

УДК 657

Н.Ю. Шипилов, доцент, канд. техн.наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: nik.shipilov@mail.ru***РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ВЗАИМОСВЯЗИ «ЗАТРАТЫ – ВЫХОД ПРОДУКЦИИ – ПРИБЫЛЬ» В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

Рассматриваются вопросы построения функциональной зависимости прибыли от объема деятельности в условиях отсутствия точной информации о ценах на продукцию, величине спроса и затратах.

Ключевые слова: *затраты, прибыль, неопределенность*

Постановка проблемы. К традиционным разделам управленческого учета, перечисленным в классических учебниках и монографиях, относятся направления, связанные с планированием и принятием управленческих решений, а именно: исследование взаимосвязи затрат, объема выпуска продукции и прибыли, анализ информации для принятия краткосрочных решений, информационное обеспечение принятия инвестиционных решений, бюджетирование. В рамках любого из перечисленных направлений используются расчетные модели, в которых исходные данные, относящиеся к будущим учетным периодам, задаются константами. Однако обоснование управленческих решений часто приходится выполнять в условиях неопределенности исходных данных. Неопределенность имеет место, когда характеристика объекта (например, числовое множество) состоит более чем из одной точки. Для решения традиционных задач управленческого учета в условиях отсутствия точной информации об объекте необходима разработка новых аналитических моделей.

Анализ последних исследований и публикаций. Проблемой взаимосвязи прибыли и выхода продукции при допущении разделения затрат на переменные и постоянные занимались многие отечественные и зарубежные теоретики управленческого учета: Б.И.Валуев, М.С. Пушкарь, Голов С.Ф., Бутинец Ф.Ф., Нападовская Л.В., Друри К., Хорнгрен Ч.Т., Нидлз Б. Классическая модель взаимосвязи «затраты – выход продукции – прибыль» строится при следующих предположениях: [1, 2]

- а) поведение доходов и затрат жестко определено и линейно по отношению к объему производства;
- б) все затраты можно разделить на переменные и постоянные;
- в) постоянные затраты независимы от объема в пределах области релевантности;
- г) цена реализации не меняется;
- д) анализ применяется только для одного продукта или для набора продуктов неизменной структуры;
- е) объем производства равен объему реализации;
- ж) цены на ресурсы, используемые в производстве, не меняются.

Основная формула, применяемая в анализе «затраты – выход продукции – прибыль» в случае выпуска одного продукта:

$$\text{Операционная прибыль} = \frac{\text{Цена за ед.} \cdot \text{количество ед. реализованной продукции}}{\text{ед. реализованной продукции}} - \frac{\text{Удельные переменные затраты} \cdot \text{количество ед. реализованной продукции}}{\text{ед. реализованной продукции}} - \text{Постоянные затраты} \quad (1)$$

Из предложенного списка ограничений мы видим, что мы имеем дело с линейной функцией зависимости финансового результата от объема выпуска, в которой все величины цен и затрат являются константами.

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. В реальности мы не имеем точной информации о событиях в будущем. Мы не знаем, сколько продукции мы продадим и произведем, по какой цене ее будут покупать, расходы предприятия в будущем также точно не известны. Таким образом, предприятие действует в условиях неопределенности, когда количественные характеристики объекта задаются числовыми множествами. Параметры, входящие в формулу (1) для вычисления операционной прибыли относятся к будущему, и точно определить их как постоянные величины не представляется возможным.

Постановка задачи. Целью исследования является разработка формализованной модели взаимосвязи «затраты – выход продукции – прибыль» при допущениях, накладываемых на исходные данные и результаты, чтобы учесть условия неопределенности в будущем.

Научная новизна полученных результатов заключается в обосновании и разработке модели функциональной зависимости прибыли от объема деятельности в условиях отсутствия точной

информации о ценах на продукцию, величине спроса и затратах. В основе модели лежат как классические методы управленческого учета (директ-кост), так и методы теории вероятностей (операции над случайными числами, линеаризация функций нескольких случайных переменных).

Изложение основного материала. Существует несколько подходов к формализации понятия «неопределенность», когда характеристика объекта (например, числовое множество) состоит более чем из одной точки. Если для этих элементов множества известны только граничные элементы множества – это интервальная неопределенность. Если заданы соответствующие вероятности или другие вероятностные характеристики, то имеет место вероятностная неопределенность. И, наконец, при задании для каждого элемента множества соответствующей степени принадлежности мы имеем дело с нечеткостью.

