

**Министерство образования
и науки Украины**

Севастопольский национальный технический университет



ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ
Методические указания

для выполнения практических и контрольных работ
по дисциплине “Теория конечных автоматов и графов”

для студентов специальности 7.080401

“Информационные управляющие системы и технологии”
всех форм обучения

**Севастополь
2005**



УДК 004.92

Элементы теории конечных автоматов. Методические указания для выполнения практических и контрольных работ по дисциплине “Теория конечных автоматов и графов” для студентов специальности 7.080401 "Информационные управляющие системы и технологии" /Сост. Ю.В. Доронина. - Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005.-24 с.

Цель методических указаний: выработка у учащихся практических навыков по проектированию и анализу технических устройств на базе модели конечных автоматов.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры Информационных Систем.

Протокол № 32 от 15 декабря 2004 г.

Рецензент: доцент кафедры ПЭОТ канд.техн.наук., Г.В. Тараненко

Допущено учебно-методическим центром в качестве методических указаний.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Язык регулярных выражений.....	5
2. Переход от регулярных выражений к таблице переходов и выходов дискретного автомата.....	7
Библиографический список.....	12
Приложение А. Варианты заданий. Разметка мест регулярного выражения и построение ТПиВ.....	13
Приложение Б. Варианты заданий. Минимизация ТПиВ.....	19

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании ЭВМ и ВС значительное внимание уделяется выбору операционных блоков АЛУ для реализации заданных арифметических и логических операций.

Преобразование информации в ЭВМ производится электронными схемами двух типов: комбинационными схемами и цифровыми автоматами (накапливающимися или последовательными схемами).

В цифровых автоматах (ЦА) в отличие от КС результат преобразования информации зависит не только от значений сигналов, поданных на входы в данный момент времени. Но и от последовательности предыдущих состояний входов и выходов, т.е. внутренних состояний схемы.

Для фиксации внутренних состояний ЦА должен содержать элементы памяти. Поэтому под ЦА понимают комбинационное устройство с памятью, называемое автоматом с памятью или полным автоматом.

Они используются для построения триггерных устройств регистров, счетчиков, распределителей импульсов и др.

По зависимости выходного сигнала от входного, все электронные схемы разделяют на автоматы Мили и Мура, которые первыми их исследовали. К автоматам Мили относятся комбинационные схемы, к автоматам Мура - цифровые автоматы.

ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ — раздел теории управляющих систем, изучающий математические модели преобразователей дискретной информации, называемые автоматами.

Таким образом, настоящие методические указания помогают учащимся обратить внимание на ключевые моменты структурной теории цифровых автоматов.

1. ЯЗЫК РЕГУЛЯРНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

Язык регулярных выражений используется для описания последовательностных автоматов, когда удобно небольшим числом регулярных выражений можно описать все возможные входные последовательности ДА. Это возможно когда:

- а) таких последовательностей немного (конечное число),
- б) каким-либо образом похожи последовательности (их можно описать математически).

1.1. Определение алгебры регулярных событий

Пусть $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ некоторый входной алфавит и x_i его символ.

Например: $\{0,1\}$ соответствует $\{x_0, x_1\}$; $\{00,01,10,11\} \Rightarrow \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ входной алфавит рассматривается как буква алфавита.

Считаем, что время дискретно. **Слово** понимаем как последовательность символов. Совокупность последовательности символов, вызывающее одинаковую реакцию ДА называется **событием**. Реакции ДА тоже описываются выходными словами в алфавите.

Пусть выходной алфавит описан как $y = \{e, y_1, \dots, y_n\}$, где e – пустое событие, $y_1, \dots, y_n$ – различные события. Для регулярных выражений рассматривают три операции: дизъюнкция, конкатенация (последовательное соединение) и итерации.

Дизъюнкция двух событий определяется объединением множеств слов, составляющих эти события (приведение подобных).

Конкатенация – последовательное соединение 2-х событий – определяется операцией произведения множеств слов, составляющих эти события, т.е. составлением различных последовательностей слов, составляющих эти события, первое из которых берется из 1-е множества, 2-е – из второго множества.

