

УДК 389

О.В. Иванченко, канд. техн. наук,**М.В. Кривонос, бакалавр,****Д.Ю. Бирюков, бакалавр***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevtu.sebastopol.ua***МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОГО СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ С ДВУХЗВЕННЫМ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ**

Представлена опорная математическая модель цифрового средства измерений, содержащего многошаговый аналого-цифровой преобразователь (АЦП) последовательных приближений. Получены расчетные соотношения для оценки результата измерений с учетом особенностей построения АЦП.

Ключевые слова: *цифровые средства измерений, двухзвенная модель АЦП последовательных приближений, нормированная весовая функция.*

В современном мире высоких технологий выполняется огромное количество измерений различных характеристик сложных технических систем, нередко функционирующих в экстремальных условиях (например, системы управления и обеспечения безопасности АЭС; информационно-управляющие системы аэрокосмической техники и т. д.). Поэтому для таких систем особую практическую значимость приобретают задачи по обеспечению малых погрешностей результатов измерений.

Решение этих задач с требуемым быстродействием достигается за счет широкого использования цифровых средств измерений (ЦСИ), основу которых составляют аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП).

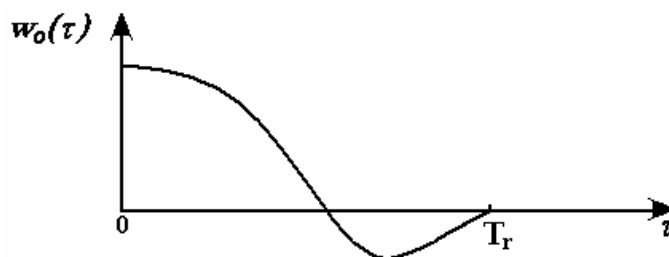
Многовариантность задач проектирования ЦСИ с использованием АЦП и большие затраты на отработку, проверку рабочих версий обуславливают внедрение современных математических и инженерных методов системного анализа, развитых средств автоматизированного моделирования [1]. В [1–3] детально характеризуются области применения АЦП и ЦАП, специфику которых можно определить по значению основных электрических и конструктивных параметров, что значительно упрощает работу по проектированию ЦСИ. Однако, несмотря на это, существенным недостатком, с которым сталкиваются различные производители ЦСИ, является отсутствие единого математического аппарата, обеспечивающего возможность оценки выполнения требований по погрешности результатов измерений расчетным путем при минимальном объеме экспериментального материала [2]. К тому же, решение этой задачи с каждым годом усложняется, поскольку возникают дополнительные физико-технологические, эксплуатационные и экономические ограничения при производстве микроэлектроники. В частности, данные по прогнозируемому скейлингу параметров [3] интегральных схем за период 2009–2012 гг., включая ЦАП и АЦП, изменятся следующим образом: напряжение питания уменьшится с 0,9 В до 0,6 В; разброс напряжения питания не превысит 40 мВ; тактовая частота увеличится с 2,5 ГГц до 3,0 ГГц и т.д.

Исходя из этого, подтверждается актуальность построения математических моделей цифровых средств измерения, в состав которых входят различные цифровые устройства, такие как рассматриваемый ниже двухзвенный АЦП последовательного приближения.

Целью статьи является построение математической модели цифрового средства измерений с двухзвенным АЦП последовательного приближения, адекватно отражающей свойства цифрового средства измерения с учетом взаимного влияния метрологических и эксплуатационных характеристик.

Известно [2], что математическая модель средства измерения представляет собой математическое описание его особенностей и свойств, влияющих на результат измерения.

Как правило, при разработке тех или иных моделей считается, что особенности, свойства СИ определяются динамическими, шумовыми параметрами внутренних элементов и схемотехники. При этом динамические свойства средства измерения учитываются путём оценки его инерционности посредством определения длительности переходных процессов до момента времени T_r (рисунок 1), когда прибор начинает работать в установившемся (устойчивом) режиме. На рисунке 1 изображена нормированная весовая функция $w_o(\tau)$, с помощью которой можно получить наглядное представление о длительности переходного процесса в цифровом средстве измерения.

