

УДК 004.7

К.С. Ткаченко*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: kvf@sevgtu.sebastopol.ua***АППРОКСИМАЦИЯ ПАРЕТО-МНОЖЕСТВ В ЗАДАЧЕ АНАЛИЗА
МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Рассматривается параметрическое оценивание модели многопроцессорной вычислительной системы. Приведено решение соответствующей задачи, численный пример.

Ключевые слова: параметрическая оптимизация, многопроцессорные системы.

В настоящее время вопросы, связанные с построением моделей многопроцессорных систем, как никогда актуальны [1]. Эти вопросы привлекают к себе внимание уже много лет, однако с появлением и активным использованием новых архитектур многие проблемы приходится переосмысливать с других точек зрения. Подобное подразумевает возможности наращивания количества процессоров, объемов памяти и пропускную способность узлов, что является одним из важнейших требований к современным вычислительным системам. Для современных систем характерна высокая степень автономности процессорных узлов [1]. Появляется необходимость исследования характеристик подобных систем, обеспечения однозначности результата выполнения программ на подобных системах.

Целью данной работы является анализ многопроцессорной системы как экспоненциальной сети массового обслуживания. Несмотря на большое многообразие подобных моделей, эти модели, однако, не предполагают их реализации на конкретных архитектурах. В любом случае ясно, что нельзя предложить некую универсальную модель многопроцессорной системы, хотя это и позволяет обозначить недостаточно изученную область современной науки и техники.

При моделировании многопроцессорных вычислительных систем и оценке их быстродействия применяются экспоненциальные замкнутые сети (СеМО). Основным показателем производительности многопроцессорных вычислительных систем считается среднее число активных процессоров P_A [2]. Процессор пассивен, если он занят обменом данными с оперативной памятью, и активен в противном случае. Для однородных многопроцессорных вычислительных систем, состоящих из однотипных процессоров, суммарное быстродействие равно произведению P_A и быстродействия процессора. Вычисление показателя P_A для подобных многопроцессорных вычислительных систем сводится к нахождению средней длины очереди в замкнутых экспоненциальных СеМО.

Рассмотрим замкнутую экспоненциальную СеМО, которая представлена на рисунке 1, где узел 0 модулирует N идентичных процессоров с параметром λ , узел 1 моделирует K идентичных модулей оперативной памяти с параметром μ . Предполагается, что K однолинейных устройств в узле 1 в стационарном режиме посещаются заявками с одинаковой частотой. Предполагается, что равномерная

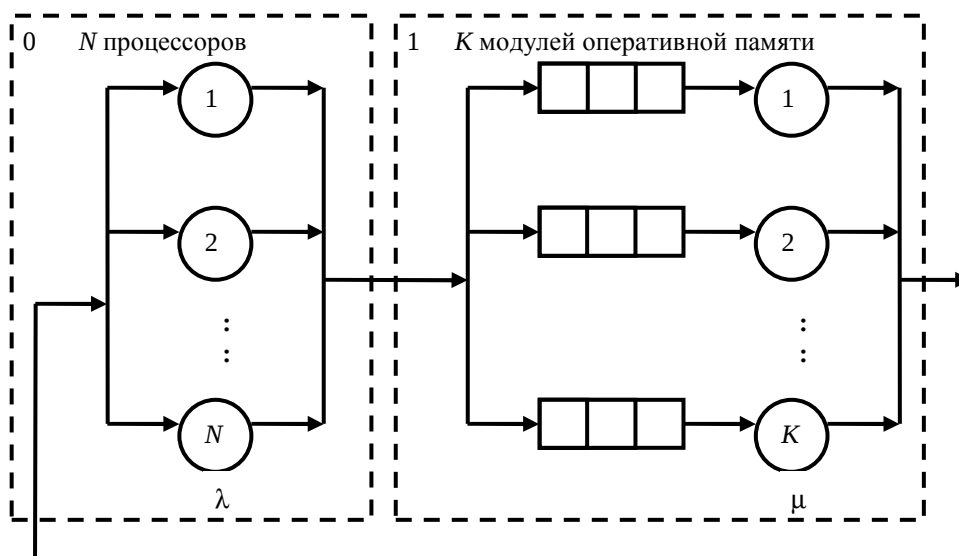


Рисунок 1 – Модель многопроцессорной вычислительной системы как СеМО

загрузка обеспечивает наилучшие показатели производительности. Согласно [2], в такой ситуации среднее число активных процессоров

$$\Pi_A = N - L, \quad (1)$$

где

$$L = \frac{N\rho G(N-1, K+1, \rho_2)}{G(N, K, \rho)}. \quad (2)$$

Нормирующая константа G рассчитывается по формуле:

$$G(N, K, \rho) = \sum_{l=0}^N C_l^{K-1+l} \frac{N!}{(N-l)!} \left(\frac{\rho}{K}\right)^l. \quad (3)$$

