

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ФУНКЦИЙ

методические указания
к выполнению лабораторной работы по
дисциплине
«Численные методы в информатике»
для студентов специальности 7.080401 заочной
формы обучения

Севастополь
2004

УДК 519.6

Исследование методов численного интегрирования функций. Методические указания к выполнению лабораторной работы по дисциплине «Численные методы в информатике»/ Сост. Доценко С.В., Кудрявченко И.В. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2004. –17 с.

Целью методических указаний является обеспечение наглядного изучения методов численного интегрирования, а так же приобретение студентами практических навыков при выполнении действий с приближенными числами.

Методические указания предназначены для студентов специальности 7.080401 заочной формы обучения

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры информационных систем (протокол № 3 от 22 октября 2003 г.)

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний

Рецензент: Козырев В.Г., к.т.н., доцент кафедры технической кибернетики

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы	3
2. Краткие теоретические сведения	3
3. Описание лабораторной установки	14
4. Порядок выполнения экспериментальных исследований	15
5. Порядок выполнения теоретических расчетов	16
6. Содержание отчета о выполнении лабораторной работы	17
7. Контрольные вопросы	17
Библиографический список	17



1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Выполнение лабораторной имеет целью формирование навыков практических расчетов при решении задач численного интегрирования. В лабораторной работе изучаются методы построения линейных квадратурных формул и особенности применения формул трапеций и Симпсона.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1. Приближенное интегрирование функций. Постановка задачи

Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и известна ее *первообразная* $F(x)$, то определенный интеграл от этой функции в пределах от a до b вычисляют по формуле *Ньютона-Лейбница*

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a), \quad (1)$$

где $f(x) = F'(x)$.

Однако, не всегда первообразная $F(x)$ может быть найдена с помощью элементарных средств или является слишком сложной. Кроме того, подынтегральная функция $f(x)$ может быть задана *таблично*. В этом случае само понятие первообразной теряет смысл. Поэтому при решении практических задач важное значение имеют *численные методы* вычисления определенных интегралов.

Задача численного интегрирования функции заключается в вычислении значения определенного интеграла на основании ряда значений подынтегральной функции. Численное вычисление однократного интеграла называется *механической квадратурой*, а соответствующие формулы - *квадратурными* формулами.

Обычный прием механической квадратуры состоит в том, что подынтегральную функцию $f(x)$ на рассматриваемом отрезке $[a, b]$ заменяют интерполирующей функцией $\varphi(x)$ простого вида (например, полиномом), а затем приближенно полагают:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b \varphi(x) dx. \quad (2)$$

Функция $\varphi(x)$ должна быть такой, чтобы интеграл $\int_a^b \varphi(x) dx$ вычислялся непосредственно. Если функция $f(x)$ задана аналитически, то ставится вопрос о погрешности формулы (2). В качестве аппроксимирующей функции обычно рассматривают интерполяционный полином Лагранжа.

2.2. Квадратурные формулы с произвольным расположением узлов интерполирования

Пусть для функции $y = f(x)$ известны в $n+1$ точках $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ отрезка $[a, b]$ соответствующие значения

$$f(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, \dots, n).$$

Требуется приближенно найти

$$\int_a^b y dx \approx \int_a^b f(x) dx. \quad (3)$$

По заданным значениям y_i построим полином Лагранжа

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x - x_j)}{\prod_{j=0, j \neq i}^n (x_i - x_j)} y_i, \quad (4)$$

где обозначено

$$\prod_{j=0, j \neq i}^n (x - x_j) = (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_n),$$

причем

$$L_n(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Заменяя в (3) функцию $f(x)$ полиномом $L_n(x)$, получим равенство

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b L_n(x) dx + R_n[f(x)], \quad (5)$$

где $R_n[f(x)]$ ошибка (*остаточный член*) квадратурной формулы (5).

Отсюда, используя (4), получим приближенную квадратурную формулу



$$\int_a^b y \, dx = \sum_{i=0}^n A_i y_i, \quad (6)$$

где

$$A_i = \int_a^b \frac{\prod_{j=0, j \neq i}^{n+1} (x - x_j)}{(x - x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^{n+1} (x_j - x_i)} \, dx \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n)$$

- весовые коэффициенты.

