

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

По дисциплине “Экономический анализ (теория)”
к лабораторным занятиям по теме:
“Анализ экономической информации на основе
статистической обработки данных”
с применением ПЭВМ для студентов специальностей
7.050106 “Учет и аудит” и 7.050104 “Финансы”

Севастополь

УДК 311(075.8)

Методические указания по дисциплине “Экономический анализ (теория)” к лабораторным занятиям по теме: “Анализ экономической информации на основе статистической обработки данных” с применением ПЭВМ для студентов специальностей 7.050106 “Учет и аудит” и 7.050104 “Финансы” /Сост. Т.А. Мараховская, О.С. Доценко. - Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2004-34с.

В настоящих методических указаниях приведено содержание лабораторной работы и требования к ее выполнению, краткие теоретические сведения о статистических методах обработки информации, знание которых необходимо для выполнения и защиты работы, изложена общая последовательность работы на ПЭВМ, исходные данные по вариантам.

Методические указания предназначены для студентов всех форм обучения по специальностям 7.050106 “Учет и аудит” и 7.050104 “Финансы”.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры “Учет и аудит” СевНТУ (протокол № от)

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензенты:

Письменная Т.И., к.э.н., доцент;

Орленков В.В., к.э.н., доцент каф. ЭиМ

СОДЕРЖАНИЕ

1. Теоретическая часть.....	4
2. Контрольный пример.....	12
3. Инструкция по применению программного обеспечения.....	18
4. Требования к отчету.....	19
1. Контрольные вопросы.....	20
Библиографический список.....	21
Приложение А. Значение χ^2 -критерия Пирсона.....	22
Приложение Б. Индивидуальные задания.....	23

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Цель: Освоить простейшие статистические методы обработки экономической информации. Научиться проводить аналитическую группировку (построение гистограммы), проверку соответствия полученных эмпирических данных нормальному закону распределения. Уметь давать экономическую интерпретацию результатам, полученным при статистической обработке данных.

При экономическом анализе какого-либо массового явления часто используют статистические методы обработки информации. Это делается для доказательства однородности и представительности (достаточности количества наблюдений) собранного материала.

Статистические данные, обладающие некоторыми общими свойствами, характеризующие какое-либо массовое явление принятые к обработке, называются статистической совокупностью.

Ряд абсолютных или относительных чисел показывающих, как часто встречается в совокупности то или иное значение признака или вероятности его значений (распределение вероятностей) называется распределением.

Результат группировки данных, полученных при статистическом наблюдении, и представления их в виде вариационного ряда называется эмпирическим распределением.

Распределение, выбранное для описания закона, которому подчиняется фактическое распределение называется теоретическим. В качестве теоретических распределений в экономических исследованиях используются биномиальное, нормальное, логарифмически нормальное, Максвелла, Пуассона, полиномиальное и др.

Если изучаемый признак представляет собой результат суммарного действия многих факторов, каждый из которых мало связан с большинством остальных, и влияние каждого фактора на конечный результат намного перекрывается суммарным влиянием всех остальных факторов, то распределение становится близким к закону нормального распределения. Нормальное распределение признака наблюдается в тех случаях, когда на величину признака явления действует множество случайных, независимых или слабо зависимых факторов, каждый из которых играет в общем итоге относительно незначительную роль (отсутствуют доминирующие факторы). Главная особенность нормального распределения (закон Гаусса-Лапласа). состоит в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения.

Обработка статистической совокупности состоит из следующих этапов:

- 1-построение интервального вариационного ряда;
- 2-расчет числовых характеристик вариационного ряда;
- 3-установление закона распределения, которому подчиняются эмпирические данные;
- 4-построение гистограммы эмпирического распределения и линии теоретического распределения;
- 5- экономическая интерпретация результатов статистической обработки данных

1 этап-построение интервального вариационного ряда

Имеющиеся в распоряжении исследователя исходные данные первоначально располагают в виде дискретного вариационного ряда. Он представляет собой таблицу, в которой показатели располагаются в порядке возрастания (уменьшения) значений. Если одинаковые значения показателя повторяются несколько раз, то их можно в таблице записать один раз, указав число повторений.

При построении интервального вариационного ряда переходят от дискретного к интервальному вариационному ряду. Диапазон значений варьирующего признака разбивают на интервалы, количество которых определяется по формуле Стерджесса:

$$L=1+[3.32LG(N)], \quad (1.1)$$

где N - количество исходных данных .

Тогда размер интервала определяется по формуле:

$$K = \frac{X_{MAX} - X_{MIN}}{1 + 3.32 \lg N}, \quad (1.2)$$

где X_{MAX} максимальное значение признака,
 X_{MIN} минимальное значение признака.

Разность между MAX и MIN значениями признака называют размахом вариации:

$$R = X_{MAX} - X_{MIN}, \quad (1.3)$$

Обычно величину K округляют до ближайшего большего значения, приемлемого для практических расчетов.

После разбивки диапазона значений варьирующего признака на интервалы определяется количество данных, попавших в каждый из них. Если значение признака X совпадает с границей i интервала, при решении вопроса о включении признака в интервал пользуются правилом $X_{i-1} < X \leq X_i$, где X_i -верхняя граница i интервала. Исключением являются только значения X , равные X_0 , т.е.

совпадающие с нижней границей первого интервала. Эти значения принадлежат первому интервалу.

2 этап-расчет числовых характеристик вариационного ряда.

Основными числовыми характеристиками интервального вариационного ряда являются:

- 1.Среднее значение $\bar{X}$.
- 2.Дисперсия G^2 .
- 3.Коэффициент вариации V .
- 4.Среднее квадратическое отклонение G .
- 5.Коэффициенты асимметрии A и эксцесса E .
- 6.Минимум MIN .
- 7.Максимум MAX .
- 8.Медиана Me .
- 9.Мода Mo .
- 10.Размах R .

Приведем упрощенный способ оценки средней, дисперсии, коэффициента вариации, среднего квадратического отклонения, коэффициентов асимметрии и эксцесса на основе расчета начальных и центральных моментов.

Среднее значение рассчитывается по формуле:

$$\bar{X} = \bar{X}' * K + C, \quad (2.1)$$

где

$$\bar{X}' = \frac{\sum x X' * m_x}{\sum m_x}, \quad (2.2)$$

(2.2)

$$X' = (X - c) / K, \quad (2.3)$$

(2.3)

где m_x – частота.

Очевидно, что от выбора числовых значений C и K зависит на сколько простым будет вычисление средней арифметической для измененного ряда (не по X а по X').

Значения C и K обычно выбирают так, чтобы новые варианты $X' = (X - c) / k$ были небольшими целыми числами:

-если ряд дискретный, то в качестве C берется вариант, занимающий срединное положение в вариационном ряду (если таких вариантов два, то за C принимается тот, которому соответствует большая частота), за K принимается наибольший общий делитель вариантов $(X - c)$;

-если ряд интервальный, то его заменяют дискретным, тогда C -центр срединного интервала (если таких интервалов два, то берется тот, которому соответствует наибольшая частота), за K принимают длину интервала.

Для расчета дисперсии находятся начальные моменты для измененного ряда ($\tilde{V}'_q$) порядка q:

$$\tilde{V}'_q = \frac{\sum_x x'^q \cdot m_x}{\sum_x m_x}, \quad (2.4)$$

т.е.

$$\tilde{V}'_1 = \sum x' \cdot m_x / \sum m_x, \quad (2.5)$$

$$\tilde{V}'_2 = \sum (x')^2 \cdot m_x / \sum m_x, \quad (2.6)$$

$$\tilde{V}'_3 = \sum (x')^3 \cdot m_x / \sum m_x, \quad (2.7)$$

$$\tilde{V}'_4 = \sum (x')^4 \cdot m_x / \sum m_x. \quad (2.8)$$

Далее рассчитываются центральные моменты для измененного ряда ($\tilde{\mu}'_q$) порядка q:

$$\tilde{\mu}'_2 = \tilde{V}'_2 - (\tilde{V}'_1)^2 \quad (2.9)$$

$$\tilde{\mu}'_3 = \tilde{V}'_3 - 3 \cdot \tilde{V}'_1 \cdot \tilde{V}'_2 + 2 \cdot (\tilde{V}'_1)^3 \quad (2.10)$$

$$\tilde{\mu}'_4 = \tilde{V}'_4 - 4 \cdot \tilde{V}'_1 \cdot \tilde{V}'_3 + 6 \cdot (\tilde{V}'_1)^2 \cdot \tilde{V}'_2 - 3 \cdot (\tilde{V}'_1)^4. \quad (2.11)$$

Далее осуществляется переход от измененного ряда со средней арифметической X' к ряду со средней арифметической X с помощью момента ($\tilde{\mu}_q$) порядка q:

$$\tilde{\mu}_q = \tilde{\mu}'_q \cdot K^q. \quad (2.12)$$

$$\tilde{\mu}_2 = \tilde{\mu}'_2 \cdot K^2 \text{ -дисперсия} \quad (2.13)$$

$$\tilde{\mu}_3 = \tilde{\mu}'_3 \cdot K^3. \quad (2.14)$$

$$\tilde{\mu}_4 = \tilde{\mu}'_4 \cdot K^4 \quad (2.15)$$

Среднее квадратическое отклонение(G) находим по формуле:

$$G = \sqrt{\tilde{\mu}_2}. \quad (2.16)$$

Коэффициент вариации(V):

$$V = G / \bar{X}. \quad (2.17)$$

Если коэффициент вариации меньше 33%, то совокупность однородна, а средняя для нее типична.

