

УДК 539.3

А.И. Бохонский,**Л.В. Барашова***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***РЕЗОНАНСЫ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ**

Исследовано динамическое поведение упругопластической системы в резонансных режимах (на упругом этапе деформирования). Характер движения системы при обычном и параметрическом резонансах сопоставляется с поведением линейной упругодеформируемой системы (без пластической стадии деформирования).

Основы общей теории колебаний и её приложения к решению технических задач изложены в классическом труде [1]. Теории колебаний преимущественно линейных систем посвящено, например, учебное пособие [2], в котором на достаточно простых примерах иллюстрируются возможности современной теории колебаний механических систем. Наиболее общие сведения о нелинейных механических колебаниях даны, например, в [3], но системы гистерезисного типа в этой работе не рассматриваются.

Исследованию упругопластических систем с приложениями к сейсмостойкому строительству посвящены, например, работы [4-6], в которых не только выявлены новые динамические свойства таких систем, но и даны приложения к расчетам плоских рам, испытывающих горизонтальные и вертикальные составляющие интенсивного сейсмического воздействия в условиях развития пластических деформаций в местах максимальных внутренних усилий.

Целью исследований является анализ колебаний упругопластической системы в резонансных режимах (при обычном и параметрическом резонансах).

Для систем такого класса обычно используются численные методы интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений с реализацией условий воспроизведения петли гистерезиса. При нелинейности гистерезисного типа, к сожалению, не удалось использовать стандартную программу численного интегрирования уравнения движения. Поэтому на языке Maple написана специальная программа, реализующая метод Рунге-Кутты IV-го порядка.

Анализируется решение нелинейного дифференциального уравнения движения

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{m}Q(x) = A \sin pt, \quad (1)$$

где m – масса объекта; $Q(x)$ – нелинейная восстанавливающая сила. В каждом j -м шаге численного интегрирования уравнения вычислялась сила

$$Q_j = Q_{j-1} + c(x_j - x_{j-1}),$$

где Q_{j-1} – восстанавливающая сила на $j-1$ -м этапе; c – коэффициент жесткости на упругом участке диаграммы деформирования; x_j , x_{j-1} – перемещения объекта на соответствующих шагах интегрирования. Проверяются условия: если $Q \leq -Q_T$, то $Q = -Q_T$; если $Q \geq +Q_T$, то $Q = +Q_T$, где Q_T – пластическое сопротивление.

В уравнении движения принято: A – амплитудное значение гармонического воздействия; p – частота воздействия. Обычный резонанс в этой системе на упругом участке наступает при $k = p$, где $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$. Численное интегрирование уравнения (1) осуществлялось при нулевых начальных условиях

для следующих исходных данных: $m = 4000$ кг; $c = 8 \cdot 10^5$ Н/м; $Q_T = 8000$ Н; $A = 9$ м/с².

На рисунке 1 изображена схема переносного движения (вдоль осей X и Y) перевернутого маятника с образованием упругопластического шарнира в точке O₁. Дифференциальное уравнение относительного движения (уравнение вращения) имеет вид:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -M(\varphi) + m(g + \ddot{y}_e)L \sin \varphi - m\ddot{x}_e L \cos \varphi. \quad (2)$$

Здесь $J = m \cdot L^2$ – момент инерции сосредоточенной массы (при этом стержень невесомый); m – сосредоточенная масса; L – длина стержня; φ – угол поворота; $M(\varphi)$ – упругопластический момент в точке O_1 ; $\ddot{y}_e$ – вертикальное ускорение сосредоточенной массы в связи с переносным движением; $\ddot{x}_e$ – горизонтальное ускорение переносного движения.

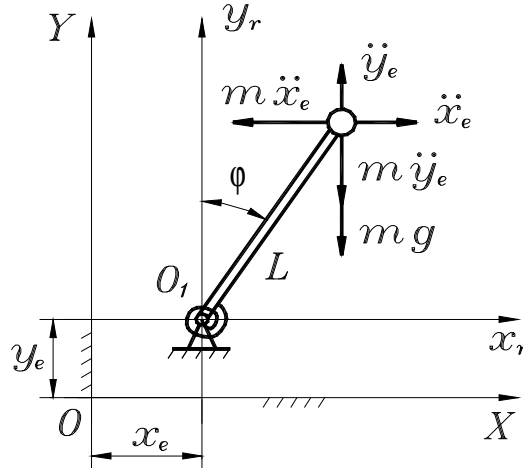


Рисунок 1 – Схема движения системы с одной степенью свободы с упругопластическим шарниром в точке O_1

Если относительные перемещения малы, т.е. $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\cos \varphi \approx 1$, то уравнение (2) запишется таким образом:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{1}{mL^2} M(\varphi) + \frac{(g + \ddot{y}_e)}{L} \varphi - \frac{\ddot{x}_e}{L}.$$

При замене $\varphi \approx x/L$ данное уравнение преобразуется к виду

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{m} Q(x) - \left(\frac{g + \ddot{y}_e}{L} \right) x = -\ddot{x}_e,$$

где $Q(x)$ – сила, которая отражает упругопластическое деформирование.