Рисунок 1 — Нормированная весовая функции $w_o(\tau)$ СИ

В теории измерений [2, 4] наряду с нормированными весовой $w_o(\tau)$ и переходной $h_o(t)$ функциями, в качестве динамических математических моделей аналоговых средств измерений (АСИ) применяются еще три вида моделей. Но если их использование для отображения свойств АСИ особых проблем не вызывает, то при решении аналогичной задачи для ЦСИ возникают трудности, связанные с получением $w_o(\tau)$ и $h_o(t)$ в дискретной форме представления. Кроме того, особые сложности возникают при оценке взаимного влияния метрологических и эксплуатационных характеристик. Рассмотрим на примере разрабатываемой модели ЦСИ с АЦП последовательного приближения как частично устраняются отмеченные трудности.

Согласно [1, 2, 4] основной вклад в формирование погрешностей цифрового средства измерения вносят аналоговые измерительные преобразователи (АИП) и АЦП. Упрощенная структурная схема цифрового средства измерения изображена на рисунке 2.

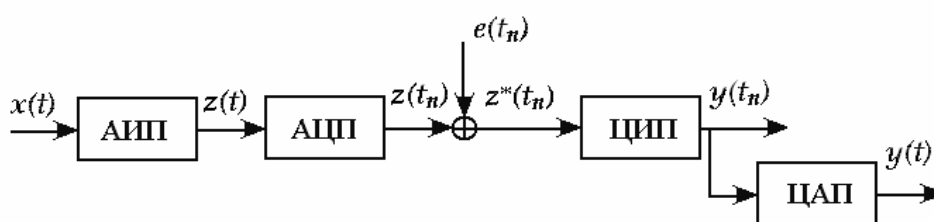


Рисунок 2 — Структурная схема цифрового средства измерения

В соответствии со структурной схемой (рисунок 2) в аналоговую часть цифрового средства измерения входят аналоговый измерительный преобразователь (АИП) и АЦП. С помощью АИП осуществляется преобразование измеряемой величины $x(t)$ в величину $z(t)$, которая является входной для АЦП. Математическая модель АИП без учета аддитивной погрешности записывается в форме линейного дифференциального уравнения вида [2]

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i z(t)}{dt^i} = k_1 \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \quad (1)$$

где a_i , $i = \overline{0, n}$; b_j , $j = \overline{0, m}$ — постоянные коэффициенты, причем $a_0 = b_0 = 1$; k_1 — коэффициент чувствительности АИП.

Безусловно, пользоваться соотношением (1) для моделирования процессов функционирования АИП очень неудобно и сложно. Такая же ситуация возникает при использовании подобных моделей других составных частей ЦСИ. В частности, при построении моделей АЦП и цифрового измерительного преобразователя (ЦИП) необходимо учитывать их коэффициенты чувствительности k_2, k_3 соответственно. Поэтому с целью упрощения в [2, 4] была получена обобщенная модель ЦСИ, согласно которой результат измерения в дискретной форме записывается в виде

$$y(t_n) = k \sum_{\xi=0}^{r-1} w_{o\xi} x(t_{n-\xi}), \quad (2)$$

где $k = k_1 k_2 k_3$ — коэффициент чувствительности ЦСИ; $r = r_1 + r_3 - 1$, r_1, r_3 — число интервалов преобразования АИП и ЦИП соответственно.

Уравнение (2) рассматривается как основное результирующее соотношение математической модели ЦСИ. С помощью данного уравнения выполняется операторное преобразование измеряемой величины $x(t_{n-\xi})$, представленной в виде последовательности, в результат измерения $y(t_n)$. Коэффициенты $w_{o\xi}$, $\xi = \overline{0, r-1}$ называются нормированными весовыми коэффициентами ЦСИ, а их упорядоченная совокупность – нормированной дискретной весовой функцией (НДВФ). Она совместно с коэффициентом чувствительности представляет опорную математическую модель ЦСИ в форме дискретной весовой функции, т. е. $kw_{o\xi}$, где $\xi = \overline{0, r-1}$ [2].

Важное свойство НДВФ – каждая сумма сомножителей в правой части (2) равна единице и, следовательно, справедливо

$$\sum_{\xi=0}^{r-1} w_{o\xi} = 1. \quad (3)$$

Наглядная иллюстрация поведения НДВФ ЦСИ в зависимости от времени показана на рисунке 3.