Законы алгебры регулярных событий

2. Коммутативность $\vee$: $S_1 \vee S_2 = S_2 \vee S_1$
3. Ассоциативность $\vee$: $S_1 \vee (S_2 \vee S_3) = (S_2 \vee S_1) \vee S_3$
4. Ассоциативность $\|$: $S_1(S_2 S_3) = (S_2 S_1) S_3$, $S_2 S_1 \neq S_1 S_2$
5. Дистрибутивность: $S_1(S_2 \vee S_3) = S_1 S_2 \vee S_1 S_3$
 $(S_1 \vee S_2) S_3 = S_1 S_3 \vee S_2 S_3$
6. Идемпотентность: $\{ \}$ $\{\{S\}\} = \{S\}$
6. Развертывание итерации: $\{S\} = e \vee S \{S\}$
7. Коммутативность $\|$ и $\{ \}$: $S \{S\} = \{S\} S$
8. Поглощение $\{ \}$ и $\vee$: $\{S\} \vee S = \{S\}$
9. $\{e\} = e$, $e \cdot S = S \cdot e = S$

1.3. Характерные примеры регулярных выражений

- 1) Четное число единиц: $\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\{x_0\}\} \vee \{x_0\}$
- 2) Нечетное число единиц: $\{x_0\}x_1(\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\{x_0\}\} \vee \{x_0\})$
- 3) Всеобщее событие (любые комбинации): $\{x_0 \vee x_1\}; \quad \{x_0 \vee x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n\}$
- 4) Всеобщее событие, заканчивающееся словом p : $\{x_0 \vee x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n\}p$
- 5) Всеобщее событие, имеющее в начале или середине слово p : S_1pS_2
- 6) Событие, содержащее одну букву: $x_0 \vee x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n$
- 7) Двухбуквенное событие: $\{(x_0 \vee x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n)(x_0 \vee \dots \vee x_n)(x_0 \vee \dots \vee x_n)\}$

1.4. Пример построения регулярного выражения

Рассмотрим модель «Секретный замок». Формулируем условие запуска (ключевая последовательность). Пусть она состоит из обязательных частей :

- Внимание, кодируется как 11100
- Пароль, кодируется 110110
- Пуск, кодируется характерным выражением – нечетное число единиц.

После каждой части может быть промежуток времени (или сколько угодно нулей). Для пуска выбрана любая последовательность из четного числа единиц, заканчивающаяся тремя последовательно идущим единицами. Необходимо записать условие запуска секретного замка.

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0 \vee x_1\}x_1x_1x_1x_0x_0\{x_0\}x_1x_1x_0x_1x_1x_0\{x_0\}x_1\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\{x_0\}\}x_1x_1x_1$$

Для предотвращения «заклинивая» замка при случайных нажатиях перед вводом запускающей последовательности, в начале регулярного выражения записывается всеобщее событие.

1.5. Пример анализа регулярного выражения (модель «секретный замок»)

Пусть задано регулярное выражение – некоторая открывающая последовательность для модели «секретный замок». Необходимо его проанализировать, расшифровать с описанием возможных вариантов и особенностей (если таковые имеются), указать по какому символу открывается замок. Ограничение: простые последовательности символов рассматриваются как единые группы (из-за возможности получить сколь угодно большое количество вариантов).

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1\}x_1x_0x_0\{x_0\}x_1x_1x_0x_1x_1x_0\{x_0\}\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\}\{x_1\}$$

Для анализа представленного регулярного выражения необходимо базироваться на принципах построения запускающей последовательности секретного замка: обязательном наличии трех составных частей (внимание, пароль, пуск). Разделителями предполагаемых

частей выступают так называемым «паузы»- последовательности нулей $\{x_0\}$. Относительно «пауз» отмечаем предполагаемые группы.

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1\}x_1x_0x_0\{x_0\}x_1x_1x_0x_1x_1x_0\{x_0\}\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\}\{x_1\}$$

Группа 1
Группа 2
Группа 3
Предполагаемые: «Внимание» «Пароль» «Пуск»

1. В начале выражения отсутствует всеобщее событие, что может полечь некорректную работу замка.
2. Группа 1 «внимания» состоит из двух предполагаемых частей: любого числа единиц и последовательности «100».
3. В Группе 3 «пуск» присутствует характерное выражение для четного числа единиц (усеченная) $\{\{x_0\}x_1\{x_0\}\underline{x_1}\}$. Полное выражение: $\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\{x_0\}\}$
4. Открытие осуществляется: а) по любому количеству единиц, т.к в конце выражения стоит итерация единицы $\{x_1\}$.
 б) т.к. $\{x_1\} = e \vee x_1\{x_1\}$, то итерационная скобка в некотором случае может быть равна пустому событию, а значит, замок может открыться по четному числу единиц $\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\}$, либо опять же, при вырождении итерационной скобки в «е» (пустое событие), замок открывается по нулю (последнему символу «пароля»).

