

УДК 539.3

И.В. Хромов, канд. техн. наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***МЕТОДИКА ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ ДЛЯ ДИАГРАММЫ РАСТЯЖЕНИЯ СТАЛЬНОЙ КАНАТНОЙ ПРОВОЛОКИ***Обоснованы рекомендации по выбору параметров показательной функции при описании экспериментальной диаграммы растяжения стальной канатной проволоки.*

Сравнительный анализ различных вариантов аппроксимирующей функции (кусочно-линейная, показательная и в виде полинома) для диаграммы растяжения стальной проволоки из конструкционной углеродистой стали (сталь 60) выполнен в работе [1]. В частности показано, что для исследованного интервала относительной деформации $\varepsilon = 0 \dots 0,025$ полиномы третьей или четвертой степени могут наиболее полно отражать экспериментальные данные. При этом выбор неизвестных коэффициентов полинома осуществляется с использованием стандартной процедуры метода наименьших квадратов в программных математических пакетах. Однако для определенного класса задач более предпочтительной ввиду относительной простоты и удобства аналитических преобразований является показательная функция. В связи с этим актуальным является вопрос выбора рациональной формы и параметров подобной функции для конкретных материалов. В известных работах [1,2] такая функция приводится без обсуждений.

Цель настоящей работы – количественный анализ и разработка рекомендаций по выбору формы и параметров показательной функции для моделирования диаграммы растяжения конструкционной углеродистой стали.

Диаграмма $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ указанного материала имеет монотонно возрастающий характер с двумя характерными точками (рисунок 1):

- точка 1 с координатами $(\sigma_T, \varepsilon_T)$ – соответствует началу пластических деформаций;
- точка 2 с коэффициентами $(\sigma_B, \varepsilon_B)$ – соответствует моменту разрушения образца.

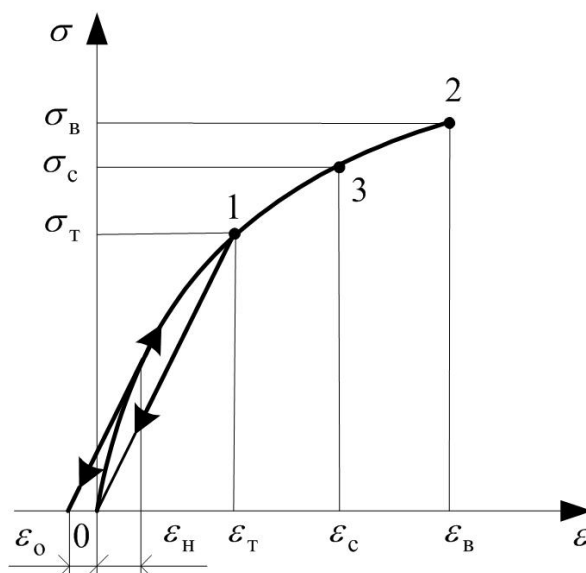


Рисунок 1 – Характерный вид диаграммы растяжения стальной канатной проволоки

По аналогии с [1,2] вначале рассмотрим наиболее простой вид показательной функции

$$\sigma_1 = \sigma_{01}(1 - e^{-\beta \cdot \varepsilon}), \quad (1)$$

где σ_0 , β – неизвестные параметры.

Следуя методике работы [2], полагаем, что $\sigma = \sigma_B$ при $\varepsilon \rightarrow \infty$, тогда $\sigma_B = \sigma_{01}(1 - e^{-\infty})$, т.е. $\sigma_{01} = \sigma_B$. Для определения β используем координаты точки 1 (рисунок 1): $\sigma_T = \sigma_B(1 - e^{-\beta \varepsilon_T})$. Решая уравнение, получаем

$$\beta = -\frac{1}{\varepsilon_T} \cdot \ln a, \quad (2)$$

где $a = 1 - m = 1 - \frac{\sigma_T}{\sigma_B}$ – механическая характеристика материала. Например, для конструкционной углеродистой стали обычно [3] выполняется соотношение: $\sigma_T / \sigma_B \approx (0,57...0,59)$, тогда $a \approx (0,41...0,43)$. Подставляя (2) в (1), окончательно запишем искомую функцию в виде

$$\sigma_1 = \sigma_B(1 - e^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_T} \ln a}) = \sigma_B(1 - a^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_T}}) = \sigma_B(1 - a^{\gamma_1 \varepsilon}), \quad (3)$$

где $\gamma_1 = \frac{1}{\varepsilon_T}$ – константа.