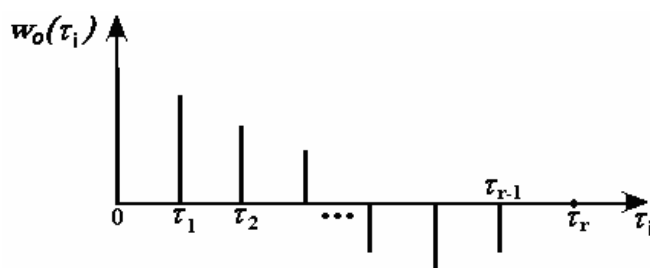


Рисунок 3 — Графическое изображение нормированной дискретной весовой функции ЦСИ

С учетом физической сущности особый интерес представляет поведение НДВФ в зависимости от погрешности ЦСИ и продолжительности времени эксплуатации. Для этого формально укрупним объект исследования, перейдя от упрощенной структурной схемы цифрового средства измерений (рисунок 2) к его представлению в виде инерционного четырехполосника (ИЧП), процесс функционирования которого можно описать с помощью соответствующих метрологических характеристик.

Будем полагать, что основным элементом ЦСИ, формализовано выполненного в виде ИЧП, является АЦП последовательного приближения. Любой АЦП последовательного приближения можно рассматривать как некоторый многомерный набор одноразрядных двоичных квантователей (ОДК) [1]. Это позволяет нам использовать известную двухзвенную модель ОДК для оценки результатов измерений ЦСИ с учетом инерционных свойств АЦП последовательного приближения.

Двухзвенная модель АЦП последовательного приближения в первом приближении учитывает инерционные свойства ЦСИ. Она включает в свой состав ЦАП и компаратор напряжений, эквивалентно представляемые последовательно включенными звеньями первого порядка с постоянными времени τ_o и τ_k [2]. Передаточная функция данной модели записывается следующим образом

$$W(p) = \frac{1}{(p\tau_o + 1)(p\tau_k + 1)}. \quad (4)$$

Применим обратное преобразование Лапласа к уравнению (4), полагая $\tau_o = \tau_k$

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \frac{1}{\tau_o} e^{-\frac{1}{\tau_o}t} (1 + t - \tau_o). \quad (5)$$

Функция $w(t)$ является весовой функцией двухзвенного АЦП последовательного приближения.

Учитывая уровень формализации задачи для модели (2), с помощью соотношения (5) можно определить значения нормированных весовых коэффициентов $w_{o\xi}$, $\xi = \overline{0, r-1}$ ЦСИ.

Для построения математической модели на основе соотношений (2),(3) запишем коэффициент чувствительности ЦСИ в виде $k = 1/q$, где q – размер единицы величины, воспроизводимой ЦСИ. Известно [2, 4], что основные особенности формирования результата измерения учитываются с помощью определения значения q , а именно

$$\frac{[x]}{[x_o]} = q \neq 1, \quad (6)$$

где $[x]$ – единица величины, которую воспроизводит ЦСИ с учетом аддитивной и мультипликативной составляющих погрешности; $[x_o]$ – величина государственного эталона.

Выражение (6) представляет математическую модель единицы величины, воспроизводимой цифровым средством измерения. Наиболее интересные и рациональные операции определения отношения $\frac{[x]}{[x_o]}$ рассмотрены в [1, 2].

Используя опорную модель (соотношения (2), (3)), запишем оценочную модель для определения весовой функции ЦСИ, представленного в виде инерционного четырехполюсника с АЦП ПП, как

$$w(t_n) = kw_o(t_n), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (7)$$

$$\text{где } w_o(t_n) = \begin{cases} \sum_{\xi=0}^n w_{o\xi} = 1 & \text{при } n \leq r-1, \\ 0 & \text{при } n > r-1. \end{cases}$$

На рисунке 4 в трехмерной системе координат представлена зависимости весовой функции ЦСИ с двухзвенным АЦП ПП, полученная с использованием соотношений (4)–(7). Расчеты выполнены для случая измерения постоянного напряжения 0,1 В (истинное значение) при следующих исходных данных: разрешающая способность проектируемого ЦСИ составляет $D = 0,01$ мВ; погрешность измерения постоянного напряжения для соответствующего поддиапазона изменяется в пределах от $\pm 0,05\% \pm 3D$ до $\pm 0,5\% \pm 3D$; постоянная времени звеньев первого порядка $\tau_o = 1$ с.