Если частоты вариантов, равностоящих от некоторого значения равны между собой, то вариационный ряд называют симметричным. В этом случае значение, о котором идет речь, является и средней величиной, и модой, и медианой одновременно. Если же расположение вариантов вокруг средней неодинаково, т.е. частоты по обе стороны от средней изменяются неодинаково, то вариационный ряд называют асимметричным, или скошенным. Различают правостороннюю (положительную) и левостороннюю (отрицательную) асимметрию.

Правосторонняя асимметрия имеет место, если значения большие чем средняя, распространяются дальше от нее, чем меньшие, численность которых при этом преобладает. При левосторонней асимметрии вправо от вершины расположена более короткая ветвь кривой, преобладают большие варианты (см. рисунок 1). Большинство экономических явлений имеют правостороннюю асимметрию

а) б)
 а) правосторонняя асимметрия; б) левосторонняя асимметрия
 Рисунок 1- Асимметричные распределения

Коэффициент асимметрии (А) рассчитывается по формуле:

$$A = \tilde{\mu}_3 / (\sqrt{\tilde{\mu}_2})^3. \quad (2.18)$$

Если $A > 0$, то асимметрия правосторонняя ($Mo < Me < \bar{X}$), если $A < 0$, то асимметрия левосторонняя ($\bar{X} < Me < Mo$), если $A = 0$, то вариационный ряд симметричен ($\bar{X} = Me = Mo$).

Коэффициент асимметрии не имеет ни верхней, ни нижней границы, что снижает его ценность как меры асимметрии. Практически коэффициент асимметрии редко бывает особенно велик, а для умеренно асимметричного ряда он обычно меньше единицы.

Если $|A| \leq 2\sigma_A$, где σ_A -среднее квадратическое отклонение коэффициента асимметрии:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6(N-1) * N}{(N-2) * (N+1) * (N+3)}}, \quad (2.18a)$$

то распределение можно считать нормальным, а асимметрию несущественной.

Крутость вариационного ряда, т.е. высоковершинность (островершинность) или низковершинность. характеризует коэффициент эксцесса (Е), который вычисляется по формуле:

$$E = (\tilde{\mu}_4 / (\tilde{\mu}_2)^2) - 3. \quad (2.19)$$

В качестве меры крутости используется четвертый нормированный момент E , измеряющий отклонение вершины фактического ряда от вершины нормального распределения :

За стандартное значение эксцесса принимают $E=0$. Кривые, у которых $E<0$ по сравнению с нормальной менее крутые, имеют более плоскую вершину и называются плосковершинными. Кривые, у которых $E>0$ более крутые, имеют более острую вершину и называются островершинными (см. рисунок 2). Наличие положительного эксцесса означает, что в изучаемой массе явлений существует слабо варьирующее по данному признаку “ядро”, окруженное рассеянными “гало”. При существенно отрицательном эксцессе такого “ядра” нет совсем.

Если $|E| \leq 2\sigma_E$, где σ_E - среднее квадратическое отклонение коэффициента эксцесса:

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{24N(N-1)^2}{(N-3)*(N-2)*(N+3)*(N+5)}}, \quad (2.19a),$$

то распределение можно считать нормальным, а эксцесс несущественным.



Рисунок 2-Кривые нормального распределения с различными коэффициентами эксцесса

Медиана лежит в середине ранжированного ряда и делит его пополам. Для несгруппированных данных, например, если ряд содержит четное количество элементов ($2*N$), медиана Me определяется как средняя арифметическая из двух срединных значений:

$$Me = (X_n + X_{n+1})/2, \quad (2.20)$$

а при нечетном количестве $2*N+1$ элементов -это срединный элемент N :

$$Me = X_n. \quad (2.21)$$

В интервальном ряду медианному интервалу соответствует первая из накопленных частот F_i , превышающая половину всего объема ряда. Внутри этого интервала медиана рассчитывается по формуле

$$Me = X_{me} + K \frac{(0.5 \sum F_i) - F_{me-1}}{F_{me}}, \quad (2.22)$$

где X_{me} - начало медианного интервала;

F_{me}, F_{me-1} - накопленные частоты интервалов соответственно медианного и предшествующего медианному;

$0.5 \sum F_i$ - половина суммы всех частот.

Аналогично при нахождении моды Mo для дискретных рядов ее значение берется по определению, т.е. значение элементов ряда, которому соответствует наибольшая частота. В случае интервальных рядов вначале определяется модальный интервал, которому соответствует наибольшая плотность относительной частоты. И внутри этого модального интервала вычисляется значение моды:

$$Mo = X_{mo} + K \frac{F_{mo} - F_{mo-1}}{(F_{mo} - F_{mo-1}) + (F_{mo} - F_{mo+1})}, \quad (2.23)$$

где X_{mo} - начало модального интервала;

F_{mo} - частота модального интервала;

F_{mo-1}, F_{mo+1} - частоты соответственно предшествующего модальному и последующего интервалов.

В нормальном распределении соблюдается равенство трех характеристик: средней арифметической, моды, и медианы:

$$X = Mo = Me$$

3 этап-установление закона распределения, которому подчиняются эмпирические данные

При анализе массовой экономической информации возникает потребность в статистической обработке данных. Это связано с необходимостью проверки подчинения данных нормальному закону распределения, наличие которого выявляется с помощью простейших методов статистической обработки данной информации. Только в случае подчинения статистической совокупности закону нормального распределения можно в дальнейшем использовать приемы экономического анализа (факторный анализ, корреляционно-регрессионный анализ и т.д.) с целью дальнейшего исследования и возможностей вероятностной оценки прогноза экономической ситуации.

Проверка соответствия выборки нормальному закону распределения состоит из следующих основных этапов:

- 1) построение гистограммы распределения фактических значений исследуемых величин (она должна приближаться к линии теоретического распределения);
- 2) построение теоретической кривой распределения (она должна иметь форму нормального распределения - форму колокола);
- 3) анализ значений $\bar{X}$, Mo , Me (в нормальном распределении эти значения приблизительно равны между собой);

4) анализ значений коэффициентов А и Е (в нормальном распределении эти значения несущественны);

5) проверка соответствия фактического распределения теоретическому с помощью критерия согласия χ^2 Пирсона и правила трех сигм (см. далее).

Сравнение эмпирического $F(x)$ и теоретического распределений производится с помощью специально подобранной случайной величины -критерия согласия. Существует несколько критериев согласия: χ^2 Пирсона, Колмогорова, Смирнова и др.

Критерий согласия χ^2 Пирсона - наиболее часто встречающийся критерий для проверки гипотезы о законе распределения.

Воспользуемся этим критерием.

В качестве меры распределения между $m(i)$ (эмпирическая частота) и $p(i)$ (теоретическая частота) для $i=1,...,N$ используют критерий

$$\chi^2 = \sum \frac{(m(i)-p(i))^2}{p(i)} \quad (3.1)$$

Правила применения критерия χ^2 сводится к следующему. Рассчитанное значение χ^2 сравнивается с табличным $\chi^2_{\text{табл}}$ (см. приложение А) при соответствующем числе степеней свободы k ($k=L-2$) и заданном уровне значимости. Число степеней свободы -количество вариантов, которые могут принимать значения, функционально не связанные друг с другом.