2. ПЕРЕХОД ОТ РЕГУЛЯРНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ К ТАБЛИЦЕ ПЕРЕХОДОВ И ВЫХОДОВ ДИСКРЕТНОГО АВТОМАТА

2.1. Общие определения

Автомат находится в состоянии S_0 , он перейдет в состояние S_1 под воздействием некоторого входного символа. В связи с этим следует рассматривать некоторые места регулярного выражения перед символом и после.

Назовем **местами** регулярного выражения места перед символами, после них, после скобок. Вводится одно общее – **начальное** место для системы регулярных выражений. В каждом регулярном выражении вводится **конечное** - одно место после регулярного выражения. Некоторые места могут совпадать.

Все места разобьем на 2 класса – **основные и предосновные**.

Основные – **места, находящиеся после символа, начальные и конечные**.

Предосновные- места, находящиеся перед символом.

Основные места будем нумеровать от 0,1,2... При этом, 0- начальное место. Основные места отметим непосредственно под регулярным выражением.

$$S = (x_1 \vee x_2)x_1\{x_1\}x_2$$

0	1		2	3	4	5
	0	0	1	3	3	
	5	5	2	4	4	

Примечание - Вертикальные линии ведут от X_i . Индексы, отмечающие символ в скобках, следует располагать за скобками. Следует обратить внимание на то, что индексы располагаются не друг под другом: предосновные места смещены относительно основных.

2.2. Правила подчиненности мест

- 1) Индекс места перед скобками распространяется на все начальные места дизъюнктивных членов, стоящих в скобках.
- 2) Индекс конечного места любого дизъюнктивного члена в скобках распространяется на место, стоящее непосредственно после скобок.
- 3) Индекс места перед итерацией $()$ распространяется сразу же на место после эти же скобок, а все индексы мест, распространяются после итерационных скобок, распространяются на начальные места дизъюнктивных членов внутри этих скобок.
- 4) Индексы мест, слева и справа от которых стоит символ, распространяются только на эти места.
- 5) Индексы конечных мест распространяются на те же места, что индексы начального места.

2.3. Алгоритм построения ТПиВ

- 1) Рисуется начальное состояние автомата и столько строк, сколько различных символов в заданном автомате.
- 2) Смотрим на все предосновные места, в которые входит хотя бы один из индексов, сопоставленные рассматриваемому столбцу таблицы переходов и выходов и для очередного элемента столбца записывается дизъюнкция индексов основных мест, в которые можно перейти из предосновных мест под воздействием символа, соответствующего строке таблицы. Если в таблице уже есть состояния, помеченные $\vee$ -цией полученных индексов основных мест, то новое состояние не вводится. Противном случае – вводится новое состояние.
- 3) Состояние, которое помечено $\vee$ -цией основных мест, ни одно из которых не является конечным, сопоставляется пустому событию.
- 4) Состояния, $\vee$ -цию которых входят конечные места (хотя бы одно) сопоставляется именам событий, соответствующих этим конечным местам.
- 5) По событиям, сопоставленным каждому состоянию вычисляется значение выходных функций автомата, кодирующих это состояние. В простейшем случае пустим событиям соответствует нулевое значение этих функций, а $\vee$ -ции событий соответствуют набору, в котором 1-значение принимают функции, состояния которых поставлены в соответствие.

$$S = (x_1 \vee x_2)x_1 \{x_1\}x_2$$

0	1	2	3	4	5
0	0	1	3	3	
5	5	2	4	4	

По рассмотренному выше выражению и алгоритму можно построить ТПиВ:

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
x_1	S1	S3	S3	S4	S4	S1
x_2	S2	S0	S0	S5	S5	S2
x	e_0	e_0	e_0	e_0	e_0	y_1

Закодируем x_1 и x_2 переменной x . Нуля после $\vee$ -ции x_2 быть не может, поскольку такой последовательности автомат не воспринимает, а значит, будет находиться в начальном состоянии. Из конечного состояния автомат переходит в те же состояния, что и из начального, и этим достигается возможность его циклической работы. Следует учесть, что выходные сигналы в начальном и конечном состояниях различны.

2.4. Минимизация таблицы переходов и выходов(ТПиВ) (Минимизация числа состояний конечного автомата)

Дискретные автоматы эквивалентны, если, начиная с состояния S_0 , при любой последовательности они работают одинаково.

Задача минимизации – задача уменьшения числа состояний автомата.

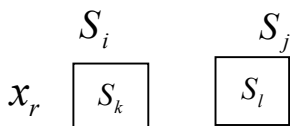
Для полностью определенного автомата эта задача решается однозначно (т.е. существует только один автомат с минимальным числом состояний).