Считается, что

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4)$$

и

$$\rho_2 = \frac{K+1}{K} \rho. \quad (5)$$

На основании формул (1)...(5) получаем аналитическое выражение для оценки среднего числа активных процессоров в многопроцессорной вычислительной системе:

$$\Pi_A = N - \frac{N\rho \sum_{l=0}^{N-1} C_l^{K+l} \frac{(N-1)!}{(N-1-l)!} \left(\frac{\lambda}{K\mu}\right)^l}{\sum_{l=0}^N C_l^{K-1+l} \frac{N!}{(N-l)!} \left(\frac{\lambda}{K\mu}\right)^l}. \quad (6)$$

Кроме того, одним из критериев оценки структуры многопроцессорной вычислительной системы может служить её стоимость. Пусть $C_{\text{ПР}}$ – стоимость процессора, $C_{\text{ОП}}$ – стоимость модуля оперативной памяти. Тогда, если количество процессоров равно N , количество модулей оперативной памяти равно K , то стоимость многопроцессорной вычислительной системы определяется по формуле

$$C_{\text{МПВС}} = C_{\text{ПР}}N + C_{\text{ОП}}K. \quad (7)$$

Выполним анализ эффективности структуры многопроцессорной вычислительной система типа *POWEREDGE R910* [3], где число процессоров $N = 4$, число модулей памяти $K = 16$, параметр процессора $\lambda = 6400$ заявок/с, параметр модуля оперативной памяти $\mu = 533$ заявок/с, стоимость процессора $C_{\text{ПР}} = 744$ у.е., стоимость модуля оперативной памяти $C_{\text{ОП}} = 660$ у.е. Получим $\Pi_A = 0,28$, $C_{\text{МПВС}} = 13556$ у.е. Откуда следует, что, несмотря на значительную стоимость, ресурс вычислительной системы используется лишь на 7 %.

Выполним синтез оптимальной структуры серверной стойки типа *POWEREDGE R910*. Известно [3], что параметр процессора $\lambda = 6400$ заявок/с, параметр модуля оперативной памяти $\mu = 533$ заявок/с. В соответствии с конструктивными требованиями [3] число процессоров N выбирается из ряда 1, 2, 4, 8; число модулей оперативной памяти K выбирается из ряда 1, ..., 16. Требуется найти такие N и K , чтобы обеспечить условие максимума среднего числа активных процессоров (6) и минимума стоимости многопроцессорной вычислительной системы (7):

$$\begin{cases} N \in \{1, 2, 4, 8\}; \\ 1 \leq K \leq 16; \\ \Pi_A(N, K) \rightarrow \max; \\ C_{\text{МПВС}}(N, K) \rightarrow \min. \end{cases} \quad (8)$$

Те же самые требования (8) можно представить в виде, удобном для нахождения Парето-оптимального решения, приняв $C^0(N, K) = -C_{\text{МПВС}}(N, K)$, как:

$$\begin{cases} N \in \{1, 2, 4, 8\}; \\ 1 \leq K \leq 16; \\ \Pi_A(N, K) \rightarrow \max; \\ C^0(N, K) \rightarrow \max. \end{cases} \quad (9)$$

Выполняется нахождение альтернативных вариантов конфигурации, расчет по формулам (6), (7) для пар N и K из декартового произведения $\{(1,2,4) \times (1, \dots, 16)\}$. Затем выполняется выбор Парето-оптимальных альтернатив по критериям $(\Pi_A, -C_{МПВС})$ с учетом (9). Результат выбора сведен в таблицу 1. Результат вычислительного эксперимента приводится на рисунке 2, а на рисунке 3 приведен результат выполнения разработанной программы системы анализа МПВС.

Таблица 1 — Множество Парето-оптимальных альтернатив из $(\Pi_A, C_{МПВС})$ по (9)

№	Число процессоров, N	Число модулей оперативной памяти, K	Среднее число активных процессоров, Π_A	Стоимость многопроцессорной вычислительной системы, $C_{МПВС}$, у.е.
1	1	1	0,08	1404
2	2	2	0,12	2808
3	4	3	0,16	4956
4	4	4	0,20	5616
5	4	15	0,28	12876

Видно, что максимум среднего числа активных процессоров и минимум стоимости многопроцессорной вычислительной системы достигается при Парето-оптимальных альтернативах.