Уровень значимости определяется таким образом, что $P(\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}) = \alpha$ (величина α принимается равной 0,05)

Определив значение критерия Пирсона по данным конкретной выборки, можно встретиться с такими вариантами:

1) $\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}$, т. е. χ^2 попадает в критическую область. Это означает, что расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами существенно и его нельзя объяснить случайными колебаниями выборочных данных. В таком случае гипотеза о близости эмпирического распределения к нормальному отвергается.

2) $\chi^2_{\text{расч}} \leq \chi^2_{\text{табл}}$, т.е. рассчитанный критерий не превышает максимально возможную величину расхождений эмпирических и теоретических частот, которая может возникнуть в силу случайных колебаний выборочных данных. В этом случае гипотеза о близости эмпирического распределения к нормальному не отвергается.

Как отмечалось выше, статистика χ^2 имеет распределение лишь при $n \geq 50$, поэтому необходимым условием применения критерия χ^2 Пирсона является наличие в каждом из интервалов по меньшей мере 5-10 наблюдений. Если

количество наблюдений в отдельных интервалах очень мало (порядка 1-2), то имеет смысл объединить некоторые разряды.

Если случайная величина имеет нормальное распределение, то она подчиняется правилу трех сигм: в промежутке $\bar{X} \pm \sigma$ находится 68,3% всех значений признака; в промежутке $\bar{X} \pm 2\sigma$ находится 95,4% всех значений признака; в промежутке $\bar{X} \pm 3\sigma$ находится 99,7% всех значений признака.

4 этап-построение гистограммы эмпирического распределения и линии теоретического распределения

Гистограмма служит для изображения только интервального вариационного ряда. Для ее построения в прямоугольной системе координат по оси абсцисс откладывают отрезки, изображающие интервалы варьирования, и на этих отрезках, как на основании, строят прямоугольники с высотами, равными частотам соответствующего интервала. В результате получается ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, которая и называется гистограммой.

Линия теоретического распределения характеризует такое распределение, которое получилось бы при полном погашении всех случайных причин, затемняющих основную закономерность. В случае нормального распределения эта кривая должна иметь форму колокола, а гистограмма эмпирического распределения должна приближаться к ней.

5 этап- экономическая интерпретация статистической обработки данных

Экономическая интерпретация - это вывод о результатах, полученных с помощью статистической обработки данных, обобщающая информация о форме распределения совокупности, об основных закономерностях, исследованных в процессе расчетов. На этом этапе должен быть дан краткий отчет по всем перечисленным выше этапам с итоговым выводом о соответствии (или несоответствии) совокупности нормальному распределению.

2. КОНТРОЛЬНЫЙ ПРИМЕР

Задание

Обработать исходные данные экономической информации с помощью простейших статистических методов с целью соответствия их нормальному закону распределения

Таблица 1-Исходные данные о средней выработке на одного рабочего в отчетном году в процентах к предыдущему

9,43	7,3	11,68	10,56	7,9
6,88	10,87	11,35	10,39	7,83
11,02	11,1	9,76	8,9	10,45
7,28	7,52	6,24	9,47	9,2



7,22	7,58	10,45	9,77	11,26
10,27	10,8	11,72	5,26	9,65
4,04	10,63	5,75	7,38	9,51
5,9	10,63	7,87	11,65	7,85
5,48	6,33	11,66	9,59	5,95
10,17	13,22	12,67	12,63	9,16
9,55	12,7	10,26	8,39	6,99
5,02	8,28	12,05	8,32	11,03
8,26	9,6	7,48	13,81	10,75
10,57	12,08	10,04	8,51	11,56
7,6	5,19	9,33	11,95	7,03
8,73	8,45	8,71	9,44	8,73
9,51	7,38	7,78	6,63	7,99
9,47	9,53	9,98	6,96	8,42
8,12	10,22	12,82	5,93	9,57
8,88	11,11	9,88	11,08	8,85

Этапы обработки данных

1. Построение интервального вариационного ряда.
2. Расчет числовых характеристик вариационного ряда:
 - а) Среднее значение $\bar{X}$,
 - б) Дисперсия G^2 ,
 - в) Коэффициент вариации V ,
 - г) Среднее квадратическое отклонение G ,
 - д) Коэффициенты асимметрии A и эксцесса E ,
 - е) Минимум MIN ,
 - ж) Максимум MAX ,
 - з) Медиана Me ,
 - и) Мода Mo ,
 - к) Размах R .
3. Установление закона распределения, которому подчиняются эмпирические данные:
 - а) с помощью критерия согласия χ^2 Пирсона,
 - б) с помощью закона 3σ .
4. Построение гистограммы эмпирического распределения и линии теоретического распределения.
5. Экономическая интерпретация результатов статистической обработки данных.

1 этап-построение интервального вариационного ряда

Представим исходные данные значений в виде таблицы, показатели которой располагаются в порядке возрастания (см. таблицу 2)

Таблица 2-Расположение исходных данных в порядке возрастания

4,02	7,38	8,73	9,76	11,03
------	------	------	------	-------

5,02	7,48	8,73	9,77	11,08
5,19	7,52	8,85	9,88	11,10
5,26	7,58	8,88	9,98	11,11
5,48	7,60	8,90	10,34	11,26
5,75	7,78	9,16	10,17	11,35
5,90	7,83	9,20	10,22	11,56
5,93	7,85	9,33	10,26	11,65
5,95	7,87	9,43	10,27	11,66
6,24	7,90	9,44	10,39	11,68
6,33	7,99	9,47	10,45	11,72
6,63	8,12	9,47	10,45	11,95
6,88	8,26	9,51	10,56	12,05
6,96	8,28	9,51	10,57	12,08
6,99	8,32	9,53	10,63	12,63
7,03	8,39	9,55	10,63	12,67
7,22	8,42	9,57	10,75	12,70
7,28	8,45	9,59	10,80	12,82
7,30	8,51	9,60	10,87	13,22
7,38	8,71	9,65	10,02	13,81

При построении интервального вариационного ряда переходят от дискретного к интервальному вариационному ряду. Диапазон значений варьирующего признака разбивают на интервалы, количество которых определяется по формуле Стерджесса (см. формулы 1.1, 1.2, 1.3)

Для рассматриваемого примера:

$$N = 100$$

$$L = 1 + [3.32 \lg(100)] = 7,64 .$$

Таким образом, количество интервалов должно быть не менее 8.

$$K = \frac{13.81 - 4.04}{7.64} = \frac{9.77}{7.64} = \frac{9.77}{7.64} = 1.28 .$$

Обычно величину K округляют до ближайшего большего значения, приемлемого для практических расчетов.

После разбивки диапазона значений варьирующего признака на интервалы определяется количество данных, попавших в каждый из них.

Для дискретного ряда, приведенного в таблице 2, интервальный вариационный ряд представлен в таблице 3 (см. 1 и 2 столбцы).

2 этап-расчет числовых характеристик вариационного ряда.

Среднее значение (обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень явления в конкретных условиях места и времени, отражающий величину варьирующего признака в расчете на единицу качественно однородной совокупности) рассчитывается по формулам 2.1, 2.2, 2.3

В нашем примере:

$c=9,8$ (вариант, имеющий наибольшую частоту) (см. таблицу 3).

$K=1,28$.

Таблица 3-Расчетная

Выработка в отч. году в% к предыдущ (интервалы)	Кол- во ра- бочих (m_x)	Середина интервала X	$X' = (X-c)/k$	$X' m_x$	$(X')^2 m_x$	$(X')^3 m_x$	$(X')^4 m_x$
1	2	3	4	5	6	7	8
4,04-5,32	4	4,68	-4	-16	64	-256	1024
5,32-6,6	7	5,96	-3	-21	63	-189	567
6,6-7,88	18	7,24	-2	-36	72	-144	288
7,88-9,16	17	8,52	-1	-17	17	-17	17
9,16-10,44	24	9,80	0	0	0	0	0
10,44-11,72	21	11,08	1	21	21	21	21
11,72-13,00	7	12,36	2	14	28	56	112
13,00-14,28	2	13,64	3	6	18	54	162
Итого	100	×	×	-49	283	-475	2191

$$\bar{X}' = \frac{\sum X' * m_x}{\sum m_x} = -49/100 = -0,49,$$

$$\bar{X} = \bar{X}' * k + c = -0,49 * 1,28 + 9,8 = 9,17.$$

Для удобства дальнейших расчетов, находим и оформляем в таблицу значения колонок 5-8 таблицы3.

