять вносить новую информацию в каталог и выдавать список авторов, которые опубликовали книги в указанном году.

1.2. Рекомендации по выполнению заданий

Основное предназначение заданий контрольной работы 1 – проверка знаний студента относительно изобразительных средств изучаемого языка программирования Паскаль и элементарных навыков программирования решения простейших задач с его использованием. Тем не менее, оказываются полезными некоторые рекомендации, связанные с выполнением контрольных заданий. Следование этим рекомендациям позволяет избежать некоторых ошибок, которые могут возникнуть при программировании решения задачи, и, таким образом, ускорить процесс отладки программы. Приведем следующий список рекомендаций.

1. Отчет о выполнении задания рекомендуется представлять в виде следующей последовательности разделов: 1) задание; 2) основные теоретические положения; 3) спецификация программных компонентов; 4) описание алгоритмов работы каждого программного компонента; 5) описание программы на языке Паскаль; 6) тесты для каждого программного компонента; 7) результаты машинного эксперимента; 8) выводы о проделанной работе.
2. При подготовке текста программы на языке Паскаль элементы языка, аналогичные парным скобкам, вводить парами, а текст программы формировать в режиме «вставки». К парным скобкам можно отнести: заголовок подпрограммы, признак окончания описания подпрограммы; агрегационные скобки `begin`, `end`; открывающий и закрывающий апострофы и т.п.
3. Комментарий использовать как по прямому его назначению, так и для «блокирования» фрагментов текста программы.
4. Рекомендуется использовать задержку вычислительного процесса программы, используя в конце программы следующие операторы: `writeln('Delay!!!');` `readln`.
5. При именовании программных объектов не рекомендуется использовать очень длинные идентификаторы. Идентификатор рекомендуется

представлять последовательностью сокращений слов, начинающихся с заглавной буквы.

6. Отладку программы рекомендуется проводить путем последовательной отладки вводимых новых компонентов.
7. При разработке подпрограмм в первую очередь необходимо зафиксировать интерфейс (исходные данные, результат). Предпочтение следует отдавать параметрическому интерфейсу. Вспомогательные объекты должны быть локальными. Константы и типы данных для простых программ рекомендуется объявлять глобальными.
8. При разработке программ циклической структуры тщательно проводить анализ завершаемости работы программы.

2. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

2.1. Варианты заданий

2.1.1. Вариант 1

2.1.1.1. Задание 1.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\sin n(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2i-1} / (2 \cdot i - 1)!. \text{ Определить зависимость абсолютной}$$

погрешности вычисления $\sin x$ с помощью $\sin n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `SIN` дает «точные» значения.

2.1.1.2. Задание 1.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода $[T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом дихотомии при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.1.3. Задание 1.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_\infty(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

$$1) \quad A = H_5 = [h_{ij}], \quad h_{ij} = 1/(i + j - 1), \quad 1 \leq i, j \leq 5, \quad b_i = 1/i^5;$$

$$\begin{array}{rcl} 10x_1 + 6x_2 + 2x_3 & = & 25 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 & = & 14 \\ 2) \quad 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 & = & 10 \\ 6x_2 - 2x_3 + 2x_4 & = & 8 \end{array}$$

2.1.1.4. Задание 1.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена.

Исходная функция $y = f(x)$ на интервале $[0; 0.9]$ описывается следующей таблицей.

x	0.0	0.1	0.2	0.8	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y	0.21	0.23	0.31	0.29	0.42	0.35	0.58	0.61	0.59	0.66

2.1.1.5. Задание 1.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_0^\pi \sin x dx = 2$ методом левых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.1.6. Задание 1.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1 - x^2)y'' - xy' + n^2 y = 0, n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H, y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Чебышева первого рода: $T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$).

2.1.2. Вариант 2

2.1.2.1. Задание 2.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции $\cos n(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i x^{2i} / (2 \cdot i)!$.

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\cos n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `COS` дает «точные» значения.

2.1.2.2. Задание 2.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода $[T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом хорд при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.2.3. Задание 2.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Жордана-Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_\infty(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i + j - 1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.2.4. Задание 2.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблице функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена.

Исходная функция $v = f(H)$ на интервале $[290; 2300]$ описывается следующей таблицей.

H	290	560	1144	1810	2300
v	5	7	9	11	12

2.1.2.5. Задание 2.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом центральных прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.2.6. Задание 2.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n^2y = 0, n \in \mathbb{N}_0;$ $y(x_H) = y_H, y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Чебышева первого рода: $T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$).

2.1.3. Вариант 3

2.1.3.1. Задание 3.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции $\exp(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} x^i / i!$. Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\exp(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `EXP` дает «точные» значения.

2.1.3.2. Задание 3.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода $[T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом касательных (Ньютона) при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.3.3. Задание 3.3. Разработать программу на языке Паскаль, для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом простых итераций. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_\infty(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i+j-1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5;$

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.3.4. Задание 3.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная

функция $\mu = f(H)$ на интервале $[0.164; 1.640]$ описывается следующей таблицей.

H	0.164	0.328	0.656	0.984	1.312	1.640
μ	0.448	0.432	0.421	0.417	0.414	0.412

2.1.3.5. Задание 3.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом правых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.3.6. Задание 3.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1 - x^2)y'' - xy' + n^2y = 0, n \in \mathbb{N}_0;$ $y(x_H) = y_H, y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Чебышева первого рода: $T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$).

2.1.4. Вариант 4

2.1.4.1. Задание 4.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_{∞} и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\arctan n(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2i-1} / (2i-1), \quad |x| \leq 1.$$

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\arctann(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `ARCTAN` дает «точные» значения.