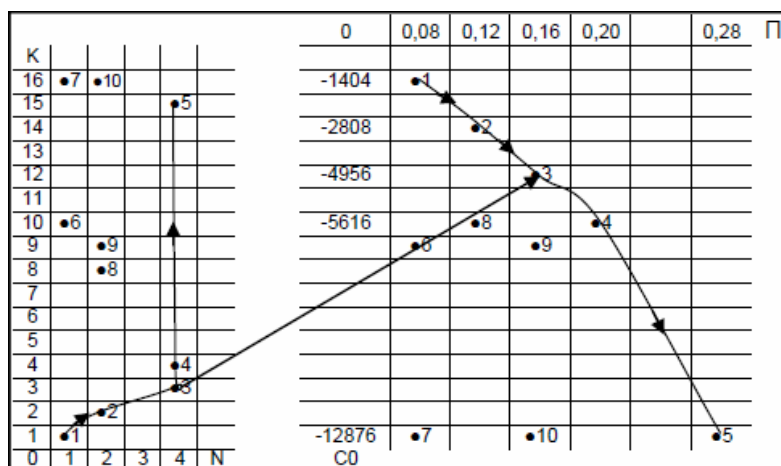


Рисунок 2 — Построение Парето-множества

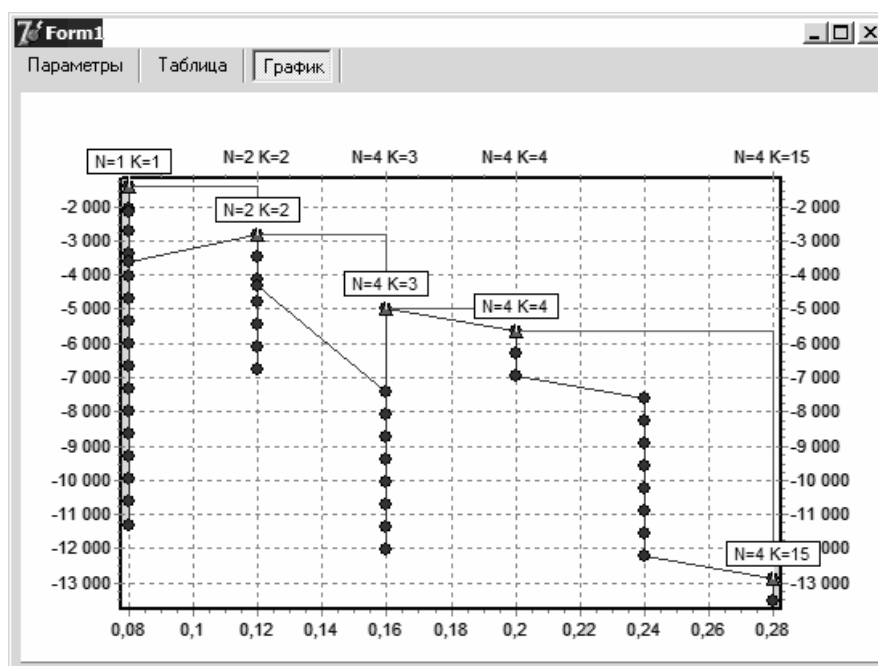


Рисунок 3 — Множество Парето-оптимальных решений при работе разработанной системы

В работе рассмотрена постановка и решение одной из задач параметрической оптимизации абстрактной многопроцессорной системы как сети массового обслуживания. Разработана диалоговая система поддержки принятия решения. Полученный результат можно использовать при решении подобных оптимизационных задач.

Дальнейшей разработкой станет рассмотрение случая, когда длительности обслуживания запросов к модулям оперативной памяти имеют произвольное распределение.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Топорков В.В. Модели распределенных вычислений / В.В. Топорков. — М.: Физматлит, 2004. — 320 с.
2. Сигнаевский В.А. Методы оценки быстродействия вычислительных систем / В.А. Сигнаевский, Я.А. Коган. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. — 256 с.
3. Сервер для установки в стойку *Dell PowerEdge R910* с форм-фактором *4U* [Электронный ресурс] / Поддержка крупных предприятий Dell. — Электрон. дан. — М., [2010] — Режим доступа: <http://www1.euro.dell.com/ru/ru/enterprise/Серверы/poweredge-r910/pd.aspx?refid=poweredge-r910&s=pad>, свободный. — Загл. с экрана. — Яз. рус., англ.
4. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей / В.М. Вишневский. — М.: Техносфера, 2003. — 512 с.

Поступила в редакцию 27.10.2010 г.

Ткаченко К.С. Апроксимації Парето-множин у задачі аналізу багатопроцесорних обчислювальних систем

Розглядається параметричне оцінювання моделі багатопроцесорної обчислювальної системи. Наведено розв'язок відповідного завдання, чисельний приклад.

Ключові слова: параметрична оптимізація, багатопроцесорні системи.

Tkachenko K.S. Approximation of Pareto-Sets in the analysis of multiprocessor computer systems

Parametric estimation of the model of multiprocessor computer system is considered. Solution of the corresponding problem and the numerical example are also provided.

Keywords: parametric optimization, multiprocessor systems.