Для расчета дисперсии (среднего квадрата отклонений вариантов от их средней величины) находим

$$\tilde{V}'_1 = -0,49 \text{ (см. формулу 2.5),}$$

$$\tilde{V}'_2 = 2,83 \text{ (см. формулу 2.6),}$$

$$\tilde{V}'_3 = -4,75 \text{ (см. формулу 2.7),}$$

$$\tilde{V}'_4 = 21,91 \text{ (см. формулу 2.8).}$$

Далее рассчитываются центральные моменты для измененного ряда ($\tilde{\mu}'_q$) порядка q:

$$\tilde{\mu}'_2 = 2,59 \text{ (см. формулу 2.9),}$$

$$\tilde{\mu}'_3 = -0,83 \text{ (см. формулу 2.10),}$$

$$\tilde{\mu}'_4 = 16,51 \text{ (см. формулу 2.11).}$$

Далее осуществляется переход от измененного ряда со средней арифметической X' к ряду со средней арифметической X с помощью момента ($\tilde{\mu}_q$) порядка q (см. формулы 2.12-2.15):

$$\tilde{\mu}_2 = 4,24 \text{ - (дисперсия } G^2),$$

$$\tilde{\mu}_3 = -1,27,$$

$$\tilde{\mu}_4 = 58,8.$$

Среднее квадратическое отклонение(G) находим по формуле:

$$G = \sqrt{\tilde{\mu}_2} = 2,06.$$

Коэффициент вариации(V) (показатель относительной колеблемости признака) (см. формулу 2.17):

$$V = 2,06/9,17 = 0,2246 \text{ (22,46\%)}.$$

Коэффициент асимметрии (A) (показатель степени асимметрии) (см. формулу 2.18):

$$A = -0,15.$$

$$\sigma_A = 0,24 \text{ (см. формулу 2.18a),}$$

$-0,15 / 0,24 < 0,48$, следовательно, асимметрия незначительна.

Коэффициент эксцесса (E) (показатель крутости вариационного ряда) (см. формулу 2.19):

$$E = 0,27.$$

$$\sigma_E = 0,48 \text{ (см. формулу 2.19a),}$$

$0,27 / 0,48 < 0,96$, следовательно, эксцесс незначительный.

Медиана Me (вариант, стоящий в середине ранжированного ряда и делящий его пополам) (см. формулу 2.22):

$$Me = 9,16 + \frac{1,28 \cdot 50 - 46}{24} = 9,91.$$

Мода Mo (наиболее часто встречающееся значение признака) (см. формулу 2.23):

$$Mo = 9,16 + 1,28 \cdot \frac{24 - 17}{(24 - 17) + (24 - 21)} = 10,06.$$

Значения моды медианы и средней величины практически совпадают (10,06; 9,91; 9,17), следовательно, распределение близко к нормальному.

3 этап-установление закона распределения, которому подчиняются эмпирические данные:

а) с помощью критерия согласия χ^2 Пирсона.

Используя формулу (3.1) и таблицу 1 приложения А, находим:

χ^2 теоретическое=12,6 при числе степеней свободы 6. χ^2 расчетное=4,62.



χ^2 теоретическое $>$ χ^2 расчетное, следовательно, данные подчиняются нормальному закону распределения;

б) используя правило трех сигм.

$$\begin{array}{l} \bar{X} + \sigma = 9,17 + 2,06 = 11,23 \\ \bar{X} - \sigma = 9,17 - 2,06 = 7,11 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \bar{X} + \sigma \\ \bar{X} - \sigma \end{array}} \right\} 68\%$$

$$\begin{array}{l} \bar{X} + 2\sigma = 9,17 + 4,12 = 13,29 \\ \bar{X} - 2\sigma = 9,17 - 4,12 = 5,05 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \bar{X} + 2\sigma \\ \bar{X} - 2\sigma \end{array}} \right\} 97\%$$

$$\begin{array}{l} \bar{X} + 3\sigma = 9,17 + 6,18 = 15,34 \\ \bar{X} - 3\sigma = 9,17 - 6,18 = 2,99 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \bar{X} + 3\sigma \\ \bar{X} - 3\sigma \end{array}} \right\} 100\%$$

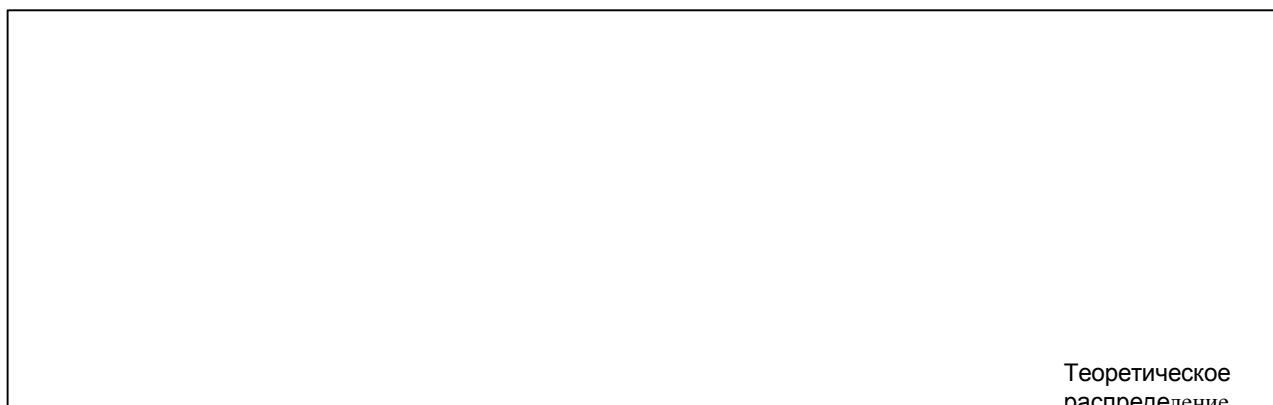
Данные подчиняются нормальному закону распределения.

4 этап- построение гистограммы эмпирического распределения и линии теоретического распределения

Построим гистограмму эмпирического распределения и теоретическую кривую по данным, приведенным в таблице (последние 2 интервала(см. таблицу 3 столбец 1) объединим).

Таблица 4-Итоговая

Данные для гистограммы		Данные для теоретического распределения		
Интервалы	Эмпирическая частота	Начало интервала	Теоретическая вероятность	Теоретич. частота $(F(X_i) - F(X_{i-1})) * 100$
4, 04-5,32	4	4,04	0.006	0,6
5,32-6,6	7	5,32	0.024	2,4
6,6-7,88	18	6,6	0.075	7,5
7.88-9.16	17	7.88	0.16	16
9.16-10.44	24	9.16	0.23	23
10.44-11.72	21	10.44	0.23	23
11.72-14.28	9	11.72	0.16	16
		14.28	0.10	10



Теоретическое
распределение



5 этап -экономическая интерпретация статистической обработки данных

Таким образом, из проделанных расчетов видно, что разброс выработки на одного работника предприятия в отчетном году в процентах к предыдущему достаточно значителен: от 4,04% до 13,81%. Размер средней выработки=9,17%. Значение медианы 9,91% получилось выше этого значения. Это говорит о том, что более половины всех сотрудников работают с выработкой выше средней. Коэффициент вариации меньше 0,33 (0,2246), поэтому совокупность можно называть однородной, а величину средней выработки на одного рабочего типичной. Поскольку коэффициент асимметрии равен -0,15, то асимметрия левосторонняя (т.к. $A < 0$) и достаточно слабая ($-0,15 < 0,48$). Коэффициент эксцесса, равный 0,27, показывает, что кривая, по сравнению с нормальной, более острая (т.к. $E > 0$) и называется островершинной: в совокупности данных есть некоторое слабо варьирующее ядро ($0,27 < 0,96$). Действительно, выработка подавляющего большинства работников близка к среднему и медианному значениям. С помощью моды можно определить наиболее часто встречающуюся выработку 10,6%. Несущественность показателей эксцесса и асимметрии, а также приблизительное равенство значений моды, медианы и средней величины говорит о том, что в выборке данных по выработке на одного рабочего наблюдаются особенности нормального распределения. Это же характеризуют построенные гистограмма эмпирического распределения и теоретическая линия распределения, а так же подтверждают критерий согласия χ^2 Пирсона ($\chi^2_{\text{теоретическое}} > \chi^2_{\text{расчетное}}$ ($12,6 > 4,69$)) и правило трех сигм, примененное к исходной совокупности.

3. ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

к заданию по оцениванию параметра и проверки гипотезы о нормальном распределении с помощью программ ST11.EXE, XI.EXE

Гипотеза о нормальном характере распределения позволяет вычислять теоретические значения для вероятности $p(i)$ попасть в i -ый интервал. Для этого необходимо воспользоваться формулой

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1),$$

где x_1 и x_2 - концы рассматриваемого интервала, а $F(x_2)$ и $F(x_1)$, - значения функции Лапласа.

1. При запуске программы ST11.EXE на экране появляется меню -запрос: с каким из видов распределения Вы собираетесь работать?



- 1) Отрицательное экспоненциальное распределение (называется также экспоненциальным распределением).
- 2) Нормальное распределение (Гауссовское распределение).
- 3) Нормальное распределение, используемое как аппроксимация биномиального распределения.
- 4) Нормальное распределение, используемое как аппроксимация пуассоновского распределения.
- 5) Прямоугольное распределение (равномерное распределение).
- 6) Выход из программы.

Нам, например, необходимо для работы нормальное распределение, называемое Гауссовским, поэтому выбираем в меню п.2, нажимаем:2,ВВОД(<ВК>).

2. ЭВМ выдает запрос о вводе среднего m и стандартного отклонения s (средне-квадратического отклонения).

Задаем среднее m и стандартное отклонение s . Вводим два значения через запятую. Например:1.5,6,<ВК>

3. ЭВМ опять выдает запрос: "Введите значение x ", для которого следует вычислить $F(X)$.Задаем X , например $X = -3$,<ВК>.ЭВМ выдает расчет: $F(-3) = 1,222423E-02$ и задает следующий запрос.

4. Чтобы ввести новое значение X , нажмите N.Чтобы вернуться к началу (в меню), нажмите R. Т.к. нам надо вычислить следующее значение интервала, то нажимаем N и задаем следующее значение X , например, $X = -1$, <ВК> при следующем запросе о вводе значения X .

5. ЭВМ выдает сообщение: $F(-1) = 0,1586551$

$$F(-1) - F(-3) = 0,14643$$

Нам необходимо значение в интервале $F(-1) - F(-3) = 0,14643$ записать в тетрадь, так как оно является искомой теоретической вероятностью $p(i)$ в интервале X от -3 до -1.

6. Затем ЭВМ опять выдает запрос : Чтобы ввести новое значение X нажмите N (и продолжите дальше).

XI.EXE

1. Введите число классов (количество интервалов).
2. Введите общее число измерений .
3. Эмпирическая частота и затем теоретическая вероятность .

4. ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

Отчет по лабораторной работе должен быть оформлен на листах формата А-4 с указанием на титульном листе названия кафедры; темы работы; группы, фамилии и инициалов выполнившего работу; фамилии, инициалов и должности принявшего работу.

Отчет должен содержать:

1. Цель работы.
2. Исходные данные (см. приложение Б).
3. Порядок выполнения расчетов:
 - а) построение интервального вариационного ряда;
 - б) расчет числовых характеристик вариационного ряда:
 - размаха
 - средней арифметической,
 - дисперсии,
 - среднего квадратического отклонения,
 - коэффициента вариации:
 - моды,
 - медианы,
 - эксцесса,
 - асимметрии;
 - в) график гистограммы эмпирического распределения;
 - г) график теоретической линии распределения в тех же осях координат, построенный с помощью программы ST11. EXE.
 - д)установление закона распределения, которому подчиняются эмпирические данные:
 - с помощью анализа показателей M_o , M_e , средней, эксцесса, асимметрии,
 - с помощью графического представления формы распределения,
 - с помощью критерия согласия χ^2 Пирсона (воспользовавшись программой XI.EXE и приложением А),
 - с помощью правила трех сигм;
4. Экономическая интерпретация результатов статистической обработки данных

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется нормальным распределением.
2. С чем в экономическом анализе связана необходимость подчинения данных нормальному закону распределения.
3. Понятие эмпирического распределения.
4. Понятие теоретического распределения
5. Укажите особенности кривой нормального распределения.
6. Характеристики формы распределения вариационного ряда.
7. Формула для расчета асимметрии.
8. Формула для расчета эксцесса.
9. Показатели вариации (колеблемости) признака.
- 10.Расчет дисперсии.
- 11.Показатели, характеризующие центр распределения.
- 12.Расчет моды, медианы и средней величины.
- 13.Что такое гистограмма и ее построение.

14. Приведите примеры, когда медиана является качественным и количественным показателем.
15. Приведите примеры, когда мода является качественным и количественным показателем
16. В чем суть критерия согласия χ^2 Пирсона.
17. Правило трех сигм.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Общая теория статистики: Учебник/Под ред. чл.-корр. РАН И.И. Елисеевой. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Финансы и статистика, 2002. - 480с.
2. Доугерти К. Введение в эконометрику : Учебник/ К. Доугерти. - М. : ИНФРА - М, 1997. - 490с.
3. Ефимова М.Р. Общая теория статистики: Учебник/ М.Р. Ефимова. - М.: ИНФРА-М, 2002. - 412с
4. Математические методы в экономике : Учебник/ О. О. Замков и др. - М. : МГУ им. М. В. Ломоносова : Изд-во " ДИС ", 1997. - 368с.
5. Эддоус М. Методы принятия решений: Учебник/ М. Эддоус, Р. Стэнфорд. - М. : Аудит, ЮНИТИ, 1997. - 590с.
6. Экономико - математические методы и модели в планировании и управлении: Учебник/ В.Н. Кухарев и др. - К.: Высш. ш., 1991. - 302с
7. Афифи А. Статистический анализ : подход систематизированием ЭВМ: Учеб. пособие/ А. Афифи, С. Эйзен. - М.: Мир, 1982. - 488с.
8. Справочник по математике для экономистов: Учеб. пособие/ Под ред. В.Е. Барбаумова. - М.: Высш. шк., 1987. - 336с.
9. Математико - статистический анализ на программируемых микрокомпьютерах : Учебн. пособие/ А.М. Дубров и др. - М.: Финансы и статистика, 1990. - 176с.
10. Ефимова М.Р. Статистические методы в управлении производством: Учеб. пособие/ М.Р. Ефимова. - М.: Финансы и статистика, 1988. - 120 с.
11. Золотарев В.М. Одномерные устойчивые распределения: Учеб. пособие/ В.М. Золотарев. - М.: Статистика, 1983. - 304с.
12. Шураков В.В. Автоматизированное рабочее место для статистической обработки данных: Учебн. пособие/ В.В. Шураков. - М.: Финансы и статистика, 1990. - 190с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

Значение χ^2 -критерия Пирсона

Таблица А.1-Значение χ^2 в зависимости от вероятности $P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha})$ числа степеней свободы k

Число степеней свободы k	Вероятность (α)		
	0.10	0.05	0.01
1	2,7	3,8	6,6
2	4,6	6,0	9,2
3	6,3	7,8	11,3
4	7,8	9,5	13,3
5	9,2	11,1	15,1
6	10,6	12,6	16,8
7	12	14,1	18,5
8	13,4	15,5	20,1
9	14,7	16,9	21,7
10	16	18,3	23,2
11	17,3	19,7	24,7
12	18,5	21	26,2
13	19,8	22,4	27,7
14	21,1	23,7	29,1
15	22,3	25	30,6
16	23,5	26,3	32
17	24,8	27,6	33,4
18	26	28,8	34,8
19	27,2	30,1	36,2
20	28,4	31,4	37,6
21	29,6	32,7	38,9
22	30,8	33,9	40,3
23	32	35,2	41,6
24	33,2	36,4	43
25	34,4	37,7	44,3
26	35,6	38,8	45,6



27	36,7	40,1	47
28	37,9	41,3	48,3
29	39,1	42,6	49,6
30	40,3	43,8	50,9

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

Индивидуальные задания

1-5 варианты - исходные данные о размерах среднегодовой стоимости основных производственных фондов (млн. грн.) по предприятиям одной из отраслей Украины.

6-10 варианты - исходные данные о размере средней заработной платы рабочих завода в отчетном году в процентах к предыдущему.

11-15 варианты - исходные данные о фактическом выпуске товарной продукции по швейным фирмам в отчетном году в процентах к предыдущему.