Оценим возможную погрешность, связанную с упрощением, когда в конечной точке 2 (рисунок 1) вместо координат σ_B, ε_B были приняты σ_B, ∞ . Например, если $\varepsilon_B = 4\varepsilon_T$, то из (3) получим:

$$\psi_{\max} = \frac{\sigma_B - \sigma(\varepsilon_B)}{\sigma_B} \cdot 100\% = a^{\frac{\varepsilon_B}{\varepsilon_T}} \cdot 100\% \approx 0,43^4 \cdot 100\% \approx 3,4\%.$$

Для уточнения функции (3) очевидно необходимо находить параметры σ_0, γ на основе решения системы двух нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_T &= \sigma_{02}(1 - a^{\gamma_2 \varepsilon_T}), \\ \sigma_B &= \sigma_{02}(1 - a^{\gamma_2 \varepsilon_B}). \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим пример из [1] с использованием экспериментальных данных для стальной канатной проволоки диаметром $d=1,22$ мм:

$$m=0,59; \quad a = m - 1 = 0,41; \quad \sigma_T = 1009 \text{ МПа}; \quad \varepsilon_T = 0,005; \quad \sigma_B = 1711 \text{ МПа}; \quad \varepsilon_B = 0,022.$$

С учетом равенства $\gamma_1 = \frac{1}{\varepsilon_T} = 200$ функция (3) принимает вид:

$$\sigma_1 = 1711(1 - a^{200\varepsilon}). \quad (5)$$

Если параметры определить из системы (4), то $\sigma_{02} = 1753$ МПа, $\gamma_2 = 191$ и тогда

$$\sigma_2 = 1753(1 - a^{191\varepsilon}). \quad (6)$$

На рисунке 2 приведены отмеченные значками (о-о-о) экспериментальные точки диаграммы растяжения и аппроксимирующие функции (5) и (6). Видно, что последняя более точно отражает действительную зависимость $\sigma(\varepsilon)$. Вместе с тем, на участке $0,005 < \varepsilon < 0,02$ этот график также может заметно отклоняться от эксперимента, так как не учитывает ни одной промежуточной точки. Кроме того, есть еще одно обстоятельство, касающееся любой гладкой нелинейной функции. При моделировании знакопеременных упругопластических деформаций для процесса разгрузки обычно принимают линейную зависимость $\Delta \sigma_p = E \cdot \Delta \varepsilon_p$. Тогда на участке упругой деформации 01 (рисунок 1) в расчете может появиться остаточная деформация ε_0 , что противоречит физическому смыслу задачи.

Для устранения указанных неточностей предлагается использовать кусочную функцию вида:

$$\sigma_3 = \text{if}[\varepsilon < \varepsilon_T, E\varepsilon, \sigma_T + \sigma_{03}(1 - a_3^{\gamma_3 \varepsilon})]. \quad (7)$$

Последняя функция содержит три неизвестных параметра $\sigma_{03}, a_3, \gamma_3$ для нахождения которых используем систему трех нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_T &= \sigma_T + \sigma_{03}(1 - a_3^{\gamma_3 \varepsilon_T}), \\ \sigma_c &= \sigma_T + \sigma_{03}(1 - a_3^{\gamma_3 \varepsilon_c}), \\ \sigma_B &= \sigma_T + \sigma_{03}(1 - a_3^{\gamma_3 \varepsilon_B}). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь σ_c, ε_c – координаты промежуточной точки на диаграмме (σ, ε) (рисунок 1).

Для указанного выше примера функция (7) с учетом (8) принимает вид:

$$\sigma_3 = if[\varepsilon < \varepsilon_T, E\varepsilon, 1009 + 723(1 - 0,376^{213\varepsilon})] \quad (9)$$

Последняя функция, показанная на рисунке 2 жирной линией, наиболее точно отражает результаты эксперимента в пластической стадии деформации. Графики на рисунке 3 иллюстрируют относительную погрешность функций (5), (6) по сравнению с (9):

$$\psi_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_T} \cdot 100\%, \quad \psi_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_T} \cdot 100\%.$$