Если пределы интегрирования от a и b являются узлами интерполирования, то (6) - квадратурная формула «замкнутого типа», в противном случае – «открытого типа».

Примечания:

1. Весовые коэффициенты A_i при данном расположении узлов не зависят от выбора функции $f(x)$.
2. Формула (6) является точной для полинома степени n , т. к. тогда $L_n(x) \equiv f(x)$. В частности, формула (6) точная при $y = x^k$ ($k = 0, 1, \dots, n$), т.е. $R_n[x^k] = 0$ при $k = 0, 1, \dots, n$.

Полагая в формуле (6) $y = x^k$ ($k = 0, 1, \dots, n$), получим линейную систему из $n+1$ уравнений

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= \sum_{i=0}^n A_i \\ I_1 &= \sum_{i=0}^n A_i x_i \\ &\dots\dots\dots \\ I_n &= \sum_{i=0}^n A_i x_i^n \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где

$$I_k = \int_a^b x^k \, dx = \frac{b^{k+1} - a^{k+1}}{k+1} \quad (k = 0, 1, \dots, n), \quad (8)$$

из которой можно определить коэффициенты $A_0, A_1, \dots, A_n$.

Определитель системы (7) есть определитель Вандермонда

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{i>j} (x_i - x_j) \neq 0.$$

Отметим, что при применении этого метода построение полинома Лагранжа $L_n(x)$ является излишним.

Пример

Вывести квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 y \, dx = A_0 \cdot y\left(\frac{1}{4}\right) + A_1 \cdot y\left(\frac{1}{2}\right) + A_2 \cdot y\left(\frac{3}{4}\right). \quad (9)$$

Решение

Полагая в формуле (9) $y = x^k$ ($k = 0, 1, 2$), определим в соответствии с (8) коэффициенты I_0, I_1, I_2 :

$$I_0 = \int_0^1 dx = 1; \quad I_1 = \int_0^1 x \, dx = \frac{1}{2}; \quad I_2 = \int_0^1 x^2 \, dx = \frac{1}{3}$$

и на основании (7) составим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} 1 &= A_0 + A_1 + A_2 \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{4} A_0 + \frac{1}{2} A_1 + \frac{3}{4} A_2 \\ \frac{1}{3} &= \frac{1}{16} A_0 + \frac{1}{4} A_1 + \frac{9}{16} A_2 \end{aligned} \right\}.$$

Откуда

$$A_0 = \frac{2}{3}; \quad A_1 = -\frac{1}{3}; \quad A_2 = \frac{2}{3}$$

и, следовательно,

$$\int_0^1 y \, dx = \frac{2}{3} y\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3} y\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} y\left(\frac{3}{4}\right). \quad (10)$$

Квадратурная формула (10) – *открытого типа*. Эта формула является точной для полиномов степени не выше третьей.



2.3. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами интерполирования

Пусть для данной функции $y = f(x)$ требуется вычислить интеграл $\int_a^b y dx$. Выберем шаг $h = \frac{b-a}{n}$ и разобьем отрезок $[a, b]$ на n равных частей с помощью равноотстоящих точек

$$x_0 = a, \quad x_i = x_0 + i h \quad (i = \overline{1, n-1}), \quad x_n = b.$$

Обозначим

$$y_i = f(x_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Заменяя функцию y соответствующим интерполяционным полиномом Лагранжа (4), получим приближенную линейную квадратурную формулу

$$\int_{x_0}^{x_n} y dx = \sum_{i=0}^n A_i y_i, \quad (11)$$

где A_i - некоторые неопределенные коэффициенты.

Квадратурные формулы Ньютона-Котеса

Выражения для коэффициентов A_i формулы (11) записывают в следующем виде [2]:

$$A_i = (b-a) H_i^n,$$

где

$$H_i^n = \frac{1}{n} \cdot \frac{(-1)^{n-i}}{i! (n-i)!} \int_0^n \frac{q^{[n+1]}}{q-i} dq \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (12)$$

- постоянные, называемые коэффициентами Котеса;
- $q = \frac{x - x_0}{h}$;
- $q^{[n+1]}$ - обобщенная степень числа q .