16-20 варианты - исходные данные о размерах дохода семей в отчетном году в процентах к предыдущему

21-25 варианты - исходные данные о средней выработке на одного рабочего в отчетном году в процентах к предыдущему

Таблица Б.1-Индивидуальные задания

Вариант 1				
11,64	8,45	15,02	13,34	9,36
7,81	13,81	14,53	13,08	9,24
14,03	14,16	12,14	10,85	13,17
8,41	8,78	6,86	11,71	11,3
8,33	8,87	13,17	12,16	11,97
12,9	13,7	15,08	5,39	14,39
3,56	13,45	6,13	8,57	11,76
6,35	13,45	9,3	14,98	9,27
5,73	7	14,99	11,88	6,42
12,76	17,32	16,51	16,44	11,24
11,82	16,55	12,89	10,09	7,98
5,03	9,93	15,58	9,98	14,04
9,9	11,9	8,73	18,21	13,62
13,36	15,62	12,57	10,27	14,83
8,9	5,28	11,49	15,43	8,05
10,59	10,18	10,56	11,66	10,59

11,77	8,57	9,17	7,45	9,49
11,7	11,79	12,47	7,94	10,13
9,67	12,82	16,73	6,39	11,85
10,81	14,17	12,32	14,11	10,77
Вариант 2				
17,43	15,3	19,68	18,56	15,9
14,08	18,87	19,35	18,39	15,83
19,02	19,1	17,76	16,9	18,45
15,28	15,52	14,24	17,47	17,2
15,22	15,58	18,45	17,77	17,65
18,27	18,8	19,72	13,26	19,26
12,04	18,63	13,75	15,38	17,51
13,9	18,63	15,87	19,65	15,85
13,48	14,33	19,66	17,59	13,95

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 2				
18,17	21,22	20,67	20,63	17,16
17,55	20,7	18,26	16,39	14,99
13,02	16,28	20,05	16,32	19,03
16,26	17,6	15,48	21,81	18,75
18,57	20,08	18,04	16,51	19,56
15,6	13,19	17,33	19,95	15,03
16,73	16,45	16,71	17,44	16,73
17,51	15,38	15,78	14,63	15,99
17,47	17,53	17,98	14,96	16,42
16,12	18,22	20,82	13,93	17,57
16,88	19,11	17,88	19,08	16,85
Вариант 3				
17,64	14,45	21,02	19,34	15,36
13,81	19,81	20,53	19,08	15,24
20,03	20,16	18,14	16,85	19,17
14,41	14,78	12,86	17,71	17,3
14,33	14,87	19,17	18,16	17,97
18,9	19,7	21,08	11,39	20,39
9,56	19,45	12,13	14,57	17,76
12,35	19,45	15,3	20,98	15,27
11,73	13	20,99	17,88	12,42
18,76	23,32	22,51	22,44	17,24
17,82	22,55	18,89	16,09	13,98
11,03	15,93	21,58	15,98	20,04
15,9	17,9	14,73	24,21	19,62
19,36	21,62	18,57	16,27	20,83
14,9	11,28	17,49	21,43	14,05
16,59	16,18	16,56	17,66	16,59
17,77	14,57	15,17	13,45	15,49
17,7	17,79	18,47	13,94	16,13

15,67	18,82	22,73	12,39	17,85
16,81	20,17	18,32	20,11	16,77
Вариант 4				
10,43	8,3	12,68	11,56	8,9
7,88	11,87	12,35	11,39	8,83
12,02	12,1	10,76	9,9	11,45
8,28	8,52	7,24	10,47	10,2
8,22	8,58	11,45	10,77	10,65
11,27	11,8	12,72	8,26	12,26
5,04	11,63	6,75	8,38	10,51
6,9	11,63	8,87	12,65	8,85
6,48	7,33	12,66	10,59	6,95
11,17	14,22	13,67	13,63	10,16
10,55	13,7	11,26	9,39	7,99
6,02	9,28	13,05	9,32	12,03
9,26	10,6	8,48	14,81	11,75

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 4				
11,57	13,08	11,04	9,51	12,56
8,6	6,19	10,33	12,95	8,03
9,73	9,45	9,71	10,44	9,73
10,51	8,38	8,78	7,63	8,99
10,47	10,53	10,98	7,96	9,42
9,12	11,22	13,82	6,93	10,57
9,88	12,11	10,88	12,08	9,85
Вариант 5				
10,64	7,45	14,02	12,34	8,36
6,81	12,81	13,53	12,08	8,24
13,03	13,16	11,14	9,85	12,17
7,45	7,78	12,17	10,71	10,3
7,33	7,87	14,08	11,16	10,97
11,9	12,7	5,13	4,39	13,39
2,56	12,45	8,3	7,57	10,76
5,35	12,45	3,99	13,98	8,27
4,73	6	15,51	10,88	5,42
11,76	16,32	11,89	15,44	10,24
10,82	15,55	14,58	9,09	6,98
4,03	8,93	7,73	8,98	13,04
8,9	10,9	11,57	17,21	12,62
12,36	14,62	10,49	9,27	13,83
7,9	4,28	9,56	14,43	7,05
9,59	9,18	8,17	10,66	9,59
10,77	7,57	11,47	6,45	8,49
10,7	10,79	15,73	6,94	9,13
8,67	11,82	11,32	5,39	10,85
9,81	13,17	5,86	13,11	9,77

Вариант 6				
17,85	13,6	22,36	20,13	14,81
12,75	20,75	21,71	19,77	14,66
21,04	21,21	18,52	16,8	19,9
13,55	14,04	11,49	17,94	17,41
13,44	14,16	19,9	18,54	18,29
19,53	20,6	22,44	9,52	21,52
7,08	20,26	10,5	13,75	18,01
10,8	11,66	14,73	22,3	14,69
9,97	25,43	22,32	18,18	10,9
19,35	24,4	24,34	24,26	17,32
18,1	15,57	19,52	15,79	12,97
9,04	18,2	23,1	15,65	21,06
15,53	23,16	13,97	26,61	20,49
20,15	9,37	19,09	16,02	22,11
14,19	15,9	17,66	22,9	13,06
16,45	13,76	16,41	17,88	16,46
18,03	18,06	14,56	12,26	14,98

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 6				
17,93	19,43	18,96	12,92	15,84
15,23	21,23	24,64	10,86	18,13
16,75	20,26	18,75	21,15	16,7
Вариант 7				
9,64	6,45	13,02	11,34	7,36
5,81	11,81	12,53	11,08	7,24
12,03	12,16	10,14	8,85	11,17
6,41	6,78	4,86	9,71	9,3
6,33	6,87	11,17	10,16	9,97
10,9	11,7	13,08	3,39	13,39
1,56	11,45	4,13	6,57	9,76
4,35	11,45	7,3	12,98	7,27
3,73	5	12,99	9,88	9,24
10,76	15,32	14,51	14,44	5,98
9,82	14,55	10,89	8,09	12,04
7,9	7,93	13,58	7,98	11,62
11,36	9,9	6,73	16,21	12,83
6,9	13,62	10,57	8,27	6,05
8,59	3,28	9,49	13,43	8,59
9,77	8,18	8,56	9,66	7,49
9,7	6,57	7,17	5,45	8,13
7,67	9,79	10,47	5,94	9,85
8,81	10,82	14,73	4,39	8,77
3,03	12,17	10,32	12,11	4,42
Вариант 8				

13,85	9,6	18,36	16,13	10,81
8,75	16,75	17,71	15,77	10,66
17,04	17,21	14,52	12,8	15,9
9,55	10,04	7,49	13,94	13,41
9,44	10,16	15,9	14,54	14,29
15,53	16,6	18,44	5,52	17,52
3,08	16,26	6,5	9,75	14,01
6,8	16,26	10,73	18,3	10,69
5,97	7,66	18,32	14,18	6,9
13,35	21,43	20,34	20,26	13,32
14,1	20,4	15,52	11,79	8,97
5,04	11,57	19,1	11,65	17,06
11,53	14,2	9,97	22,61	16,49
16,15	19,16	15,09	12,02	18,11
10,19	5,37	13,66	18,9	9,06
12,45	11,9	12,41	13,88	12,46
14,03	9,76	10,56	8,26	10,98
13,93	14,06	14,96	8,92	11,84
11,23	15,43	20,64	6,86	14,13
12,75	17,23	14,75	17,15	12,7