Из рисунка 2 следует, что с течением времени в упругопластической системе наблюдаются устойчивые колебания около нового положения равновесия, причем перемещение и скорость в несколько раз меньше, чем в линейной системе.

Интересно сравнить величины максимальных перемещений, скоростей и ускорений, возникающих в разных системах в резонансном режиме за конечное время движения (общее время движения $T=7$ с; коэффициент затухания $n=0,2 \text{ с}^{-1}$). В упругопластической системе с учетом линейно-вязкого сопротивления: $x_m = 0,1 \text{ м}$; $V_m = 0,605 \text{ м/с}$; $a_m = 9,341 \text{ м/с}^2$. В той же системе без учета линейно-вязкого сопротивления получаем: $x_m = 0,288 \text{ м}$; $V_m = 0,965 \text{ м/с}$; $a_m = 11,00 \text{ м/с}^2$. В линейной с учетом линейно-вязкого сопротивления $x_m = 0,479 \text{ м}$; $V_m = 6,780 \text{ м/с}$; $a_m = 95,8 \text{ м/с}^2$. В той же без учета линейно-вязкого сопротивления имеем: $x_m = 2,616 \text{ м}$; $V_m = 37,705 \text{ м/с}$; $a_m = 523,333 \text{ м/с}^2$.

Из этого следует, что объект, прикрепленный к движущемуся основанию упругопластическими связями, обладает неоспоримым преимуществом в сравнении с таким же объектом, который крепится чисто упругими связями.

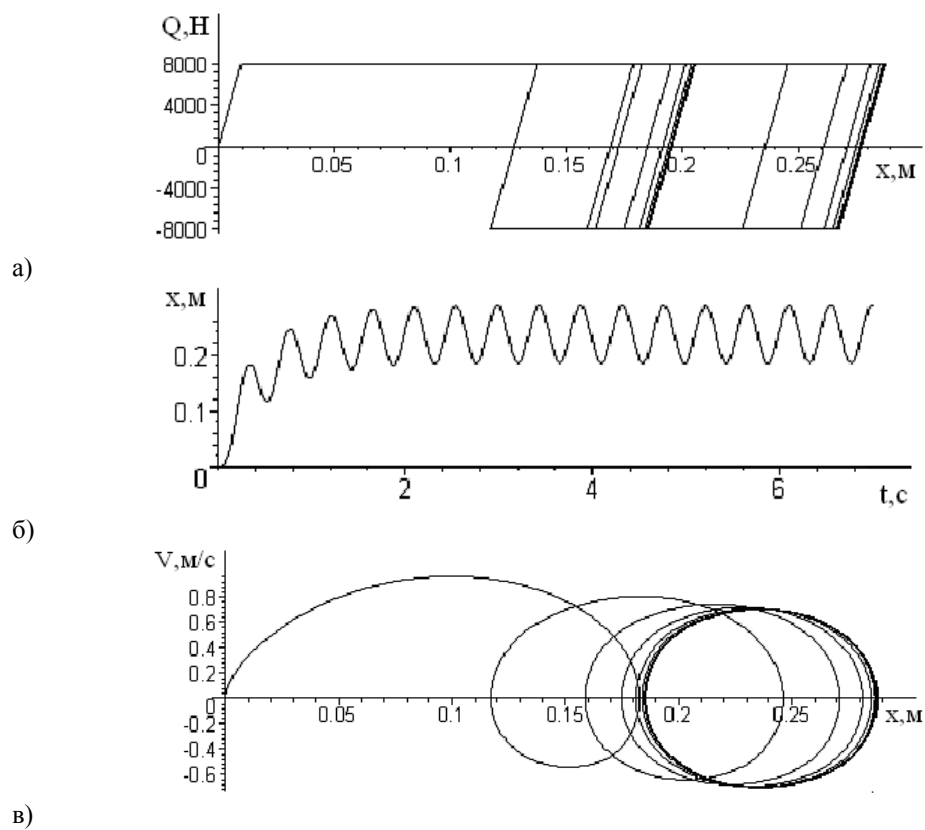


Рисунок 2 – Резонанс в упругопластической системе без учета линейно-вязкого сопротивления: а) график $Q=Q(x)$; б) график $x=x(t)$; в) график $V=V(x)$