2.1.4.2. Задание 4.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода $[T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.4.3. Задание 4.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса-Зейделя. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_{\infty}(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax = b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i + j - 1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5;$

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.4.4. Задание 4.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе

алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $v = f(H)$ на интервале $[1.1; 40.6]$ описывается следующей таблицей.

F	1.1	1.4	1.7	2.1	2.6	4.7	6.1	7.0	10.0	12.8	16.5	20.8	40.6
v	25.0	22.7	22.1	19.8	17.0	12.3	10.7	10.0	8.2	6.7	5.6	5.0	3.5

2.1.4.5. Задание 4.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом трапеций от числа узловых точек.

2.1.4.6. Задание 4.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного

решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n \cdot (n+1)y = 0, n \in \mathbb{N}_0;$

$y(x_H) = y_H, y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лежандра: $P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1) \cdot xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$).

2.1.5. Вариант 5

2.1.5.1. Задание 5.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_{∞} и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$\ln n1(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^i / i, -1 < x \leq 1.$ Определить зависимость

абсолютной погрешности вычисления $\ln(1+x)$ с помощью $\ln n1(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `LN` дает «точные» значения.

2.1.5.2. Задание 5.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра $[P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1) \cdot xP_n(x) - nP_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом дихотомии при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.5.3. Задание 5.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $cond_1(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i+j-1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5;$

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.5.4. Задание 5.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе

алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $s = f(H)$ на интервале $[1/30; 14/30]$ описывается следующей таблицей.

t	1/30	2/30	3/30	4/30	5/30	6/30	7/30
s	11.86	15.67	20.60	26.69	33.71	41.93	51.13

t	8/30	9/30	10/30	11/30	12/30	13/30	14/30
s	61.49	72.90	85.44	99.08	113.77	129.54	146.48

2.1.5.5. Задание 5.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом Симпсона от числа узловых точек.

2.1.5.6. Задание 5.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1 - x^2)y'' - xy' + n(n+1)y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Эйлера.

Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лежандра: $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1) \cdot xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$).

2.1.6. Вариант 6

2.1.6.1. Задание 6.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ϵ_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль,

позволяющую вычислять значения функции $\text{shn}(x, n) = \sum_{i=1}^n x^{2i-1} / (2i-1)!$.

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\text{shx} = (e^x - e^{-x})/2$ с помощью $\text{shn}(x, n)$ от x и n , полагая, что $(\text{EXP}(x) - \text{EXP}(-x))/2$ дает «точные» значения.

2.1.6.2. Задание 6.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра [$P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1) \cdot x \cdot P_n(x) - nP_{n-1}(x)$]. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом хорд при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.6.3. Задание 6.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Жордана-Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_1(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{aligned}
 10x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 25 \\
 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 14 \\
 2) \quad 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 &= 10 \\
 6x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 8
 \end{aligned}$$

2.1.6.4. Задание 6.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $r = f(c)$ на интервале $[19.1; 50.0]$ описывается следующей таблицей.

c	19.1	25.0	30.1	36.0	40.0	45.1	50.0
r	76.30	77.80	79.75	80.80	82.35	83.90	85.10

2.1.6.5. Задание 6.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом Гаусса от числа узловых точек.

2.1.6.6. Задание 6.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1 - x^2)y'' - xy' + n(n+1)y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лежандра:

$$(P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1) \cdot x P_n(x) - n P_{n-1}(x)).$$

2.1.7. Вариант 7

2.1.7.1. Задание 7.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции $\operatorname{chn}(x, n) = \sum_{i=1}^n x^{2i} / (2i)!$.

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\operatorname{chx} = (e^x + e^{-x})/2$ с помощью $\operatorname{chn}(x, n)$ от x и n , полагая, что $(\operatorname{EXP}(x) + \operatorname{EXP}(-x))/2$ дает «точные» значения.

2.1.7.2. Задание 7.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра $[P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - n P_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом касательных (Ньютона) при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.7.3. Задание 7.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом простых итераций. Для решаемой системы найти оценку

числа обусловленности $cond_1(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.7.4. Задание 7.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $y = f(x)$ на интервале $[0; 68]$ описывается следующей таблицей.

x	0	4	10	15	21	29	36	51	68
y	66.7	71.0	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6	125.1

2.1.7.5. Задание 7.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{-x^2/2} dx = 2.3925$ методом левых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.7.6. Задание 7.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лагерра: $(L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x))$).

2.1.8. Вариант 8

2.1.8.1. Задание 8.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\text{pin}(n) = 4 \cdot \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} / (2 \cdot i - 1) .$$

Определить зависимость абсолютной погрешности числа π с помощью $\text{pin}(n)$ от n , полагая, что стандартная константа PI дает «точное» значение.

2.1.8.2. Задание 8.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра [$P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - nP_{n-1}(x)$]. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.8.3. Задание 8.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных

чисел методом Гаусса-Зейделя. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_1(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.8.4. Задание 8.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $H = f(Q)$ на интервале $[14.0; 82.0]$ описывается следующей таблицей.

Q	14.0	20.5	35.3	45.0	53.8	62.0	68.3	75.2	82.0
H	3.05	4.90	10.4	15.3	20.1	25.4	29.8	34.6	40.0

2.1.8.5. Задание 8.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{-x^2/2} dx = 2.3925$ методом центральных прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.8.6. Задание 8.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лагерра: $(L_0(x)=1, L_1(x)=1-x, (n+1)L_{n+1}(x)=(2 \cdot n+1-x)L_n(x)-nL_{n-1}(x))$).

2.1.9. Вариант 9

2.1.9.1. Задание 9.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\sin n(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2i-1} / (2 \cdot i - 1)!. \text{ Определить зависимость абсолютной}$$

погрешности вычисления $\sin x$ с помощью $\sin n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная константа `SIN` дает «точные» значения.

