



Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ

Методические указания к выполнению
расчетно-графического задания № 6
по дисциплине
“Соппротивление материалов ”
для студентов дневной формы обучения
по специальности
“Кораблестроение и океанотехника ”

Севастополь
2009



УДК 539.3

Методические указания к выполнению расчетно-графического задания № 6 “Проектировочный расчет на устойчивость сжатого стержня” по дисциплине “Сопротивление материалов” для студентов дневной формы обучения по специальности “Кораблестроение и океанотехника” / Разраб. А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, Л.А. Шмидт. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2009. – 20 с.

Цель методических указаний: реализация традиционных и разработка новых алгоритмов расчета на устойчивость сжатых стержней, основанных на эффективном использовании компьютерных возможностей

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры технической механики и машиноведения 20 марта 2009 г., протокол № 5 .

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент: к.т.н, доцент кафедры технической механики и машиноведения Леонтьев В.В.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Цель расчетно-графического задания	3
1. Схемы для выполнения задания, исходные данные для расчета, порядок выполнения	4
2. Алгоритм традиционного расчета на устойчивость сжатых стержней	6
3. Алгоритм расчета, который сводится к решению одного нели- нейного уравнения	12
4. Алгоритм расчета, основанный на методе перебора	15
Примечание	16
Библиографический список.....	18
Приложение А. Примеры решения в MathCad и Maple.....	20

ВВЕДЕНИЕ

В методических указаниях разработаны и проиллюстрированы на примерах известные и новые алгоритмы проектировочного расчета на устойчивость сжатых стержней [1 – 8]. В новых алгоритмах не используются последовательные приближения (итерации) для поиска площади поперечного сечения стержня из условий устойчивости; задача сводится к решению одного существенно нелинейного алгебраического уравнения, из которого непосредственно находится площадь поперечного сечения стержня либо к глобальному перебору вариантов.

Потеря устойчивости исходного равновесия упругого стержня при увеличении продольной силы является одним из частных случаев теории катастроф [9]. Обычно в инженерных расчетах на устойчивость упругих систем используется классическая теория [1,2,3].

В [7] разработан алгоритм (реализован на Фортране IV) проектировочного расчета на устойчивость сжатых стержней, который предполагает автоматический выбор (с использованием известной итерационной процедуры) соответствующего номера профиля из заданного в виде массива сортамента прокатной стали.

Расчетно-графические задания соответствуют курсу «Сопротивление материалов» для специальности «Кораблестроение и океанотехника». В Приложении к расчетно-графическому заданию приведены примеры решения задачи в MathCad и Maple.

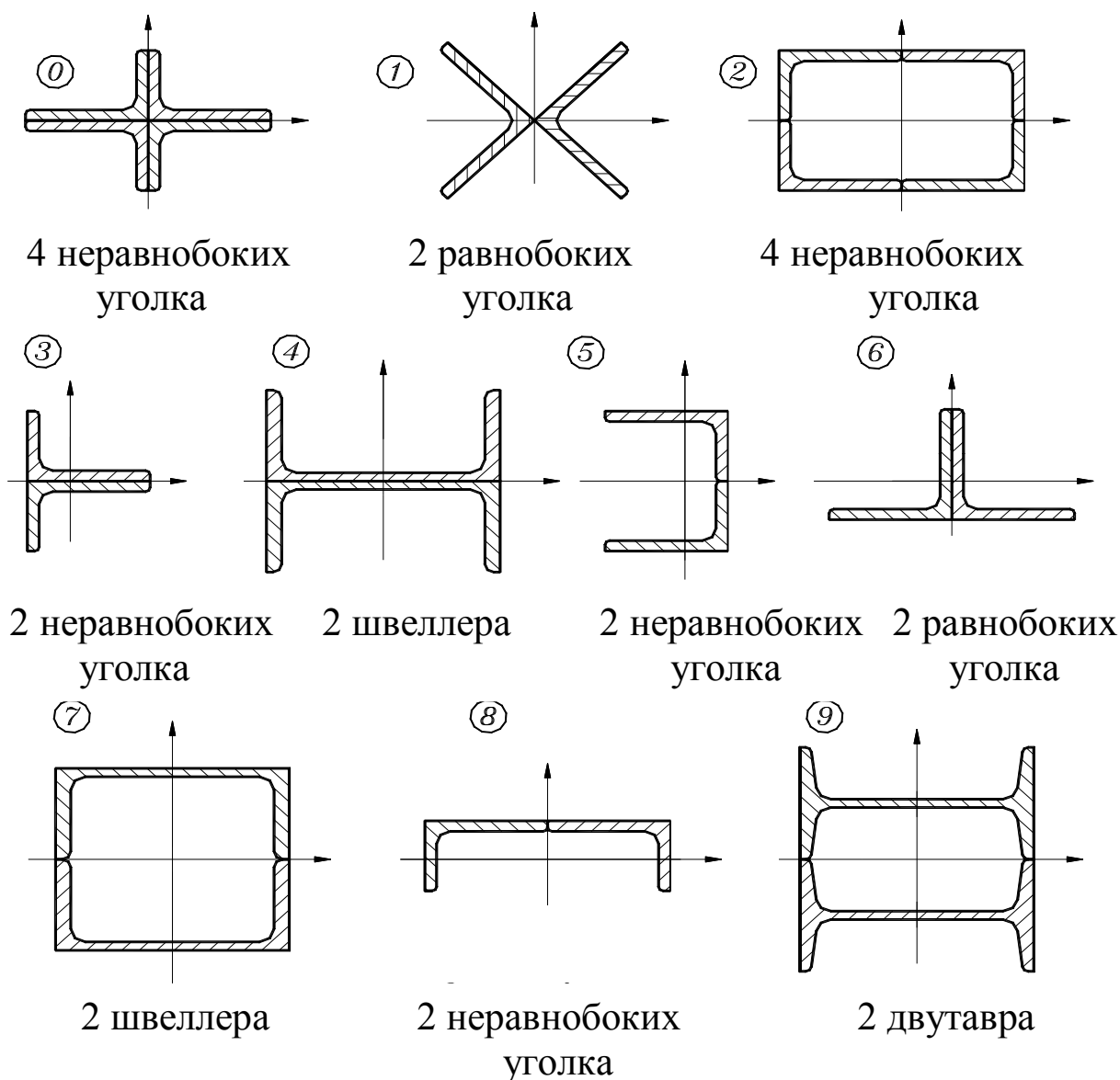
Авторы благодарят MathSoft за возможность использовать MathCad – популярного математического пакета.