Si		Sj	Sv
Si	...	Sj	Sv
Sj	...	Si	Sn
x	...	x	Sf
Sl	...	Si	Sw
Yi		Yj	Yv

$S_i \rightarrow S_v$ – несовместимы, если S_l и S_w неэквивалентны. При условии, что $Y_i=Y_v$. Состояния $S_i \rightarrow S_j$ совместимы (если $Y_i=Y_j$).

Эти свойства приводят к тому, что при минимизации мы можем получить различное число тупиковых решений. Обычно задачи минимизации решаются методом перебора.

Если состояния S_i и S_j не являются неэквивалентными, то для проверки их эквивалентности необходимо проверить эквивалентность следующих состояний S_k и S_l , в которые автомат переходит под воздействием одного и того же сигнала x_r . Тогда говорят, что состояния S_i и S_j влекут на проверку эквивалентности состояний S_k и S_l . $S_{ij} \rightarrow S_{kl}$.



Состояния S_i и S_j могут повлечь несколько влекомых пар, соответствующих разным входным наборам.

Влекомые пары могут снова создавать влекомые пары. Таким образом, получается дерево влекомых пар. Если получается влекомая пара, которая уже есть, то ее не записывают.

Если какая-нибудь влекомая пара неэквивалентна, то можно объявить неэквивалентными все влекомые пары по соответствующей цепочке влекомых пар.

Если новых влекомых пар не появилось, нет неэквивалентных пар, то все пары в этом дереве эквивалентны, кроме того, эквивалентны пары, которые могут быть получены с помощью свойства транзитивности. $S_{ji} \rightarrow S_{jk} \Rightarrow S_{ik}$

2.5. Алгоритм минимизации

- 1) Строится матрица отношения эквивалентностей. Столбцы сопоставляются $S_1, \dots, S_l$, строки - $S_0, \dots, S_{l-1}$ и рисуется первая половина этой матрицы.
- 2) В матрицу вносятся 0 (нули) в те элементы, которые тождественно неэквивалентны и 1 (единицы) – в элементы, которые эквивалентны. Остальные остаются незаполненными.
- 3) Выбирается очередной незаполненный элемент $S_0 S_2$ (или $S_2 S_0$) и строится дерево влекомых пар. Если появляется невлекомая пара, то вся цепочка – неэквивалентна.
- 4) Если таблица полностью заполнена – переход к п.5, иначе п.3.
- 5) Из матрицы выписываются совокупности эквивалентных состояний следующим образом: берется очередная не вычеркнутая строка матрицы, и выписываются состояния, которые есть в этой строке и где есть единицы. Далее смотрят, вошло ли S_l в какую либо группу. Если нет, то формируют новую отдельную совокупность, и процесс закончен.

ПРИМЕР 1

	S0	S1	S2	S3
S0	S0	S0	S0	S3
S1	S1	S1	S1	S3
S2	S2	S2	S2	S0
S2	S2	S2	S3	S0
	1	0	1	1

S1	S2	S3
<u>0</u>		
	<u>0</u>	<u>0</u>

S0
S1
S2

Определяют априорно (изначально несовместимые состояния. Анализ априорно несовместимых состояний производится по выходным сигналам). Чтобы отличить априорно несовместимые состояния, они либо подчеркиваются, либо отмечаются другим знаком.

ПРИМЕР 2

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S0	S1	S6	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S1	S8	S8	S7	S0	S0	S7	S0
S2	S3	S3	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S1	S7	S3	S2	S3	S3	S3	S3
	0	0	1	1	0	1	1	0	1

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
0	<u>0</u>	<u>0</u>	0	<u>0</u>	<u>0</u>	0	<u>0</u>
	<u>0</u>	<u>0</u>	1	<u>0</u>	<u>0</u>	1	<u>0</u>
		1	<u>0</u>	0	0	<u>0</u>	0
			<u>0</u>	0	0	<u>0</u>	0
			<u>0</u>	<u>0</u>	1	<u>0</u>	
				1	<u>0</u>	1	
					<u>0</u>	1	
						<u>0</u>	