Квадратурная формула (11) при этом принимает вид

$$\int_a^b y dx = (b-a) \sum_{i=0}^n H_i^n y_i, \quad (13)$$

где

$$h = \frac{b-a}{n} \quad \text{и} \quad y_i = f_i(a + i h) \quad (i = 0, 1, \dots, n).$$

Примечания:

1. Обобщенной степенью n числа q называется произведение n сомножителей, первый из которых равен q , а каждый следующий на h меньше предыдущего:

$$q^{[n]} = q \cdot (q-h) \cdot (q-2h) \cdot \dots \cdot [q - (n-1)h],$$

где h - некоторое фиксированное постоянное число. Показатель обобщенной степени обычно записывается в квадратных скобках. Полагают $q^{[0]} = 1$. При $h = 0$ обобщенная степень совпадает с обычной: $q^{[n]} = q^n$.

2. Для коэффициентов (12) справедливы соотношения

$$\sum_{i=0}^n H_i^n = 1 \quad \text{и} \quad H_i^n = H_{n-i}^n.$$

Формула трапеций и ее остаточный член

Из формулы (12) получим значения коэффициентов Котеса при $n = 1$:

$$H_0^1 = -\int_0^1 \frac{q(q-1)}{q} dq = -\frac{1}{2}; \quad H_1^1 = \int_0^1 \frac{q(q-1)}{q} dq = \frac{1}{2}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13), получим формулу трапеций

$$\int_{x_0}^{x_1} y dx = \frac{h}{2} \cdot (y_0 + y_1), \quad (15)$$

геометрическая интерпретация которой дана на рисунке 1.

Из рисунка 1 видно, что остаточный член квадратурной формулы (15) равен

$$R = \int_{x_0}^{x_1} y dx - \frac{h}{2} (y_0 + y_1).$$



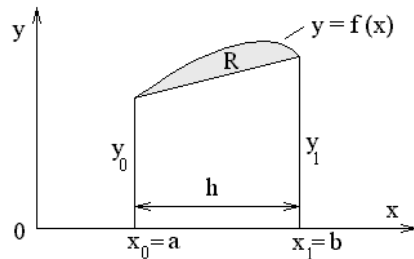


Рисунок 1 – К формуле трапеций

Если $y \in C^{(2)}[a, b]$, то остаточный член формулы трапеций равен [2]:

$$R = -\frac{h^3}{12} y''(\xi), \quad \text{где } \xi \in [x_0, x_1]. \quad (16)$$

Из (16) следует, что если $y'' > 0$, то выражение (15) дает значение интеграла с *избытком*, если $y'' < 0$ - то с *недостатком*.

Формула Симпсона и ее остаточный член

Из формулы (12) при $n=2$ получаем:

$$\left. \begin{aligned} H_0^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \int_0^2 (q-1)(q-2) dq = \frac{1}{4} \left(\frac{8}{3} - 6 + 4 \right) = \frac{1}{6}; \\ H_1^2 &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} \int_0^2 q(q-2) dq = \frac{2}{3}; \\ H_2^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \int_0^2 q(q-1) dq = \frac{1}{6}. \end{aligned} \right\} (17)$$

Учитывая, что $x_2 - x_1 = 2h$, из (13) и (17) имеем:

$$\int_{x_0}^{x_2} y dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2). \quad (18)$$

Формула (18) называется *формулой Симпсона*. Геометрически эта формула получается в результате замены данной кривой $y = f(x)$ параболой $L_2(x)$, проходящей через три точки $M_0(x_0, y_0)$, $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ (рисунок 2).

Остаточный член формулы Симпсона равен

$$R = \int_{x_0}^{x_1} y dx - \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2).$$

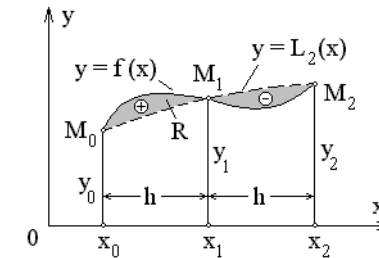


Рисунок 2 – К формуле Симпсона

Если $y \in C^{(4)}[a, b]$, то остаточный член формулы Симпсона равен [2]:

$$R = -\frac{h^5}{90} y^{(4)}(\xi), \quad \text{где } \xi \in (x_0, x_2). \quad (19)$$

Остаточный член, определяемый по формуле (19), обращается в нуль для полиномов второй и третьей степени. Поэтому формула Симпсона при относительно малом числе ординат обладает повышенной точностью.