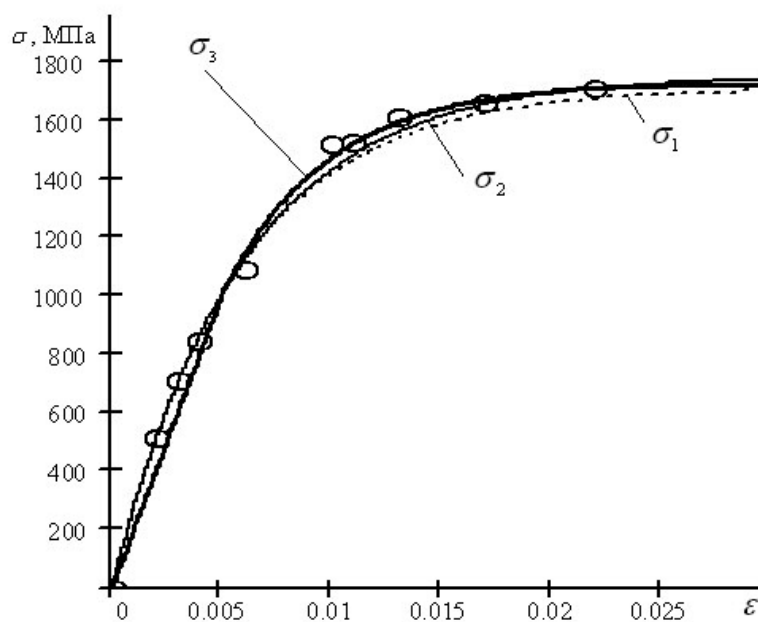


Рисунок 2 – Экспериментальные значения и аппроксимирующие функции диаграммы растяжения

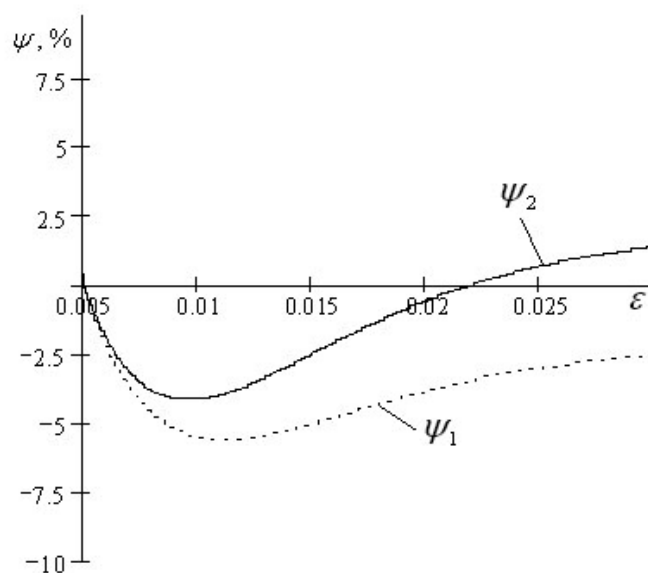


Рисунок 3 – Графики относительной погрешности функций (5) и (6) по сравнению с (9)

На основании выполненного анализа можно сделать вывод, что при моделировании знакопеременных технологических процессов упругопластической деформации конструкционной углеродистой стали диаграмму растяжения целесообразно описывать кусочной функцией вида (7). Для выбора неизвестных параметров такой функции, согласно предложенной методике, необходимы координаты трех точек с экспериментальной диаграммы (σ, ϵ).

Полученные данные планируется использовать для поиска уточненных решений нелинейных задач технологической механики упругопластического стержня, что и составит перспективы дальнейших исследований в данном направлении.

Библиографический список

1. Хромов В.Г. Выбор аппроксимирующей функции для диаграммы растяжения материала в задачах технологической механики стержня / В.Г. Хромов, И.В. Хромов // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь, 2007. — Вып. 80. — С. 20–22.
2. Бохонский А.И. Аналитические решения задач упругопластического изгиба элементов креплений объектов военной техники / А.И. Бохонский, А.В. Исаев, Т.В. Мозолевская // Сб. науч. тр. Севастоп. военно-мор. ин-та им. П.С. Нахимова. — Севастополь, 2003. — Вып. 2. — С. 14–20.
3. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. / В.И. Анурьев. — М.: Машиностроение, 1978. — Т. 1. — 728 с.

Поступила в редакцию 2.11.2007 г.