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 9				
12,85	8,6	17,36	15,13	9,81
7,75	15,75	16,71	14,77	9,66
16,04	16,21	13,52	11,8	14,9
8,55	9,04	6,49	12,94	12,41
8,44	9,16	14,9	13,54	13,29
14,53	15,6	17,44	4,52	16,52
2,08	15,26	5,5	8,75	13,01
5,8	15,26	9,73	17,3	9,69
4,97	6,66	17,32	13,18	5,9
14,35	20,43	19,34	19,26	12,32
13,1	19,4	14,52	10,79	7,97
4,04	10,57	18,1	10,65	16,06
10,53	13,2	8,97	21,61	15,49
15,5	18,16	14,09	11,02	17,11
9,19	4,37	12,66	17,9	8,06
11,45	10,9	11,41	12,88	11,46
13,03	8,76	9,56	7,26	9,98
12,93	13,06	13,96	7,92	10,84
10,23	14,43	19,64	5,86	13,13
11,75	16,23	13,75	16,15	11,7
Вариант 10				
9,43	7,3	11,68	10,56	7,9
6,88	10,87	11,35	10,39	7,83
11,02	12,1	10,76	8,9	10,45

7,28	7,52	6,24	9,47	9,2
8,22	7,58	10,45	9,77	11,26
10,27	10,8	11,72	5,26	9,65
4,04	10,63	5,75	7,38	9,51
5,9	10,63	7,87	11,65	7,85
5,48	6,33	11,66	9,59	5,95
10,17	13,22	12,67	12,63	9,16
9,55	12,7	10,26	8,39	6,99
5,02	8,28	12,05	8,32	11,03
8,26	9,6	7,48	13,81	10,75
10,57	12,08	10,04	8,51	11,56
7,6	5,19	9,33	11,95	7,03
8,73	8,45	8,71	9,44	8,73
9,51	7,38	7,78	6,63	7,99
9,47	9,53	9,98	6,96	8,42
8,12	10,22	12,82	5,93	9,57
8,88	11,11	9,88	11,08	8,85

Вариант 11				
9,85	5,6	14,36	12,13	6,81
4,75	12,75	13,71	11,77	6,66
13,04	13,21	10,52	10,54	11,9
8,75	13,23	10,75	13,15	8,7

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 11				
5,55	6,04	3,49	9,94	9,41
5,44	6,16	11,9	8,8	10,29
11,53	12,6	14,44	11,52	13,52
0,92	12,26	2,5	5,75	10,01
2,8	12,26	6,73	14,3	6,69
1,97	3,66	14,32	10,18	2,9
11,35	17,43	16,34	16,26	9,32
10,1	16,4	11,52	7,79	4,97
1,04	7,57	15,1	7,65	13,06
7,53	10,2	5,97	18,61	12,49
12,15	15,16	11,09	8,02	14,11
6,19	1,37	9,66	14,9	15,06
8,45	7,9	8,41	9,88	8,46
10,03	5,76	6,56	4,26	6,98
9,93	10,06	10,96	14,92	7,84
7,23	11,43	16,64	2,86	10,13
Вариант 12				
13,43	11,3	15,68	14,56	11,9
10,88	14,87	15,35	14,39	11,83
15,02	15,1	13,76	12,9	14,45
11,28	11,52	10,24	13,47	13,2

11,22	11,58	14,45	13,77	13,65
14,27	14,8	15,72	9,26	15,26
8,04	14,63	9,75	11,38	13,51
9,9	14,63	11,87	15,65	11,85
9,48	10,33	15,66	13,69	9,95
14,17	17,22	16,67	16,63	13,16
13,55	16,7	14,26	12,39	10,99
9,02	12,28	16,05	12,32	15,03
12,26	13,6	11,48	17,81	14,75
14,57	16,08	14,04	12,51	15,56
11,6	9,19	13,33	15,95	11,03
12,73	12,45	12,71	13,44	12,73
13,51	11,38	11,78	10,63	11,99
13,47	13,53	13,98	10,96	12,42
12,12	14,22	16,82	9,93	13,57
12,88	15,11	13,88	15,08	12,85
Вариант 13				
14,85	10,6	19,36	17,13	11,81
9,75	17,75	18,71	16,77	11,66
18,04	18,21	15,52	13,8	16,9
10,55	11,04	8,49	14,94	14,41
10,44	11,16	16,9	15,54	15,29
16,53	17,6	19,44	6,52	18,52
4,08	17,26	7,5	10,75	15,01
7,8	17,26	11,73	19,3	11,69

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 13				
6,97	8,66	19,32	15,18	7,9
16,35	22,43	21,34	21,26	14,32
15,1	21,4	16,52	12,79	9,97
6,04	12,57	20,1	12,65	18,06
12,53	15,2	10,97	23,61	17,49
7,15	20,16	16,09	13,02	19,11
11,19	6,37	14,66	19,9	10,06
13,45	12,9	13,41	14,88	13,46
15,03	10,76	11,56	9,26	11,98
14,93	15,06	15,96	9,92	12,84
12,23	16,43	21,64	7,86	15,13
11,3	14,2	14	15,0	15,11
Вариант 14				
8,64	5,45	12,02	10,34	3,36
4,81	10,81	11,53	10,08	6,24
11,03	11,16	9,14	7,85	10,17
5,41	5,78	3,86	8,71	8,3
5,33	5,87	10,17	9,16	8,97
9,9	10,7	12,08	2,39	11,39

0,56	10,45	3,13	5,57	8,76
3,35	10,45	16,3	11,98	6,27
2,73	4	11,99	8,88	3,42
9,76	14,32	13,51	13,44	8,24
8,82	13,55	9,89	7,09	4,98
2,03	6,93	12,58	6,98	11,04
6,9	8,9	5,73	15,21	10,62
10,36	12,62	9,57	7,27	11,83
5,9	2,28	8,49	12,43	5,05
7,59	7,18	7,56	8,66	7,59
8,77	5,57	6,17	4,45	6,49
8,7	8,79	9,47	4,94	7,13
6,67	9,82	13,73	3,39	8,85
7,81	11,17	9,32	11,11	7,77
Вариант 15				
8,43	6,3	10,68	9,56	6,9
5,88	9,87	10,35	9,39	6,83
10,02	10,1	8,76	7,9	9,45
6,28	6,52	5,24	8,48	8,2
6,22	6,58	9,45	8,77	8,65
9,27	9,8	10,72	4,26	10,26
3,04	9,63	4,75	6,38	8,51
4,9	5,33	6,87	10,65	6,85
4,48	12,22	10,66	8,59	4,95
9,17	11,7	11,67	11,63	8,16
8,55	7,28	9,26	7,39	5,99
4,02	8,6	11,05	7,32	10,03

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 15				
7,26	11,08	6,48	12,81	9,75
9,57	4,19	9,04	7,51	10,56
6,6	7,45	8,33	10,95	6,03
7,73	6,38	7,71	8,44	7,73
8,51	8,53	6,78	5,63	6,99
8,47	9,22	8,98	5,96	7,42
7,12	10,11	11,82	4,93	8,57
7,88	9,63	8,88	10,08	7,85
Вариант 16				
15,64	12,45	19,02	17,34	13,36
11,81	17,81	18,53	17,08	13,24
18,03	18,16	16,14	14,85	17,17
12,41	12,78	10,86	15,71	15,3
12,33	12,87	17,17	16,16	15,97
16,9	17,7	19,08	9,39	18,39
7,56	17,45	10,13	12,57	15,76
10,35	17,45	13,3	18,98	13,27

9,73	11	18,99	15,88	10,42
16,76	21,32	20,51	20,44	15,24
15,82	20,55	16,89	14,09	11,98
9,03	13,93	19,58	13,98	18,04
13,9	15,9	12,73	22,21	17,62
17,36	19,62	16,57	14,27	18,83
12,9	9,28	15,49	19,43	12,05
14,59	14,18	14,56	15,66	14,59
15,77	12,57	13,17	11,45	13,49
15,7	15,79	16,47	11,94	14,13
13,67	16,82	20,73	10,39	15,85
14,81	18,17	16,32	18,11	14,77
Вариант 17				
15,85	11,6	20,36	18,13	12,81
10,75	18,75	19,71	17,77	12,66
19,04	19,21	16,52	14,18	17,9
11,55	12,04	9,49	15,94	15,41
11,44	12,16	17,9	16,54	16,29
17,53	18,6	20,44	7,52	19,52
5,08	18,26	8,5	11,75	16,01
8,8	18,26	12,73	20,3	12,69
7,97	9,66	20,32	16,18	8,9
17,35	23,43	22,34	22,26	15,32
16,1	22,4	17,35	13,79	10,97
7,04	13,57	21,1	13,65	19,06
13,53	16,2	11,97	24,61	18,49
18,15	21,16	17,09	14,02	20,11
12,19	7,37	15,66	20,9	11,06
14,45	13,9	14,41	15,88	14,46