Формулы Ньютона-Котеса высших порядков

Производя соответствующие вычисления при $n=3$, из формул (12) и (13) получим *квадратурную формулу Ньютона* (правило трех восьмых):

$$\int_{x_0}^{x_3} y dx = \frac{3h}{8} (y_0 + 3y_1 + 3y_2 + y_3). \quad (20)$$

Остаточный член формулы (20) равен

$$R = -\frac{3h^5}{80} y^{(4)}(\xi),$$

где $\xi \in (x_0, x_3)$, то есть при одинаковом шаге формула Ньютона менее точна, чем формула Симпсона.

При большом числе ординат коэффициенты Котеса весьма сложны. Поэтому при вычислении определенных интегралов обычно разбивают промежуток интегрирования на достаточно большое число мелких промежутков и к каждому из них применяют формулу



Ньютона-Котеса с малым числом ординат. В результате получаются формулы простой структуры, обладающие достаточно высокой точностью.

2.4. Общая формула трапеций

Для вычисления интеграла

$$\int_a^b y \, dx$$

разделим промежуток интегрирования $[a, b]$ на N равных частей $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{N-1}, x_N]$ и к каждой из них применим формулу трапеций.

Полагая $h = \frac{b-a}{N}$ и обозначая через $y_i = f(x_i)$ ($i = 0, 1, \dots, N$) значения подынтегральной функции в точках x_i , получим

$$\int_a^b y \, dx = \frac{h}{2} (y_0 + y_1) + \frac{h}{2} (y_1 + y_2) + \dots + \frac{h}{2} (y_{N-1} + y_N)$$

или

$$\int_a^b y \, dx = h \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{N-1} + \frac{y_N}{2} \right). \quad (21)$$

Геометрически формула (21) получается в результате замены графика подынтегральной функции $y = f(x)$ ломаной линией (рисунок 3).

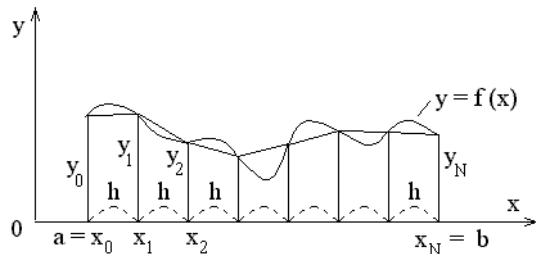


Рисунок 3 – К общей формуле трапеций

Если $y \in C^{(2)}[a, b]$, то остаточный член квадратурной формулы (21) равен

$$R = \int_{x_0}^{x_N} y \, dx - \frac{h}{2} \sum_{i=1}^N (y_{i-1} + y_i) = \sum_{i=1}^N \left[\int_{x_{i-1}}^{x_i} y \, dx - \frac{h}{2} (y_{i-1} + y_i) \right] = -\frac{h^3}{12} \sum_{i=1}^N y''(\xi_i), \quad (22)$$

где $\xi_i \in (x_{i-1}, x_i)$.

Рассмотрим среднее арифметическое

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y''(\xi_i). \quad (23)$$

Очевидно, что если y'' непрерывна на отрезке $[a, b]$, то должно выполняться неравенство

$$m_2 \leq \mu \leq M_2,$$

где m_2 и M_2 - соответственно наименьшее и наибольшее значения второй производной на отрезке $[a, b]$.

Следовательно, найдется точка $\xi \in [a, b]$ такая, что

$$\mu = f''(\xi) = y''(\xi).$$

Из формул (22) и (23) имеем

$$R = -\frac{N h^3}{12} y''(\xi) = -\frac{(b-a) h^2}{12} y''(\xi), \quad (24)$$

где $\xi \in [a, b]$.