2.1.9.2. Задание 9.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $L_n(x) = 0$, где $L_n(x)$ - полином Лагерра $[L_0(x)=1, L_1(x)=1-x, (n+1)L_{n+1}(x)=(2 \cdot n+1-x)L_n(x)-nL_{n-1}(x)]$.

Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной

погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.9.3. Задание 9.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_{\infty}(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i + j - 1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

2) $\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$

2.1.9.4. Задание 9.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $v = f(D)$ на интервале $[0; 0.9]$ описывается следующей таблицей.

D	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
v	0.957	0.969	0.976	0.978	0.975	0.968	0.954	0.939	0.918	0.894

2.1.9.5. Задание 9.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 2.3925$ методом центральных прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.9.6. Задание 9.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лагерра:

$$(L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)).$$

2.1.10. Вариант 10

2.1.10.1. Задание 10.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_{∞} и ϵ_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\cos n(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i x^{2i} / (2 \cdot i)!. \quad \text{Определить зависимость абсолютной}$$

погрешности вычисления $\cos x$ с помощью $\cos n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `COS` дает «точные» значения.

2.1.10.2. Задание 10.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $L_n(x) = 0$, где $L_n(x)$ - полином Лагеррра [$L_0(x) = 1$, $L_1(x) = 1 - x$, $(n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)$]. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом хорд при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.10.3. Задание 10.3. Разработать программу на языке Паскаль, для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Жордана-Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_\infty(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

2) $\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$

2.1.10.4. Задание 10.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $y = f(x)$ на интервале $[0; 0.40]$ описывается следующей таблицей.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
y	1.00762	1.00392	1.00153	1.00000	0.99907	0.99852	0.99826	0.99818	0.99828

2.1.10.5. Задание 10.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 2.3925$ методом трапеций от числа узловых точек.

2.1.10.6. Задание 10.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xu'' + 2xu' + 2 \cdot n \cdot y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Эрмита: $(H_0(x) = 1, H_1(x) = 2x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x \cdot H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x))$).

2.1.11. Вариант 11

2.1.11.1. Задание 11.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль,

позволяющую вычислять значения функции $\exp(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} x^i / i!$.

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления e^x с помощью $\exp(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция EXP дает «точные» значения.

2.1.11.2. Задание 11.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $L_n(x) = 0$, где $L_n(x)$ - полином Лагерра $[L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом касательных (Ньютона) при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.11.3. Задание 11.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом простых итераций. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_\infty(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

2) $\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$

2.1.11.4. Задание 11.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в базисе Чебышева ($T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_{k+1}(x) = 2 \cdot x T_k(x) - T_{k-1}(x)$) по заданной таблице функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $y = f(x)$ на интервале $[0; 0.40]$ описывается следующей таблицей.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
y	1.00762	1.00392	1.00153	1.00000	0.99907	0.99852	0.99826	0.99818	0.99828

2.1.11.5. Задание 11.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{-x^2/2} dx = 2.3925$ методом Симпсона от числа узловых точек.

2.1.11.6. Задание 11.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + 2xy' + 2 \cdot n \cdot y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h уточненным методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Эрмита: $(H_0(x) = 1, H_1(x) = 2 \cdot x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x \cdot H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x))$).

2.1.12. Вариант 12

2.1.12.1. Задание 12.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\arctann(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2i-1} / (2i-1), \quad |x| \leq 1.$$

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\arctg x$ с помощью $\arctann(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `ARCTAN` дает «точные» значения.

2.1.12.2. Задание 12.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $L_n(x) = 0$, где $L_n(x)$ - полином Лагерра $[L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итерации при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.12.3. Задание 12.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса-Зейделя. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $cond_\infty(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

2) $\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$

2.1.12.4. Задание 12.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в базисе Чебышева

$$(T_0^*(x) = 1, T_1^*(x) = x, T_{k+1}^*(x) = xT_k^*(x) - \frac{1}{4}T_{k-1}^*(x))$$

по заданной таблице функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $y = f(x)$ на интервале $[0; 40]$ описывается следующей таблицей.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
y	1.00762	1.00392	1.00153	1.00000	0.99907	0.99852	0.99826	0.99818	0.99828

2.1.12.5. Задание 12.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 2.3925$ методом Гаусса от числа узловых точек.

2.1.12.6. Задание 12.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + 2xy' + 2ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h уточненным методом Эйлера. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Эрмита: $(H_0(x)=1, H_1(x)=2 \cdot x, H_{n+1}(x)=2 \cdot x \cdot H_n(x)-2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x))$).

2.1.13. Вариант 13

2.1.13.1. Задание 13.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\ln n1(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^i / i, \quad -1 < x \leq 1. \quad \text{Определить зависимость}$$

абсолютной погрешности вычисления $\ln(1+x)$ с помощью $\ln n1(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `LN` дает «точные» значения.

2.1.13.2. Задание 13.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $H_n(x)=0$, где $H_n(x)$ - полином Эрмита $[H_0(x)=1, H_1(x)=2x, H_{n+1}(x)=2 \cdot xH_n(x)-2 \cdot nH_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итерации при различных $n>0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.13.3. Задание 13.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $cond_1(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i+j-1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

2) $\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$

2.1.13.4. Задание 13.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в базисе Лежандра $L_0(x)=1, L_1(x)=x, (L_{k+1}(x)=[(2k+1) \cdot xL_k(x)+kL_{k-1}(x)]/(k+1))$ по заданной таблице функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $y=f(x)$ на интервале $[0; 40]$ описывается следующей таблицей.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
y	1.00762	1.00392	1.00153	1.00000	0.99907	0.99852	0.99826	0.99818	0.99828

2.1.13.5. Задание 13.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности вычисления $\int_{-1}^1 (-25x^4 + 45x^2 - 7)dx = 6$ методом левых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.13.6. Задание 13.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n^2y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h уточненным методом Эйлера. Исследовать зависимость относительной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Чебышева первого рода: $(T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x))$).