В работе предлагается модель взаимосвязи «затраты – выход продукции – прибыль» при следующих допущениях:

а) некоторые допущения классической модели сохраняются (такие, как деление затрат на переменные и постоянные; равенство объема производства и реализации);

б) цена продукции, удельные переменные затраты и постоянные затраты (в разрезе отдельных статей), величина спроса на продукцию являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону, с известными вектором математических ожиданий и ковариационной матрицей;

в) количество выпускаемой продукции является действительным неслучайным числом, изменяющимся в диапазоне релевантности. Диапазон релевантности ограничен сверху величиной спроса на продукцию.

Для проведения расчетов нам придется складывать и перемножать случайные величины, причем они могут быть статистически взаимозависимы, то есть изменение одной из величин в среднем влечет за собой изменение другой величины (пример с ценами и спросом). При проведении расчетов автором применяется метод моментов, когда арифметические операции над случайными числами сводятся к операциям над векторами математических ожиданий и ковариационными матрицами.

Пусть для двух случайных величин X и Y нам известны математические ожидания этих величин m_X и m_Y , дисперсии D_X и D_Y и ковариация $Cov(X, Y)$.

Зная вектор математических ожиданий и ковариационную матрицу двух случайных величин, необходимо оценить математическое ожидание и дисперсию их суммы и произведения.

Для линейной функции случайных величин величины математических ожиданий и дисперсий известны из теории вероятностей [3]:

Линейная функция нескольких случайных величин

$$Z = \sum_{i=1}^n a_i X_i + b. \quad (2)$$

Математическое ожидание

$$m_Z = \sum_{i=1}^n a_i m_{X_i} + b. \quad (3)$$

Дисперсия

$$D_Z = \sum_{i=1}^n a_i^2 D_{X_i} + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \text{cov}(X_i, X_j), \quad (4)$$

где знак $i < j$ под суммой обозначает, что суммирование распространяется на все попарные сочетания случайных величин вектора $(X_1; X_2; \dots; X_n)$.

Произведение двух случайных величин

Предлагаемая модель является приближенной, так как результат произведения нормально распределенных величин не является величиной, распределенной по нормальному закону. Кроме того, математики не знают точной формулы для вычисления дисперсии произведения случайных величин, между которыми существует статистическая зависимость. Автором доказано следующее утверждение, в котором применен метод линеаризации [3,4]:

Утверждение 1. Если функцию $Z = XY$ разложить в ряд Тейлора первого порядка в окрестности точки $(m_X; m_Y)$, то математическое ожидание и дисперсия произведения двух случайных величин приближенно вычисляются следующим образом

$$m_Z = m_X m_Y, \quad (5)$$

$$D_Z = m_Y^2 D_X + m_X^2 D_Y + 2 m_X m_Y \text{cov}(X, Y). \quad (6)$$

Доказательство

Разложим функцию $Z = XY$ в ряд Тейлора первого порядка в окрестности точки $(m_X; m_Y)$

$$Z(X; Y) = Z(m_X; m_Y) + \left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_{m_X} (X - m_X) + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_{m_Y} (Y - m_Y). \quad (7)$$

Подставив в (7) значения функции и частных производных, получим

$$Z(X; Y) = m_X m_Y + m_Y (X - m_X) + m_X (Y - m_Y). \quad (8)$$

Раскроем скобки в (8)

$$Z(X; Y) = -m_X m_Y + m_Y X + m_X Y. \quad (9)$$

Используя выражения (3) и (6) для линейной функции двух случайных величин (9), получим

$$m_Z = m_X m_Y,$$

$$D_Z = m_Y^2 D_X + m_X^2 D_Y + 2m_X m_Y \text{cov}(X, Y).$$

Утверждение доказано.

Рассмотрим пример производства и реализации изделия А, исходные данные по которому приведены в таблице 1. Исходные данные можно задавать граничными значениями интервалов $[m - 3\sigma; m + 3\sigma]$, где m – математическое ожидание случайной величины, σ – среднее квадратическое отклонение. В задаче предполагается, что все исходные случайные величины статистически независимы.