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 17				
16,03	11,76	12,56	10,26	12,98
15,93	16,06	16,96	10,92	13,84
13,23	17,43	22,64	8,86	16,13
14,75	19,23	16,75	19,15	14,7

Вариант 18				
15,43	13,3	17,68	16,56	13,9
12,88	16,87	17,35	16,39	13,83
17,02	17,1	15,76	14,9	16,45
13,28	13,52	12,24	15,47	15,2
13,22	13,58	16,45	15,77	15,65
16,27	16,8	17,72	11,26	17,26
10,04	16,63	11,75	13,38	15,51
11,9	16,63	13,87	17,65	13,85
11,48	12,33	17,66	18,63	11,95

16,17	19,2	18,67	14,39	15,16
15,55	18,7	16,26	14,32	12,99
11,02	14,28	18,05	19,81	17,03
14,26	15,6	13,48	14,51	16,75
16,57	18,08	16,04	17,95	17,56
13,6	11,19	15,33	15,4	13,03
14,73	14,45	14,71	12,63	14,73
15,51	13,38	13,78	12,96	13,99
15,47	15,53	15,98	11,93	14,42
14,12	16,22	18,82	17,08	15,57
14,88	17,11	15,88	15,59	14,85
Вариант 19				
16,85	12,6	21,36	19,13	13,81
11,75	19,75	20,71	18,77	13,66
20,04	20,21	17,52	15,8	18,9
12,55	13,04	10,49	16,94	16,41
12,44	13,6	18,9	17,54	17,29
18,53	19,6	21,44	8,52	20,52
6,08	19,26	9,5	12,75	17,01
9,8	19,26	13,73	21,3	13,69
8,97	10,66	21,32	17,18	9,9
18,35	24,43	23,34	23,26	16,32
17,1	23,4	18,52	14,79	11,97
8,04	14,57	22,1	14,65	20,06
14,53	17,2	12,97	25,61	19,49
19,15	22,16	18,09	15,02	21,11
13,19	8,37	16,66	21,9	12,06
15,45	14,9	15,41	16,88	15,46
17,03	12,76	13,56	11,26	13,98
16,93	17,06	17,96	11,92	14,84
14,23	18,43	23,64	9,86	17,13

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 19				
15,75	20,23	17,75	20,15	15,7
Вариант 20				
13,85	9,6	18,36	16,13	10,81
8,75	16,75	17,71	15,77	10,66
17,04	17,21	14,52	12,8	15,9
9,55	10,04	7,49	13,94	13,41
9,44	10,16	15,9	14,54	14,29
15,53	16,6	18,44	5,52	17,52
3,08	16,26	6,5	9,75	14,01
6,8	16,26	10,73	18,3	10,69
5,97	7,66	18,32	14,18	6,9
15,35	21,43	20,34	20,26	13,32
14,1	20,4	15,52	11,79	8,97

5,04	11,57	19,1	11,65	17,06
11,53	14,2	9,97	22,61	16,49
16,15	19,16	15,09	12,02	18,11
10,19	5,37	13,66	18,9	9,06
12,45	11,9	12,41	13,88	12,46
14,03	9,376	10,56	8,26	10,98
13,93	14,06	14,98	8,92	11,84
11,23	15,43	20,64	6,86	14,13
12,75	17,23	14,75	17,15	12,7

Вариант 21

13,64	10,45	17,02	15,34	11,36
9,81	15,81	16,53	15,08	11,24
16,03	16,16	14,14	12,85	15,17
10,41	10,78	8,86	13,71	13,3
10,33	10,87	15,17	14,16	13,97
14,9	15,7	17,08	7,39	16,39
5,56	15,45	8,13	10,57	13,76
8,35	15,45	11,3	16,98	11,27
7,73	9	16,99	12,88	8,42
14,76	19,32	18,51	18,44	13,24
13,82	18,55	14,89	12,09	9,98
7,03	11,93	17,58	11,98	16,04
11,9	13,9	10,73	20,21	15,62
15,36	17,62	14,57	12,27	16,83
10,9	7,28	13,49	17,43	10,05
12,59	12,18	12,56	13,66	12,59
13,77	10,57	11,17	9,45	11,49
13,7	13,79	14,47	9,94	12,13
11,67	14,82	18,73	8,3	13,85
12,81	16,17	14,32	16,11	12,77

Вариант 22

12,64	9,45	16,02	14,34	10,36
-------	------	-------	-------	-------

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 22

8,81	14,81	15,53	14,08	10,24
15,03	15,16	13,14	11,85	14,17
9,41	9,78	7,86	12,71	12,3
9,33	9,87	14,17	13,16	12,97
13,9	14,7	16,08	6,39	15,39
4,56	14,45	7,13	9,57	12,76
7,35	14,45	10,3	15,98	10,27
6,73	8	15,99	12,88	7,42
13,76	17,32	17,51	17,44	12,24
12,82	17,55	13,89	11,09	8,98
6,03	10,93	16,58	10,98	15,04
10,9	12,9	9,73	19,21	14,62

14,36	16,62	13,57	11,27	15,83
9,9	6,28	12,49	16,43	9,05
11,59	11,18	11,56	12,66	11,59
12,77	9,57	10,17	8,45	10,49
12,7	12,79	13,47	8,94	11,13
10,67	13,82	17,73	7,39	12,85
11,81	15,17	13,32	15,11	11,77
Вариант 23				
12,43	10,3	14,68	13,56	10,9
9,88	13,87	14,35	13,39	10,83
14,02	14,1	12,76	11,9	13,45
10,28	10,52	9,24	12,47	12,2
10,22	10,58	13,45	12,77	12,65
13,27	13,8	14,72	8,26	14,26
7,04	13,63	8,75	10,38	12,51
8,9	13,63	10,87	14,65	10,85
8,48	9,33	14,66	12,59	8,95
13,17	16,22	15,67	15,63	12,16
12,55	15,7	13,26	11,39	9,99
8,02	11,28	15,05	11,32	14,03
11,26	12,6	10,48	16,81	13,75
13,57	15,08	13,04	11,51	14,56
10,6	8,19	12,33	14,95	10,03
11,73	11,45	11,71	12,44	11,73
12,51	10,38	10,78	9,63	10,99
12,47	12,53	12,98	9,96	11,42
11,12	13,22	15,82	8,93	12,57
11,88	14,11	12,88	14,08	11,85
Вариант 24				
16,64	13,45	20,02	18,34	14,36
12,81	18,81	19,53	18,08	14,24
19,03	19,16	17,14	15,85	18,17
13,41	13,78	11,86	16,71	15,77
13,33	13,87	18,17	17,16	16,3

Продолжение таблицы Б.1

Вариант 24				
17,9	18,7	20,08	10,39	16,97
8,56	18,45	11,13	13,57	19,39
11,35	18,45	14,3	19,98	16,76
10,73	12	19,99	16,88	14,27
17,76	22,32	21,51	21,44	11,42
16,82	21,55	17,89	15,09	16,24
10,03	14,93	20,58	14,98	12,98
14,9	16,9	13,73	23,21	19,04
18,36	20,62	17,57	15,27	18,62
13,9	10,28	16,49	20,43	19,83

15,59	15,18	15,56	16,66	13,05
16,77	13,57	14,17	12,45	15,59
16,7	16,79	17,47	12,94	14,49
14,67	17,82	21,73	11,39	15,13
15,81	19,17	17,32	19,11	16,85
Вариант 25				
16,43	14,3	18,68	17,56	14,9
13,98	17,87	18,35	17,39	14,83
18,02	18,1	16,76	15,9	17,45
14,28	14,52	13,24	16,47	16,2
14,22	14,58	17,45	16,77	16,65
17,27	17,8	18,72	12,26	18,26
11,04	17,63	12,75	14,38	16,51
12,9	17,63	14,87	18,65	14,85
12,48	20,22	18,66	16,59	12,95
17,17	19,7	19,67	19,63	16,16
16,55	15,28	17,26	15,39	13,99
12,02	16,6	19,05	15,32	18,03
15,26	19,08	14,48	20,81	17,75
17,57	12,19	17,04	15,51	18,56
14,6	15,45	16,33	18,95	14,03
15,73	14,38	15,71	16,44	15,73
16,51	16,53	14,78	13,63	14,99
16,47	17,22	16,98	13,96	15,42
15,12	18,11	19,82	12,93	16,57
15,88	13,33	16,88	18,08	15,85