2.1.14. Вариант 14

2.1.14.1. Задание 14.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции $\operatorname{shn}(x, n) = \sum_{i=1}^n x^{2i-1} / (2 \cdot i - 1)!$.

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\operatorname{shx} = (e^x - e^{-x})/2$ с помощью $\operatorname{shn}(x, n)$ от x и n , полагая, что $(\operatorname{EXP}(x) - \operatorname{EXP}(-x))/2$ дает «точные» значения.

2.1.14.2. Задание 14.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $H_n(x) = 0$, где $H_n(x)$ - полином Эрмита $[H_0(x) = 1, H_1(x) = 2x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot xH_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом хорд при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.14.3. Задание 14.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Жордана-Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\operatorname{cond}_1(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i+j-1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

2) $\begin{array}{rrrrr} 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$

2.1.14.4. Задание 14.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m для функции

$$J = c^2 h \lambda^{-5} (e^{\frac{c \cdot h}{k \cdot \lambda \cdot T}} - 1)^{-1}, \text{ заданной на интервале } [T_n, T_b] \text{ с шагом } H, \text{ где}$$

$c=299850$, $k=1.372 \cdot 10^{-23}$, $h=0.655 \cdot 10^{-38}$, $\lambda=1 \cdot 10^{-6}$. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Решить контрольную задачу для $T_H=1000$, $T_B=2000$, $N=100$.

2.1.14.5. Задание 14.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-1}^1 (-25x^4 + 45x^2 - 7)dx = 6$ методом центральных

прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.14.6. Задание 14.6. Разработать программу на языке Паскаль для

численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n^2 y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h уточненным методом Эйлера. Исследовать зависимость относительной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Чебышева первого рода:

$(T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x))$).

2.1.15. Вариант 15

2.1.15.1. Задание 15.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль,

позволяющую вычислять значения функции $\text{chn}(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} x^{2i} / (2 \cdot i)!$.

Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления $\text{chx} = (e^x - e^{-x})/2$ с помощью $\text{chn}(x, n)$ от x и n , полагая, что $(\text{EXP}(x) + \text{EXP}(-x))/2$ дает «точные» значения.

2.1.15.2. Задание 15.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $H_n(x) = 0$, где $H_n(x)$ - полином Эрмита $[H_0(x) = 1, H_1(x) = 2 \cdot x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x)]$.

Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом касательных (Ньютона) при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.15.3. Задание 15.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом простых итераций. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_1(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr} 2) & 2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = & -6 \\ & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -4 \end{array}$$

2.1.15.4. Задание 15.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших

квадратов в базисе Чебышева
 $(T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_{k+1}(x) = 2 \cdot x \cdot T_k(x) - T_{k-1}(x))$ многочленом степени m

для функции $J = c^2 h \lambda^{-5} (e^{\frac{ch}{k\lambda T}} - 1)^{-1}$, заданной на интервале $[T_n, T_b]$ с шагом H , где $c=299850$, $k=1.372 \cdot 10^{-23}$, $h=0.655 \cdot 10^{-38}$, $\lambda=1 \cdot 10^{-6}$. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Решить контрольную задачу для $T_n=1000$, $T_b=2000$, $H=100$.

2.1.15.5. Задание 15.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности вычисления $\int_{-1}^1 (-25x^4 + 45x^2 - 7)dx = 6$ методом правых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.15.6. Задание 15.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n^2 y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h уточненным методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Исследовать зависимость относительной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Чебышева первого рода: $(T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x))$).

2.1.16. Вариант 16

2.1.16.1. Задание 16.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции $\text{pin}(n) = 4 \cdot \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} / (2i-1)$.

Определить зависимость абсолютной погрешности числа π с помощью $\text{pin}(n)$ от n , полагая, что стандартная константа `PI` дает «точное» значение.

2.1.16.2. Задание 16.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $H_n(x) = 0$, где $H_n(x)$ - полином Эрмита $[H_0(x) = 1, H_1(x) = 2 \cdot x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x \cdot H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой абсолютной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.16.3. Задание 16.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса-Зейделя. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_1(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{array}{rclcl}
 x_1 + & x_2 + & 2x_3 + & 3x_4 & = 1 \\
 3x_1 - & x_2 - & x_3 - & 2x_4 & = -4 \\
 2) \quad 2x_1 + & 3x_2 - & x_3 - & x_4 & = -6 \\
 & x_1 + & 2x_2 + & 3x_3 - & x_4 & = -4
 \end{array}$$

2.1.16.4. Задание 16.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в базисе Чебышева

$$(T_0^*(x) = 1, T_1^*(x) = x, T_{k+1}^*(x) = x \cdot T_k^*(x) - \frac{1}{4} T_{k-1}^*(x)) \text{ многочленом степени}$$

m для функции $J = c^2 h \lambda^{-5} (e^{\frac{ch}{k\lambda T}} - 1)^{-1}$, заданной на интервале $[T_n, T_b]$ с шагом H , где $c=299850$, $k=1.372 \cdot 10^{-23}$, $h=0.655 \cdot 10^{-38}$, $\lambda=1 \cdot 10^{-6}$. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Решить контрольную задачу для $T_n=1000$, $T_b=2000$, $H=100$.

2.1.16.5. Задание 16.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-1}^1 (-25x^4 + 45x^2 - 7)dx = 6$ методом трапеций от числа узловых точек.