2.5. Общая формула Симпсона

Пусть $N = 2m$ - четное число и $y_i = f(x_i)$ ($i = 0, 1, 2, \dots, N$) - значения функции $y = f(x)$ для равноотстоящих точек $(x_0, x_1, \dots, x_N)$, где $x_0 = a, x_N = b$ с шагом

$$h = \frac{b-a}{N} = \frac{b-a}{2m}.$$

Применяя формулу Симпсона к каждому удвоенному промежутку (рисунок 4)

$$[x_0, x_2], [x_2, x_4], \dots, [x_{2m-2}, x_{2m}]$$

длины $2h$, получим



$$\int_a^b y \, dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) + \frac{h}{3} (y_2 + 4y_3 + y_4) + \dots + \frac{h}{3} (y_{2m-2} + 4y_{2m-1} + y_{2m}). \quad (25)$$

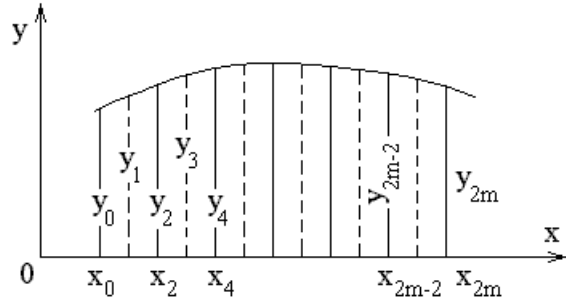


Рисунок 4 – К общей формуле Симпсона

Из (25) получаем *общую формулу Симпсона*

$$\int_a^b y \, dx = \frac{h}{3} [(y_0 + y_N) + 4\sigma_1 + 2\sigma_2], \quad (26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1} \\ \sigma_2 &= y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2} \end{aligned} \right\}.$$

Остаточный член общей формулы Симпсона

Если $y \in C^{(4)}[a, b]$, то ошибка формулы Симпсона на каждом удвоенном промежутке $[x_{2k-2}, x_{2k}]$ ($k = 0, 1, \dots, m$) определяется по формуле

$$r_k = -\frac{h^5}{90} y^{(4)}(\xi_k),$$

где $\xi_k \in (x_{2k-2}, x_{2k})$.

Суммируя ошибки на каждом из промежутков, получим *остаточный член общей формулы Симпсона*

$$R = -\frac{h^5}{90} \sum_{k=1}^m y^{(4)}(\xi_k). \quad (27)$$

Так как $y^{(4)}(\xi)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то найдется точка $\xi \in [a, b]$ такая, что

$$y^{(4)}(\xi) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y^{(4)}(\xi_k).$$

Поэтому можно записать

$$R = -\frac{mh^5}{90} y^{(4)}(\xi) = -\frac{(b-a)h^4}{180} y^{(4)}(\xi), \quad (28)$$

где $\xi \in [a, b]$.

Если задана предельная допустимая погрешность $\varepsilon > 0$, то из (28) можно определить шаг h обозначив

$$M_4 = \max |y^{(4)}(x)|.$$

$$\text{Так как } \frac{(b-a)h^4}{180} M_4 < \varepsilon,$$

то

$$h < \sqrt[4]{\frac{180\varepsilon}{(b-a)M_4}},$$

т.е. h имеет порядок $\sqrt[4]{\varepsilon}$.

Примечание. В тех случаях, когда оценка погрешности (28) квадратурной формулы Симпсона затруднительна, применяют двойной пересчет с шагами h и $2h$. При этом считают, что совпадающие десятичные знаки принадлежат точному значению интеграла.

3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная работа выполняется в дисплейном классе кафедры информационных систем. Для ее выполнения требуется следующее программное обеспечение:

- операционная система MS-DOS или Windows-98;
- программная среда MATLAB.



4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

4.1. В соответствии с вариантом задания (таблица 1) по заданным значениям подынтегральной функции $y_i = f(x_i)$ рассчитать значение определенного интеграла,

$$\int_{x_0}^{x_4} y dx,$$

используя общую формулу трапеций (21). Расчеты вести с 5-ю знаками после запятой.

4.2. В соответствии с вариантом задания (таблица 1) по заданным значениям подынтегральной функции $y_i = f(x_i)$ рассчитать значение определенного интеграла,

$$\int_{x_0}^{x_4} y dx,$$

используя общую формулу Симпсона (26). Расчеты вести с 5-ю знаками после запятой.