S0
S1
S2
S3
S4
S5
S6
S7

$H_3 \leftarrow H_3$

$S_0 S_1 \rightarrow S_0 S_2, S_0 S_4 \rightarrow S_0 S_4$

←

$$\begin{array}{l}
 \leftarrow \\
 S_0 S_7 \rightarrow S_0 S_3, \quad S_1 S_4 \rightarrow S_1 S_7, \\
 \text{Нэ} \leftarrow \text{Нэ} \\
 \text{нэ} \quad S_2 S_3 \rightarrow S_5 S_6, \\
 S_2 S_5 \rightarrow S_5 S_6 \quad \text{нэ} \\
 \searrow \\
 S_0 S_8, \quad S_2 S_6 \rightarrow S_0 S_8, \quad S_3 S_5 \rightarrow S_0 S_8, \quad S_3 S_6 \rightarrow S_0 S_8 \\
 \text{нэ} \quad \text{нэ} \\
 S_3 S_8 \rightarrow S_5 S_8 \\
 \searrow \\
 S_0 S_8
 \end{array}$$

и т.п. Аналогично проверяются на совместимость все состояния (то есть заполняются все строки треугольной матрицы).

Класс эквивалентности $\{S_0\}, \{S_1 S_4 S_7\}, \{S_2 S_3\}, \{S_5 S_6 S_8\}$

4 состояния $S_0 \quad S_I \quad S_{II} \quad S_{III}$

Для построения новой минимизированной таблицы необходимо сопоставить каждому множеству эквивалентных состояний новое состояние. Состояние S_I - берется любое состояние, например, S_I .

2.6. Алгоритм построения минимизированной таблицы

- 1) Полученные при преобразовании классы эквивалентности обозначаются новыми состояниями (для удобства римскими цифрами – не забывать иначе обозначать начальное состояние!).
- 2) Строится таблица, число строк которой равно числу строк исходной таблицы, а число столбцов – количеству полученных состояний. Если есть еще незаполненный столбец, то берется одно из состояний, относящихся к классу эквивалентности данного нового состояния и заполняется столбец по старой таблице переходов и выходов, осуществляя замену старых состояний на новые, к классу которого относится старое состояние.
- 3) Выходные функции сохраняются. Снова п.2. Если все столбцы заполнены, то процедура заканчивается.

	S_0	S_I	S_{II}	S_{III}
S_0	S_0	S_I	S_{III}	S_{III}
S_I	S_I	S_I	S_{III}	S_{III}
S_{II}	S_{II}	S_{II}	S_I	S_I
S_0	S_0	S_{II}	S_I	S_I
	0	0	1	1

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Биркгоф Г. Современная прикладная алгебра /Г. Биркгоф, Т. Барти. - М.: Мир, 1984.-400 с.
2. Горбатов В.А. Основы дискретной математики/В.А. Горбатов.- М.: Высш.шк., 1986.-311 с.
3. Миловзоров В.П. Элементы информационных систем/В.П. Миловзоров. - М.: Высш. шк., 1989.-440 с.
4. Рейуорд-Смит В.Дж. Теория формальных языков. Вводный курс/В.Дж. Рейуорд-Смит. - М.:Мир, 1988.- 128 с.
5. Кузнецов О.П., Дискретная математика для инженера/ О.П.Кузнецов, Г.М.Адельсон-Вельский.-М:Радио и связь. -1988.-230 с.
6. Кормен Т. Алгоритмы: построение и анализ/Т. Кормен,Ч. Лейзерсон, Р. Ривест - М.:МЦНМО, 1999. - 960с., 263 ил.
7. Свами М. Графы, сети и алгоритмы./ М.Свами, К. Тхуласираман. - М.: Мир, 1984 . - 455 с

ПРИЛОЖЕНИЕ А.**Варианты заданий**

Разметка мест регулярного выражения и построение ТПиВ

Вариант 1

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0 \vee x_1\}x_1x_1x_0x_0\{x_0\}x_1x_1x_0x_1x_1x_0\{x_0\}x_1x_1x_1x_0px_1x_1x_0$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = \{x_2 \vee x_1x_2 \vee x_1x_1x_2\}x_1x_1x_1\{x_1\}x_2$$

Вариант 2

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0\}x_1x_1x_1x_0x_1x_0x_1\{x_0\}x_1x_0x_1x_1x_0x_1x_0x_0\{x_0\}\{x_1 \vee x_0\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = (x_2 \vee x_1x_2 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_2\{x_1\}x_1$$

Вариант 3

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0\}x_1x_1x_1x_0x_1\{x_0\}x_1x_0x_1x_0x_0\{x_0\}\{x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = x_2(x_2x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1\{x_1x_2\}$$

Вариант 4

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0x_0\}x_1x_1xx_0x_1\{x_0x_0\}x_1x_0x_1x_1x_0x_0\{x_0\}\{x_1 \vee x_0\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = (x_2x_1 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1\{x_1x_2\}x_1x_2$$