Таблица 1 – Исходные данные

Показатель	Значение
Спрос на продукцию, шт.	[10000;12000]
Цена за ед. (грн.)	[20;25]
Переменные затраты на ед. (грн.)	[10;14]
Постоянные затраты общие (грн.)	[54000;60000]

При таких допущениях финансовый результат является случайным числом, распределенным по нормальному закону с учетом приближенности метода. Результаты расчетов приведены в таблице 2

Таблица 2 – Результаты расчетов

Объем производства, шт.	Финансовый результат, грн.	Примечание
[10000;12000]	[21629;95371]	Финансовый результат при удовлетворении прогнозируемого спроса
10000	[15844;80156]	Объем производства соответствует нижней границе прогнозируемого спроса. Вероятность достижения 1, вероятность убытка 0
11000	[23155;93845]	Объем производства соответствует средней величине прогнозируемого спроса. Вероятность достижения 0,5, вероятность убытка 0
7835	[5;50530]	Объем производства соответствует нижней границе сегмента гарантированной прибыли. Вероятность убытка 0
6000	[-13442;25442]	Объем производства принадлежит переходному сегменту, где возможны и прибыль, и убыток. Вероятность убытка 0,18
4136	[-27149;5]	Объем производства соответствует нижней границе переходного сегмента. Вероятность убытка 1.

Первая строка соответствует ситуации, когда случайный спрос на продукцию удовлетворяется полностью, но мы не знаем конкретно, на каком объеме закупаемой продукции остановится потребитель. Оценка финансового результата при полном удовлетворении спроса показывает большой разброс – от 21629 грн до 95371 грн. Вторая строка иллюстрирует ситуацию, когда мы удовлетворяем минимально гарантированный спрос. Но если мы захотим продать больше 10000 единиц продукции, то мы можем столкнуться с ситуацией, когда произведенную продукцию у нас могут не купить. Например, в следующей строке таблицы 2 средняя величина спроса на продукцию 11000 ед. может быть достигнута только с вероятностью 0,5. Если мы попробуем снижать объем производства и реализации, то мы можем

прийти к той величине выпуска, ниже которой будет возможен убыток. Величина выпуска продукции 6 тыс. ед. соответствует ситуации, когда интервал возможных значений финансового результата содержит внутри точку 0, т.е. возможны и прибыль, и убыток. По площади фигуры под графиком плотности вероятности левее 0 можно посчитать вероятность убыточной деятельности 0,18. Объем производства 4136 ед. соответствует нижней границе переходного сегмента, где возможны и прибыль, и убыток. Это означает, что при объеме 4135 ед. и ниже предприятие получит гарантированный убыток.

Выводы. В условиях неопределенности исходных данных не существует конкретной величины объема реализации, соответствующей понятию «точка безубыточности». Следует ввести понятие «сегмент возможного убытка», внутри которого для каждого объема реализации можно вычислить вероятности прибыльной или убыточной деятельности.

Перспективы дальнейших исследований. Представленная в работе задача моделирования взаимосвязи затрат, объема реализации и прибыли в условиях неопределенности, представляет собой начальный этап наших исследований. Перечень других направлений управленческого учета, которые требуют своего разрешения в условиях неопределенности, включает в себя краткосрочные управленческие решения (например, задача оптимизации ассортимента выпускаемой продукции в условиях ограниченности одного или нескольких ресурсов), обоснование инвестиционных решений по методу чистой дисконтированной стоимости будущих денежных потоков (в случае когда ни величины денежных поступлений или выплат, ни требуемые ставки дисконтирования точно не известны). Представляется возможным решить задачу составления бюджета (финансового плана) предприятия, в котором исходные данные представлены случайными числами. Результат этого процесса планом назвать нельзя, потому что план – это совокупность целевых установок, жестких или легко выполнимых, к которым надо стремиться. Это скорее финансовый прогноз в условиях неопределенности, и применять его можно для оценки состояния предприятия и реальности планов. Конечный этап финансового прогноза – это прогнозная финансовая отчетность в случайных величинах, открывающая новые возможности для анализа финансового состояния и эффективности деятельности предприятия в предстоящем периоде.

Библиографический список

1. Друри К. Управленческий и производственный учет / К. Друри; пер. с англ. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. — 1071 с.
2. Хорнгрен Ч.Т. Бухгалтерский учет: управленческий аспект / Ч.Т. Хорнгрен; пер. с англ. О.Д. Кавериной, И.В. Романовского; под ред. Я.В. Соколова. — М.: Финансы и статистика, 2003. — 416 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. — М.: Физматгиз, 1962. — 564 с.
4. Шипилов Н.Ю. Подходы к моделированию взаимосвязи между случайными величинами в автоматизированных системах / Н.Ю. Шипилов // Автоматизация: проблемы, идеи, решения: матер. междунар. науч.-техн. конф., Севастополь, 7-12 сент. 2009 г. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2009. — С. 161–164.

Поступила в редакцию 17.05.2010 г.