2.1.16.6. Задание 16.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n(n+1)y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$; $y(x_n) = y_n$, $y'(x_n) = y'_n$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h уточненным методом Эйлера. Исследовать зависимость относительной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лежандра: $(P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - nP_{n-1}(x))$).

2.1.17. Вариант 17

2.1.17.1. Задание 17.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ϵ_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\sin n(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2i-1} / (2i-1)!. \text{ Определить зависимость обобщенной}$$

погрешности вычисления $\sin x$ с помощью $\sin n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `SIN` дает «точные» значения.

2.1.17.2. Задание 17.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода $[T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.17.3. Задание 17.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_E(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{aligned} 10x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 25 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 14 \end{aligned}$$

2) $\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 &= 10 \\ 6x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 8 \end{aligned}$

2.1.17.4. Задание 17.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $y = f(x)$ на интервале $[1.0; 1.9]$ описывается следующей таблицей.

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
y	0.73	0.75	0.88	0.81	0.94	0.87	1.10	1.13	1.11	1.18

2.1.17.5. Задание 17.5. Исследовать зависимость обобщенной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом левых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.17.6. Задание 17.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n(n+1)y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h уточненным методом Эйлера. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лежандра: $(P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x))$).

2.1.18. Вариант 18

2.1.18.1. Задание 18.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\cos n(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i x^{2i} / (2 \cdot i)!. \quad \text{Определить зависимость обобщенной}$$

погрешности вычисления $\cos x$ с помощью $\cos n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `COS` дает «точные» значения.

2.1.18.2. Задание 18.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином

Чебышева первого рода $[T_0(x)=1, T_1(x)=x, T_n(x)=2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом хорд при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.18.3. Задание 18.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Жордана-Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $cond_E(A)$. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$\begin{aligned} 10x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 25 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 &= 14 \end{aligned}$$

2) $\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 &= 10 \\ 6x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 8 \end{aligned}$

2.1.18.4. Задание 18.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $v = f(H)$ на интервале $[1290; 3300]$ описывается следующей таблицей.

H	1290	1560	2144	2810	3300
v	14	16	18	20	21

2.1.18.5. Задание 18.5. Исследовать зависимость обобщенной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом центральных прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.18.6. Задание 18.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $(1-x^2)y'' - xy' + n(n+1)y = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Рунге-Кутты. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лежандра: $(P_0(x)=1, P_1(x)=x, (n+1)P_{n+1}(x)=(2 \cdot n+1) \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x))$).

2.1.19. Вариант 19

2.1.19.1. Задание 19.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ϵ_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль,

позволяющую вычислять значения функции $\expn(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} x^i / i!$.

Определить зависимость обобщенной погрешности вычисления e^x с

помощью $\exp(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция EXP дает «точные» значения.

2.1.19.2. Задание 19.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода $[T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом касательных (Ньютона) при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.19.3. Задание 19.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом простых итераций. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_E(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax = b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i + j - 1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.19.4. Задание 19.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $\mu = f(H)$ на интервале $[1.164; 2.640]$ описывается следующей таблицей.

H	1.164	1.328	1.656	1.984	2.312	2.640
μ	0.413	0.414	0.412	0.408	0.401	0.398

2.1.19.5. Задание 19.5. Исследовать зависимость обобщенной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом правых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.19.6. Задание 19.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Рунге-Кутты. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лагерра:

$$(L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)).$$

2.1.20. Вариант 20

2.1.20.1. Задание 20.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\arctan n(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2i-1} / (2i-1), \quad |x| \leq 1.$$

Определить зависимость обобщенной погрешности вычисления $\arctan n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `ARCTAN` дает «точные» значения.

2.1.20.2. Задание 20.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $T_n(x) = 0$, где $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода [$T_0(x) = 1$, $T_1(x) = x$, $T_n(x) = 2 \cdot x \cdot T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$]. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.20.3. Задание 20.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса-Зейделя. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_E(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.20.4. Задание 20.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $v = f(F)$ на интервале $[1.1; 12.8]$ описывается следующей таблицей.

F	1.1	1.4	1.7	2.1	2.6	4.7	6.1	7.0	10.0	12.8
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

v	25.0	22.7	22.1	19.8	17.0	12.3	10.7	10.0	8.2	6.7
-----	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	-----

2.1.20.5. Задание 20.5. Исследовать зависимость обобщенной погрешности

вычисления $\int_0^\pi \sin x dx = 2$ методом трапеций от числа узловых точек.

2.1.20.6. Задание 20.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xu'' + (1-x)u' + nu = 0$, $n \in N_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_H; x_K]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лагерра: $(L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - nL_{n-1}(x))$).

2.1.21. Вариант 21

2.1.21.1. Задание 21.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\ln n 1(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^i / i, \quad -1 < x \leq 1. \quad \text{Определить зависимость}$$

обобщенной погрешности вычисления $\ln(1+x)$ с помощью $\ln n 1(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `LN` дает «точные» значения.

2.1.21.2. Задание 21.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра [$P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $(n+1)P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - nP_{n-1}(x)$]. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом дихотомии при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.21.3. Задание 21.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_E(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax=b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.21.4. Задание 21.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $s = f(t)$ на интервале $[1/30; 10/30]$ описывается следующей таблицей.

t	1/30	2/30	3/30	4/30	5/30	6/30	7/30	8/30	9/30	10/30
s	11.86	15.67	20.60	26.69	33.71	41.93	51.13	61.49	72.90	85.44

2.1.21.5. Задание 21.5. Исследовать зависимость обобщенной погрешности

вычисления $\int_0^\pi \sin x dx = 2$ методом Симпсона от числа узловых точек.

2.1.21.6. Задание 21.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Рунге-Кутты. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Лагерра: $(L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x, (n+1)L_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1 - x)L_n(x) - n \cdot L_{n-1}(x))$).