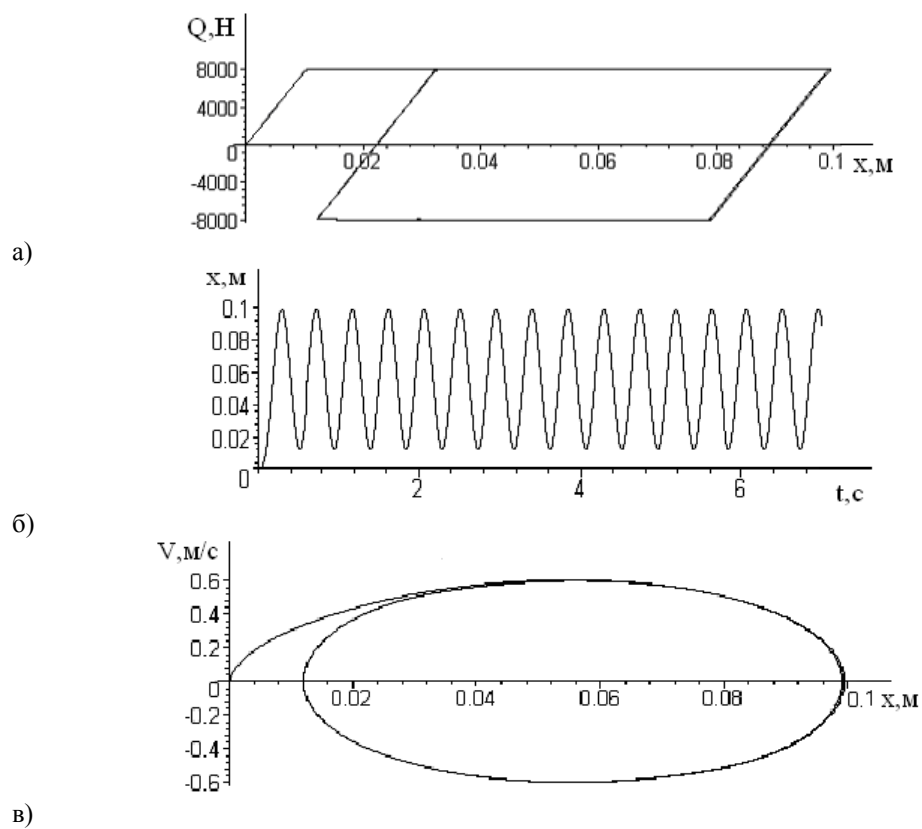


Рисунок 3 – Резонанс в упругопластической системе с учетом линейно-вязкого сопротивления: а) график $Q=Q(x)$; б) график $x=x(t)$; в) график $V=V(x)$

Выводы

Параметрическое резонансное возбуждение колебаний в линейной и упругопластической системах может приводить не только к раскачке системы, но и к снижению уровня колебаний, возникающих при обычном резонансе. На возможность такого гашения колебаний обращено внимание, например, в [7].

При обычном резонансе в линейной системе происходит более интенсивная раскачка по сравнению с параметрическим резонансом в этой системе. На заданном конечном временном интервале движения линейной системы ускорение при обычном резонансе на порядок и более может превосходить максимальное ускорение, возникающее на этом же промежутке времени при параметрическом резонансе.

Упругопластическая система при резонансе (на упругом участке деформирования) асимптотически устойчива, установившиеся колебания происходят около некоторого нового положения равновесия. В упругопластической системе, по сравнению с линейно - вязкой, ускорения в несколько раз меньше, чем в линейной.

Если в линейной системе не учитывать вязкое сопротивление, то в ней за конечное время достигается ускорение, которое в десятки раз превосходит максимальное ускорение установившегося движения упругопластической системы. При учете линейно-вязкого сопротивления в упругопластической системе в резонансном режиме уже за один цикл колебаний достигается устойчивое движение около нового положения равновесия.

Результаты исследований предполагается использовать при моделировании динамического поведения самоподъемной буровой установки в случае сочетания сложных интенсивных динамических воздействий, которые приводят к возникновению пластических деформаций стоек — в местах максимальных внутренних усилий, что и составит перспективу дальнейших исследований.

Библиографический список

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. — М.: Наука, 1967. — 444 с.
2. Василенко Н.В. Теория колебаний: учеб. пособие / Н.В. Василенко. — К.: Выща шк., 1992. — 430 с.
3. Вибрации в технике: справочник. В 6-ти т. Т. 2. Колебания механических систем / И.И. Блехман [и др.]. — М.: Машиностроение, 1979. — 351 с.
4. Бохонский А.И. Деформации упругопластической системы при сейсмическом воздействии / А.И. Бохонский // Сопротивление материалов и теория сооружений: респ. межвед. науч.-техн. сб. — 1975. — Вып. XXV. — С. 77–81.
5. Бохонский А.И. Деформации упругопластической системы при учете горизонтальной и вертикальной составляющих сейсмического воздействия / А.И. Бохонский // Сейсмическое строительство. Отечественный и зарубежный опыт: реферативный сборник. — 1974. — Вып. 5. — С. 46–49.
6. Бохонский А.И. Модели упругопластического деформирования стержней / А.И. Бохонский, А.В. Исаев // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь, 2007. — Вып. 80. — С. 15–19.
7. Бохонский А.И. Управляемое гашение изгибных колебаний стержня / А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь, 1998. — Вып. 15. — С. 12–16.

Поступила в редакцию 2.11.2007 г.