Вариант 5

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = x_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_0x_1px_1x_1x_0x_1\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = \{x_1x_2\}(x_2x_1 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1x_2$$

Вариант 6

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\}x_0x_1x_0x_1x_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_0x_1x_1x_0x_1x_0x_1\{\{x_0\}\}(x_0)(x_1)$$

2. Разметить и построить ТПиВ



$$S = x_2(x_2x_1 \vee x_1 \vee x_1x_2)x_2x_1\{x_1x_1x_2\}x_1$$

Вариант 7

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0 \vee x_1\}x_0x_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_0x_1px_1x_1x_0x_1\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\{x_0\}\}\{x_0 \vee x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = x_2x_1(x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1\{x_1x_2\}x_1$$

Вариант 8

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{\{x_1\}\}x_0x_1x_0px_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_0x_1x_0x_1x_1x_1x_1\{\{x_0\}\}x_1x_1x_0x_1x_0$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1\{x_1x_2\}x_1$$

Вариант 9

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}x_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_0x_1px_1x_1x_0x_1\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = x_2x_1(x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1\{x_1 \vee x_2\}$$

Вариант 10

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\}\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}x_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_1x_1x_0x_1\{\{x_1\}\{x_1\}x_0\{x_1\}\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = x_1(x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1\{x_1 \vee x_2\}$$

Вариант 11

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{\{x_1\}x_0x_0\{x_1\}\}x_0x_1x_0\{\{x_0 \vee x_1\}\}x_0x_1x_1x_0x_1\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1\{x_1 \vee x_2x_2x_1\}$$

Вариант 12

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\}x_1x_0x_1x_0\{\{x_0\}\}x_1\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}x_1x_0x_1\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = \{x_1x_2 \vee x_2x_1\}(x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_2$$

Вариант 13

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1x_1x_0\}x_1x_0\{\{x_0\}\}\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}x_1x_0x_1\{\{x_0\}x_1x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = \{x_1 \vee x_2\}(x_1x_2 \vee x_2x_2x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_2\{x_1 \vee x_2\}$$

Вариант 14

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\}\{\{x_0\}\}x_1\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}x_1x_0x_1\{\{x_0\}x_1\{x_0\}x_1\}\{x_0 \vee x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = (x_2 \vee x_1 \vee x_1x_2)x_2x_1\{x_1x_2 \vee x_2x_1\}x_2x_1x_2$$

Вариант 15

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\}x_1x_1x_0x_0\{x_0 \vee x_1\}x_1x_1x_0x_1x_1x_0\{x_0\}x_1px_1x_1x_0$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = \{x_2x_1 \vee x_1x_2 \vee x_1x_1x_2\}x_1x_1x_1\{x_1x_2x_1\}x_2$$

Вариант 16

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = x_1x_1\{x_0\}x_1x_0x_1x_0x_1\{x_0\}x_1x_0x_1x_0x_1x_0x_0\{x_0\}\{x_1 \vee x_0\}$$

2. Разметить и построить ТПиВ

$$S = \{x_0\}(x_2 \vee x_1x_2 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_2\{x_1\}x_1$$

Вариант 17

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\} \{ \{x_0\} \} x_1 \{ \{x_1\} x_0 \{x_1\} x_0 \{x_1\} \} x_1 x_0 x_1 \{x_0 \vee x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = x_2 (x_2 \vee x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 \{x_1 \vee x_2 \vee x_1 x_2\}$$

Вариант 18

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\} \{ \{x_1\} x_0 x_0 \{x_1\} \} x_1 x_0 x_1 x_0 \{ \{x_0\} \} x_1 x_1 x_0 x_1 \{ \{x_1\} \{x_1\} x_0 \{x_1\} \}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = x_1 (x_2 x_1 x_1 \vee x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 x_1 \{x_1 \vee x_2\} x_1$$

Вариант 19

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{ \{x_1\} x_0 x_0 \} x_0 x_1 x_0 \{ \{x_0 \vee x_1\} \} x_0 x_1 x_0 x_1 \{ \{x_1\} x_0 \{x_1\} x_0 \{x_1\} \}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_1 x_2 \vee x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 x_1 \{x_1 \vee x_2 x_2 x_1\}$$

Вариант 20

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\} x_1 x_0 x_1 x_0 \{ \{x_0\} \} x_1 x_0 x_1 \{ \{x_0\} x_1 \{x_0\} x_1 \}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_1 x_2 \vee x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 \{x_1 x_2 \vee x_2 x_1\} x_2$$