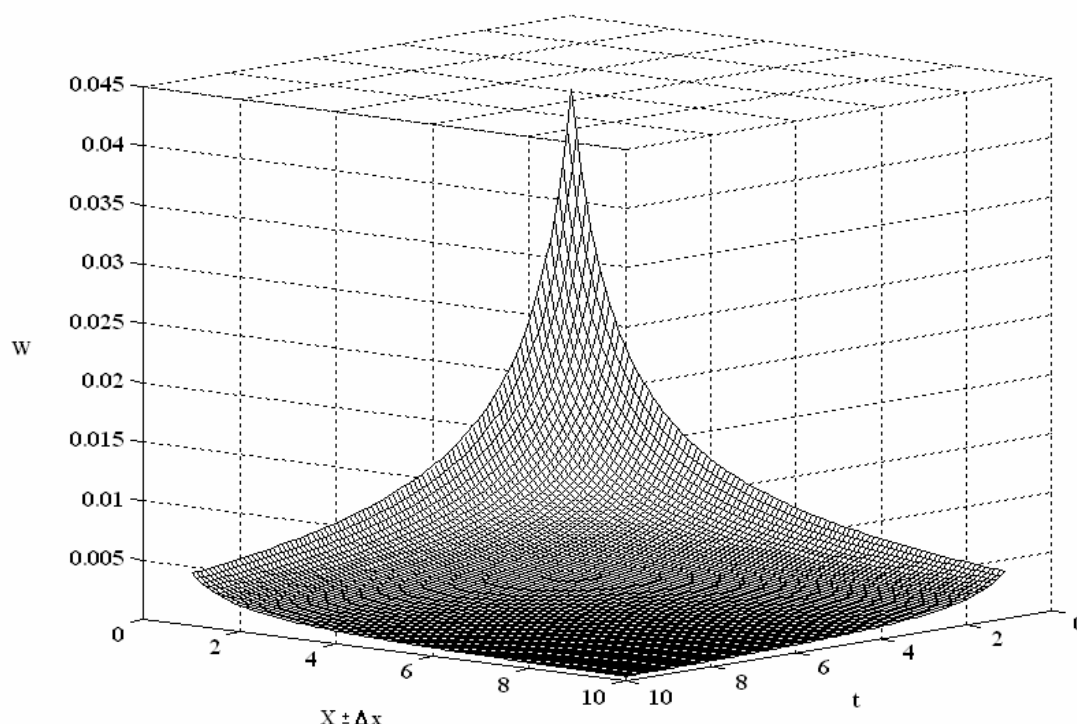


Рисунок 4 — Зависимость весовой функции (W) ЦСИ с двухзвенным АЦП ПП от продолжительности функционирования (t) и точности измерения величины $[x] = X \pm \Delta x$

Результаты расчетов, выполненные с использованием основных соотношений предложенной модели, свидетельствуют об адекватном отражении существующих зависимостей между основными характеристиками и параметрами ЦСИ. В разработанной модели основное внимание уделено оценке весовой функции для установленного уровня формализации представления объекта исследования.

Дальнейшие перспективы применения модели связаны с решением задач по обоснованию предельных величин различных параметров и синтезу ЦСИ с заданными характеристиками.

Библиографический список использованной литературы

1. Федорков Б.Г. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение / Б.Г. Федорков, В.А. Телец; под ред. Федоркова Б.Г. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 320 с.
2. Назаров Н.Г. Метрология. Основные понятия и математические модели / Н.Г. Назаров. — М.: Высш. шк., 2002. — 348 с.
3. Щука А.А. Электроника / А.А. Щука. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 752 с.
4. Назаров Н.Г. Измерения: планирование и обработка результатов / Н.Г. Назаров. — М.: Изд-во стандартов, 2000. — 304 с.

Поступила в редакцию 17.09.2010 г.

Іванченко О.В., Кривонос М.В., Бірюков Д.Ю. Математична модель цифрового засобу вимірювань з двома ланками аналогово-цифрового перетворювача послідовних приближень

Представлена опорна математична модель цифрового засобу вимірювань, що містить багатокроковий АЦП послідовних приближень. Отримано розрахункові співвідношення для оцінки результату вимірювань з урахуванням особливостей побудови АЦП.

Ключові слова: цифрові засоби вимірювань, модель АЦП з двома ланками послідовних приближень, нормована вагова функція.

Ivanchenko O.V., Krivonos M.V., Biryukov D.Yu. A mathematical model of a digital meter with a double-hinged successive approximation analog-to-digital converter

A basic mathematical model of a digital meter containing multistep successive approximation ADC is provided. The design equations for measurement results estimation that consider ADC construction features are found.

Keywords: digital meters, double-hinged successive approximation ADC, normalized weight function.