2.1.22. Вариант 22

2.1.22.1. Задание 22.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$$\operatorname{shn}(x, n) = \sum_{i=1}^n (x)^{2i-1} / (2i-1)!. \text{ Определить зависимость обобщенной}$$

погрешности вычисления $\operatorname{shx} = (e^x - e^{-x})/2$ с помощью $\operatorname{shn}(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция $(\operatorname{EXP}(x) - \operatorname{EXP}(-x))/2$ дает «точные» значения.

2.1.22.2. Задание 22.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра

$$[P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1)P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)].$$

Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом хорд при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.22.3. Задание 22.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Жордана-Гаусса. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\operatorname{cond}_E(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax = b$:

$$1) A = H_5 = [h_{ij}], h_{ij} = 1/(i + j - 1), 1 \leq i, j \leq 5, b_i = 1/i^5;$$

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

$$2) 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.22.4. Задание 22.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $r = f(c)$ на интервале $[9.1; 40.0]$ описывается следующей таблицей.

c	9.1	15.0	20.1	26.0	30.0	35.1	40.0
r	73.75	74.80	76.30	77.80	79.75	80.80	82.35

2.1.22.5. Задание 22.5. Исследовать зависимость обобщенной погрешности

вычисления $\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ методом Гаусса от числа узловых точек.

2.1.22.6. Задание 22.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + 2xy' + 2ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Рунге-Кутты. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от

x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Эрмита: $(H_0(x) = 1, H_1(x) = 2 \cdot x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x \cdot H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x))$).

2.1.23. Вариант 23

2.1.23.1. Задание 23.1. Экспериментальным путем определить X_0 , X_{∞} и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль,

позволяющую вычислять значения функции $\text{chn}(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} x^{2i} / (2i)!$.

Определить зависимость обобщенной погрешности вычисления $\text{chx} = (e^x + e^{-x})/2$ с помощью $\text{chn}(x, n)$ от x и n , полагая, что $(\text{EXP}(x) + \text{EXP}(-x))/2$ дает «точные» значения.

2.1.23.2. Задание 23.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра $[P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1) \cdot P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом касательных (Ньютона) при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.23.3. Задание 23.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом простых итераций. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_E(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax = b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i + j - 1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.23.4. Задание 23.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m

многочлена. Исходная функция $y = f(t)$ на интервале $[0; 100]$ описывается следующей таблицей.

t	0	4	10	15	21	29	36	51	68	75	100
y	66.7	71.0	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6	125.1	137.3	150.7

2.1.23.5. Задание 23.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 2.3925$ методом левых прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.23.6. Задание 23.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + 2xy' + 2ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_H) = y_H$, $y'(x_H) = y'_H$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Эйлера. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n, h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Эрмита: $(H_0(x) = 1, H_1(x) = 2 \cdot x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x \cdot H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x))$).

2.1.24. Вариант 24

2.1.24.1. Задание 24.1. Экспериментальным путем определить X_0, X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции

$\sin n(x, n) = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} x^{2 \cdot i - 1} / (2 \cdot i - 1)!$. Определить зависимость обобщенной погрешности вычисления $\sin x$ с помощью $\sin n(x, n)$ от x и n , полагая, что стандартная функция `SIN` дает «точные» значения.

2.1.24.2. Задание 24.2. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую решать уравнения $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ - полином Лежандра $[P_0(x) = 1, P_1(x) = x, (n+1) \cdot P_{n+1}(x) = (2 \cdot n + 1) \cdot x \cdot P_n(x) - n \cdot P_{n-1}(x)]$. Исследовать зависимости временных затрат поиска корня методом итераций при различных $n > 0$ в зависимости от допустимой обобщенной погрешности нахождения корня (при фиксированном интервале локализации корня).

2.1.24.3. Задание 24.3. Разработать программу на языке Паскаль для решения системы линейных алгебраических уравнений в области вещественных чисел методом Гаусса-Зейделя. Для решаемой системы найти оценку числа обусловленности $\text{cond}_E(A)$ и проверить выполнение условия сходимости. Решить следующие системы уравнений $Ax = b$:

1) $A = H_5 = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 1/(i + j - 1)$, $1 \leq i, j \leq 5$, $b_i = 1/i^5$;

$$10x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 25$$

$$5x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 14$$

2) $3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 10$

$$6x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 8$$

2.1.24.4. Задание 24.4. Разработать программу на языке Паскаль для построения аппроксимирующей функции методом наименьших квадратов в классе алгебраических многочленов степени m по заданной таблицей функции f на некотором интервале значений аргумента. Исследовать зависимость среднеквадратичного отклонения от степени m многочлена. Исходная функция $H = f(Q)$ на интервале $[14; 100]$ описывается следующей таблицей.

Q	14.0	20.0	35.3	45.0	53.8	62.0	68.3	75.2	82.0	89.0	100.0
H	3.05	4.90	10.4	15.3	20.1	25.4	29.8	34.6	40.0	45.2	50.6

2.1.24.5. Задание 24.5. Исследовать зависимость абсолютной погрешности

вычисления $\int_{-2}^2 e^{\frac{-x^2}{2}} dx = 2.3925$ методом центральных прямоугольников от числа узловых точек.

2.1.24.6. Задание 24.6. Разработать программу на языке Паскаль для численного решения задачи Коши $xy'' + 2xy' + 2ny = 0$, $n \in \mathbb{N}_0$;

$y(x_n) = y_n$, $y'(x_n) = y'_n$ на интервале $[x_n; x_k]$ с шагом h методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Исследовать зависимость обобщенной погрешности решения от x при различных n , h (зная, что при соответствующем выборе начальных условий точное решение описывается полиномом Эрмита:

$(H_0(x) = 1, H_1(x) = 2 \cdot x, H_{n+1}(x) = 2 \cdot x \cdot H_n(x) - 2 \cdot n \cdot H_{n-1}(x))$).