Вариант 21

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{ \{x_1\} x_0 \{x_1\} x_0 \{x_1\} \} x_1 x_0 x_1 x_0 \{ \{x_0\} \} x_1 x_1 x_0 x_1 \{ \{x_1\} x_0 \{x_1\} \}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_2 \vee x_2 x_1 \vee x_1 x_2 x_1 x_2) x_2 x_1 \{x_1 \vee x_2\}$$

Вариант 22

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{ \{x_1\} x_0 \} x_0 x_1 x_0 \{ \{x_0 \vee x_1\} \} x_1 x_1 \{ \{x_1\} x_0 \{x_1\} \}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = \{x_1 \vee x_2\} (x_1 x_2 \vee x_2 x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 x_2 \{x_2\}$$

Вариант 23

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0\}x_1x_0x_1\{x_0\}x_1x_0x_1x_0x_0\{x_0\}\{x_1 \vee x_0\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = \{x_1\}(x_2 \vee x_1x_2 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_2\{x_1\}x_1$$

Вариант 24

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0\}x_1x_1x_1x_0x_1\{x_0\}x_0x_1\{x_0\}x_0x_0\{x_0\}\{x_1\}$$

3. Разметить и построить Тпив

$$S = x_2\{x_1x_2\}(x_2x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1$$

Вариант 25

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0x_1x_0\}x_1x_0x_1\{x_0x_1x_0\}x_0x_0\{x_0\}\{x_1 \vee x_0\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_2x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1\{x_1x_2\}x_1x_2$$

Вариант 26

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_1 \vee x_0\}x_1x_0x_1\{x_0 \vee x_1\{x_0\}\}x_0x_0\{x_0\}\{x_1 \vee x_0\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = \{x_1x_2\}(x_2x_1 \vee x_1x_2)x_2x_1x_1x_2$$

Вариант 27

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{\{x_1\}x_0x_0\}x_0x_1x_0\{\{x_0 \vee x_1\}\}x_0x_1x_0x_1\{\{x_1\}x_0\{x_1\}x_0\{x_1\}\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_1x_2 \vee x_1 \vee x_1x_1x_2)x_2x_1x_1\{x_1 \vee x_2x_2x_1\}$$

Вариант 28

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0\}x_1x_1x_0x_0\{x_0 \vee x_1\}x_1x_1x_0x_1x_1x_0\{x_0\}x_1px_1x_1x_0$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = \{x_2x_1 \vee x_1x_2 \vee x_1x_1x_2\}x_1x_1x_1\{x_1x_2x_1\}x_2$$



Вариант 29

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{x_0 \vee x_1\} x_0 x_1 x_0 x_1 x_0 \{\{x_0\}\} x_0 x_1 p x_1 x_1 x_0 x_1 \{\{x_0\} x_1 \{x_0\} x_1 \{x_0\}\} \{x_0 \vee x_1\}$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = x_2 x_1 (x_1 x_2 \vee x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 x_1 \{x_1 x_2\} x_1$$

Вариант 30

1. Расшифровать и проанализировать выражение

$$S_{y \text{ запуска}} = \{\{x_1\}\} x_0 x_1 x_0 p x_1 x_0 x_1 x_0 \{\{x_0\}\} x_0 x_1 x_0 x_1 x_1 x_1 x_1 \{\{x_0\}\} x_1 x_1 x_0 x_1 x_0$$

2. Разметить и построить ТПив

$$S = (x_1 x_2 \vee x_1 \vee x_1 x_1 x_2) x_2 x_1 x_1 \{x_1 x_2\} x_1$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
Варианты заданий
Минимизация ТПиВ

Вариант 1

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S0	S7	S0
S2	S3	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S3	S1	S3	S2	S3	S3	S3
0	1	0	1	0	1	1	0	1

Вариант 2

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S7	S7	S0
S2	S3	S4	S4	S6	S1	S6	S4	S7
S0	S2	S3	S1	S6	S2	S6	S4	S3
1	1	1	1	0	0	0	0	1

Вариант 3

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S4	S8	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S3	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S2	S3	S3	S3
1	1	0	1	0	1	1	0	0

Вариант 4

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S7	S1	S2	S8	S7	S5	S0	S7	S0
S2	S1	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S1	S1	S1	S3	S2	S3	S3	S3
0	0	0	1	0	1	1	0	1

Вариант 5

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S7	S7	S0
S2	S2	S2	S4	S6	S1	S6	S4	S7
S0	S2	S3	S1	S6	S2	S6	S4	S3
1	0	0	0	1	1	1	0	1