Таблица 1 - Варианты заданий

Вариант	$y = f(x)$	Значения $x_i ; y_i$				
		x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
		y_0	y_1	y_2	y_3	y_4
1	$\sin x$	0	0,3	0,6	0,9	1,2
		0	0,29552	0,56464	0,78333	0,93204
2	$1 + \sin x$	0	0,4	0,8	1,2	1,6
		1	1,38942	1,71736	1,93204	1,99957
3	$\cos x$	0	0,4	0,8	1,2	1,6
		1	0,92106	0,69671	0,36235	-0,02920
4	$1 - \cos x$	0	0,3	0,6	0,9	1,2
		0	0,04466	0,17466	0,37839	0,63764
5	$\frac{1}{x}$	1	1,5	2,0	2,5	3,0
		1	0,66667	0,5	0,4	0,33333

Продолжение таблицы 1

Вариант	$y = f(x)$	Значения $x_i ; y_i$				
		x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
		y_0	y_1	y_2	y_3	y_4
6	$\frac{x+1}{x}$	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
		1,5	1,33333	1,25	1,2	1,16667
7	e^x	0	0,5	1,0	1,5	2,0
		1	1,64872	2,71828	4,48169	7,38906
8	$2 - e^x$	0	0,5	1,0	1,5	2,0
		1	0,35128	-0,71828	-2,48169	-5,38906
9	$\lg x$	0	0,5	1,0	1,5	2,0
		0	0,54630	1,55741	14,10142	-2,18504
10	$3 - \lg x$	0	0,3	0,6	0,9	1,2
		3	2,69066	2,31586	1,73984	0,42785

Вариант задания согласовать с преподавателем.

5. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

5.1. Выполните расчеты п.4.1.

5.2. По формуле (24) рассчитайте значение остаточного члена определенного интеграла, используя данные п.5.1.

5.3. Выполните расчеты п.4.2.

5.4. По формуле (28) рассчитайте значение остаточного члена определенного интеграла, используя данные п.5.3.

5.5. Выполните расчеты п.4.1 по значениям подынтегральной функции в узлах x_0, x_2, x_4 .

5.6. По формуле (24) рассчитайте значение остаточного члена определенного интеграла, используя данные п.5.5.

5.7. Выполните расчеты п.4.2 по значениям подынтегральной функции в узлах x_0, x_2, x_4 .

5.8. По формуле (28) рассчитайте значение остаточного члена определенного интеграла, используя данные п.5.7.



5.9. Для заданной подынтегральной функции запишите ее первообразную. Сравните результаты расчетов по п.п.5.1 - 5.8, считая, что точным значением определенного интеграла для функции $y=f(x)$, приведенной в таблице 1, является его значение, вычисленное непосредственно с десятью знаками после запятой.

6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

- 6.1. Название и цель работы.
- 6.2. Постановка задачи.
- 6.3. Вычисление заданного определенного интеграла по общим формулам трапеций и Симпсона. Оценка погрешности расчетов.
- 6.4. Выводы по проделанной работе (сравнительный анализ).

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 7.1. Как в общем случае решается задача численного интегрирования?
- 7.2. Объясните методику построения линейных квадратурных формул с произвольным расположением узлов интерполирования.
- 7.3. В чем отличие квадратурных формул открытого и замкнутого типов?
- 7.4. Почему ограничено применение квадратурных формул с коэффициентами Котеса высших порядков?
- 7.5. Как обеспечивается заданная точность расчетов в задачах численного интегрирования функций?
- 7.6. Почему при одном и том же числе ординат формула трапеций менее точна, чем формула Симпсона?
- 7.7. В каких случаях применяется двойной пересчет в задачах численного интегрирования?
- 7.8. На примере общих формул трапеций и Симпсона дайте геометрическую интерпретацию задачи численного интегрирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Копченова Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н.В. Копченова, И.А. Марон. – М.: Наука, 1972. – 367 с.
- 2. Доценко С.В. Конспект лекций по дисциплине «Численные методы в информатике» / С.В. Доценко. – Севастополь. Изд-во СевНТУ, 2000. – 112 с.
- 3. Мэттьюз Д. Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д.Г. Мэттьюз, К.Д. Финк. – М.: «Вильямс», 2001. – 714 с.