2.2. Рекомендации по выполнению заданий

Основное предназначение заданий контрольной работы 2 – проверка знаний студента в области основных методов вычислительной математики и особенностей их реализации в рамках языка программирования Паскаль. При выполнении контрольной работы 2 остаются справедливыми рекомендации к выполнению контрольной работы 1, а также следующие дополнительные рекомендации.

1. Переходить к исследованию свойств разработанных программ следует только после тщательного обоснования их корректности.
2. Предусматривать два варианта организации источников исходных данных: ввод исходных данных и генерация исходных данных.
3. Предусматривать контроль данных на каждом шаге многошагового вычислительного процесса.
4. Тщательно специфицировать свойства генераторов псевдослучайных данных.
5. Декомпозицию сложной задачи проводить иерархически до получения совокупности хорошо специфицированных и контролируемых подзадач.
6. Тексты разработанных программ и решения контрольных задач выносить в приложения. Число приложений должно соответствовать числу заданий контрольной работы (оно равно шести). Приложения должны идентифицировать начальными буквами алфавита языка, на котором выполнена работа (например, А, Б, В, Г, Д, Е).

7. В выводах отражать как характеризацию свойств исследуемой программы при нормальном режиме ее работы, так и возможное аномальное ее поведение при некоторых исходных данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания к выполнению контрольных работ по дисциплине «Информатика и системология» для студентов специальности 7.070801 «Экология и охрана окружающей среды» заочной формы обучения разрабатывались с учетом нескольких важных факторов. Список контрольных заданий формировался так, чтобы позволить надежно проверить знания студентов, полученные ими в основном при самостоятельном изучении дисциплины. Методические указания концентрировались на возможных путях повышения эффективности выполнения заданий.

Число вариантов контрольных заданий ориентировано на стандартную численность студенческой группы заочной формы обучения. В методических указаниях предусмотрены образцы выполнения заданий в рамках контрольных работ №1 и №2.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воробьева Г.Н. Практикум по вычислительной математике /Г.Н. Воробьева, А.Н. Данилова. – М.: Высш. школа, 1990. – 208 с.
2. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1984. – 320 с.
3. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
4. Воробьев Н. Н. Числа Фибоначчи /Н.Н. Воробьев. – М.: Наука. ГРФМЛ, 1969. – 112 с.

ОБРАЗЕЦ ОПИСАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

1. Задание 1.1

Разработать программу на языке Паскаль с использованием хотя бы одной подпрограммы-функции, позволяющей по заданному порядковому номеру n найти соответствующее число Фибоначчи fn . Вычисление числа Фибоначчи должно проводиться в классе линейных программ.

2. Основные теоретические положения

Числа Фибоначчи обычно описывают следующим образом: $u_1=u_2=1$, $u_i = u_{i-1} + u_{i-2}$ при $i>2$. По условию задания 1.1. непосредственно воспользоваться приведенным описанием чисел Фибоначчи не представляется возможным. Воспользуемся формулой Бинэ: $fn = u_n = \gamma(\alpha^n - \beta^n)$, где $\gamma = 1/\sqrt{5}$, $\alpha = (1+\sqrt{5})/2$, $\beta = (1-\sqrt{5})/2$. Имеем $\sqrt{5} \doteq 2.2361$, $\alpha \doteq 1.6180$, $\beta \doteq -0.6180$. При этих условиях $fn = u_n = \text{round}(\gamma \cdot \alpha^n) = \text{round}(\gamma \cdot e^m)$, где $m = n \cdot \ln \alpha$, $\ln \alpha \doteq 0.20898$.

Для вычисления числа Фибоначчи с порядковым номером $n>0$ используем подпрограмму-функцию $\text{Fibon}(n)$, тестирование которой будем проводить в рамках программы TesFibon . Для представления значений аргумента и функции $\text{Fibon}(n)$ используем тип integer , полагая, что будут использованы только положительные значения.

3. Спецификации программных компонентов

Спецификация TesFibon : организовать ввод значения $n>0$, вычислить fn с использованием $\text{Fibon}(n)$, вывести значение fn и организовать задержку вычислительного процесса.

Спецификация $\text{Fibon}(n)$: для заданного $n>0$ найти n -е число Фибоначчи u_n в рамках подпрограммы-функции языка Паскаль линейной структуры.

4. Описание алгоритмов программных компонент

Алгоритм TesFibon : ввод n ; $fn := \text{Fibon}(n)$; вывод fn ; задержка вычислительного процесса.

Алгоритм $\text{Fibon}(n)$: $\gamma = 1/\sqrt{5}$; $\alpha = (1+\sqrt{5})/2$; $m = n \ln \alpha$; ;

$\text{Fibon} := \text{round}(\gamma \cdot e^m)$.

5. Программа на языке Паскаль

```

Program TesFibon;
uses CRT;
CONST g=1/sqrt(5); a=(1+sqr(5))/2;
VAR n, fn: integer;
FUNCTION Fibon (n: integer):integer;
VAR m: real;
begin
m:=n*ln(a); Fibon:=round(g*exp(m))
end

```

```

; {Fibon}
begin
write ('n? '); readln(n); writeln ('n= ', n);
fn:=Fibon(n);
writeln ('fn= ', fn); writeln;
writeln ('Delay!!! '); readln
end
•{TesFibon}

```

6. Тесты

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fn	1	1	2	3	5	8	13	21	34

7. Результаты машинного эксперимента

n? 9

n=9

fn=34

Delay!!!

8. Выводы

Разработанная программа удовлетворяет спецификациям (для указанных тестов). Представляет интерес нахождение «реальной» области определения программы.