Вариант 6

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S7
S2	S4	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S2	S3	S3	S7
1	0	0	1	0	1	1	0	0

Вариант 7

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S4	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S3	S7
1	1	0	1	0	1	0	0	1

Вариант 8

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S2	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S4	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S3	S7
0	1	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 9

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S1	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S1	S1	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S7
S0	S1	S2	S1	S2	S1	S3	S1	S7
1	1	0	1	0	1	0	0	1

Вариант 10

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S7	S7	S0
S2	S1	S8	S4	S6	S1	S6	S4	S7
S0	S2	S3	S1	S6	S2	S6	S4	S3
1	0	1	0	1	1	1	0	1

Вариант 11

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S7
S2	S4	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S2	S3	S3	S7
1	1	1	1	0	1	1	0	0

Вариант 12

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S4	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S7
S0	S1	S2	S1	S2	S1	S3	S1	S7
1	0	0	0	0	1	0	1	1

Вариант 13

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S3	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S1	S2	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S3	S7
1	1	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 14

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S1	S4	S7	S6	S0	S0	S7	S0
S1	S1	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S7
S0	S0	S8	S1	S2	S1	S3	S1	S7
1	1	0	1	1	1	0	0	1

Вариант 15

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S7	S7	S0
S2	S1	S8	S4	S6	S1	S6	S4	S7
S0	S6	S3	S1	S6	S2	S6	S4	S3
1	1	1	0	1	1	1	0	1

Вариант 16

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
	S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
	S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S7
	S2	S3	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
	S0	S2	S2	S1	S2	S2	S3	S3	S7
	1	0	0	0	0	1	1	0	0

Вариант 17

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
	S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
	S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S0
	S2	S5	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S7
	S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S1	S7
	1	1	0	0	0	1	0	1	1

Вариант 18

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
	S1	S2	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
	S1	S2	S0	S7	S4	S0	S0	S7	S0
	S1	S2	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
	S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S3	S7
	1	1	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 19

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
	S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
	S8	S1	S4	S7	S6	S0	S0	S7	S0
	S8	S1	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S8
	S8	S1	S8	S1	S2	S1	S3	S1	S8
	0	1	0	1	1	1	0	0	0

Вариант 20

	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
	S1	S2	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
	S1	S2	S0	S7	S4	S0	S0	S7	S0
	S1	S2	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
	S1	S2	S1	S1	S2	S1	S3	S3	S7
	0	0	1	1	0	1	0	1	1

Вариант 21

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S2	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S5	S4	S4	S2	S1	S7	S7	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S7	S7
1	1	0	0	0	1	0	1	1

Вариант 22

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S2	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S0	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S1	S2	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S0
S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S3	S8
0	0	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 23

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S7	S7	S0
S2	S1	S8	S4	S6	S1	S6	S4	S7
S0	S2	S3	S1	S6	S2	S6	S4	S3
1	0	1	0	1	1	1	0	1

Вариант 24

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S7
S2	S4	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S2	S3	S3	S7
1	1	1	1	0	1	1	0	0

Вариант 25

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S4	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S4	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S7
S0	S1	S2	S1	S2	S1	S3	S1	S7
1	0	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 26

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S4	S8	S4	S0	S0	S7	S0
S2	S3	S4	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S2	S3	S3	S3
1	1	0	1	0	1	1	0	0

Вариант 27

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S8
S7	S1	S2	S8	S7	S5	S0	S7	S0
S2	S1	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S1	S1	S1	S3	S2	S3	S3	S3
0	0	0	1	0	1	1	0	1

Вариант 28

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S6	S	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S1	S8	S8	S7	S0	S7	S7	S0
S2	S2	S2	S4	S6	S1	S6	S4	S7
S0	S2	S3	S1	S6	S2	S6	S4	S3
1	0	0	0	1	1	1	0	1

Вариант 29

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S1	S2	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S1	S2	S0	S7	S4	S0	S0	S7	S0
S1	S2	S1	S4	S2	S1	S7	S3	S7
S0	S2	S2	S1	S2	S1	S3	S3	S7
1	1	0	1	0	1	0	1	1

Вариант 30

S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
S0	S1	S2	S5	S4	S5	S6	S7	S0
S8	S1	S4	S7	S6	S0	S0	S7	S0
S8	S1	S4	S4	S2	S1	S7	S1	S8
S8	S1	S8	S1	S2	S1	S3	S1	S8
0	1	0	1	1	1	0	0	0