ОБРАЗЕЦ ОПИСАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №2

1. Задание 1.1

Экспериментальным путем определить X_0 , X_∞ и ε_M для типа данных `real`. Разработать программу на языке Паскаль, позволяющую вычислять значения функции $\exp(x, n) = \sum_{i=0}^{n-1} x^i / i!$. Определить зависимость абсолютной погрешности вычисления e^x с помощью $\exp(x, n)$ от n , полагая, что стандартная функция `EXP` дает «точные» значения.

2. Основные теоретические положения

Значения типа `real` представляют вещественные числа (точнее некоторое специальное подмножество рациональных чисел) с некоторой точностью, зависящей от формата внутреннего (машинного) представления числа. Формат машинного представления числа имеет следующий вид: $\langle s \rangle \langle e \rangle \langle m \rangle$, где s – знак числа, e – экспоненциальная часть, представляющая порядок числа в двоичной системе счисления, m – мантисса числа в двоичной системе счисления, представленная в нормализованной форме. Справедливы следующие оценки: $0.5 \leq |m| < 1$. Для представления порядка p используется $(l+1)$ двоичных цифр, поэтому $|p| = p_{\max} = 2^{l+1} - 1$. Таким образом для представимых в компьютере чисел x (кроме нуля) справедливы оценки $0 < x_0 \leq |x| < x_\infty$, где $x_0 = 2^{-(p_{\max}+1)}$, $x_\infty = 2^{p_{\max}}$. Под представление мантиссы используют t разрядов и при выполнении вычислений выполняется округление по дополнению. В этом случае граница относительной погрешности представления числа равна единице первого отброшенного разряда мантиссы, т.е. $\delta(x^*) = \varepsilon_M = 2^{-t}$. Числа $x > x_\infty$ не представимы в компьютере и могут рассматриваться как машинная бесконечность. Попытка получения такого числа приводит к аварийному завершению работы компьютера по переполнению. Числа x , для которых $|x| < X_0$ для компьютера не различимы и представляются как нуль (машинный нуль). Получение такого числа называют исчезновением порядка (или антипереполнением). Обычно при исчезновении порядка автоматически полагается $f(x)=0$ и вычисления продолжаются. Экспериментальным путем можно найти оценки X_0 , X_∞ и ε_M в соответствии с конструктивным определением связанных с ними понятий:

X_0 – минимальное (по модулю) число, уменьшение которого приводит к машинному нулю;

X_∞ – максимальное (по модулю) число, увеличение которого приводит к останову вычислений по переполнению;

ε_M – минимальное (по модулю) число ε , для которого $1 \oplus \varepsilon > 1$.

Общий метод нахождения X_0 , X_∞ и ε_M состоит в следующем.

1. Задается начальное значение $x_0 > 0$ искомой величины, которое заведомо не удовлетворяет конструктивным определениям соответствующих понятий (например, $x_0 = 1$); задается параметр $a > 1$ и вычисляется $d = 1 + a$.

При вычислении $\mathcal{E}_0$ и $\mathcal{E}_M$ текущее значение x уменьшается путем деления на d при выполнении условий $x > 0$ и $1 \oplus x > 1$ соответственно. Последнее представимое число, полученное в результате такого процесса и будет представлять соответствующую оценку.

При вычислении $\mathcal{E}_\infty$ текущее значение x увеличивается путем d умножения на при выполнении условия $x > 0$. Процесс завершится по переполнению. Последнее представимое число, полученное в результате такого процесса будет представлять соответствующую оценку. Эксперименты можно проводить при различных x_0 и a и окончательно выбирать «лучшие» оценки. При организации вычисления значений функции $\text{expn}(x, n)$ целесообразно воспользоваться схемой: 1) начальные условия: $s := 0$; $a := 1$; 2) тело цикла: $s := s + a$; $a := a * x / i$.

3. Результаты машинного эксперимента

При $x = 0.9$ $e^x = 2.459603$ зависимость абсолютной погрешности D вычисления e^x при изменении n от 1 до 11 характеризуется следующими экспериментальными результатами.

n	$\text{expn}(x, n)$	D
1	1.0 0 0 0 0 0	1. 4 5 9 6 0 3
2	1.9 0 0 0 0 0	1. 5 5 9 6 0 3
3	2.3 0 5 0 0 0	1. 1 5 4 6 0 3
4	2.4 2 6 5 0 0	0. 0 3 3 1 0 3
5	2.4 5 3 8 3 8	0. 0 0 5 7 6 6
8	2.4 5 9 5 9 1	0. 0 0 0 0 1 2
11	2.4 5 9 6 0 3	0. 0 0 0 0 0 0

При $x_0 = 1$ и $a = 1$ получены следующие оценки $\mathcal{E}_0$, $\mathcal{E}_M$ и $\mathcal{E}_\infty$:
 $\mathcal{E}_0 = 2.9387358771\text{E}-39$, $\mathcal{E}_M = 4.5474735089\text{E}-13$, $\mathcal{E}_\infty = 8.5070591730\text{E}+37$.

4. Выводы

Экспериментальным путем найдены оценки: $X_0 \approx 2.9 \cdot 10^{-39}$, $\varepsilon_M \approx 4.5 \cdot 10^{-13}$ и $X_\infty \approx 8.5 \cdot 10^{37}$, что согласуется с 6-ти байтовым представлением числа типа `real`. Предельно возможная относительная погрешность вычислений в рамках типа `real` оценивается величиной $O(10^{-13})$. При вычислении функции e^x при значении аргумента $x = 0.9$ с абсолютной погрешностью $O(10^{-6})$ достаточно ограничиться значением параметра $n = 11$.

Заказ № _____ от « _____ » _____ 2009
Изд-во СевНТУ

Тираж 50 экз.