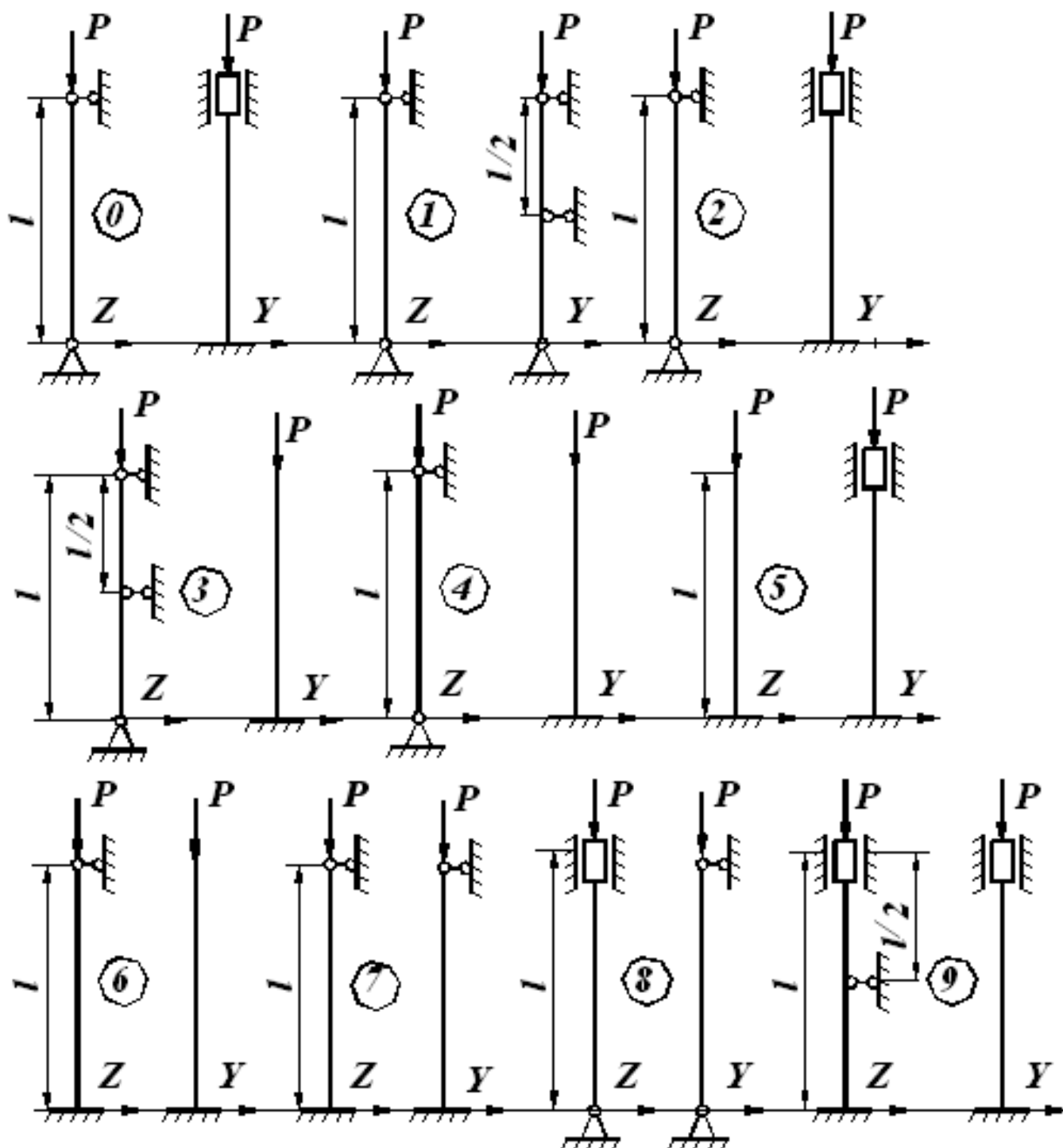
Данные для выполнения заданий берутся в соответствии с шифром (три последние цифры номера зачетной книжки). Например, если номер зачетной книжки 637458, то шифр 458, которому в соответствие ставятся буквы х, у, z: букве х соответствует цифра 4, букве у – 5, букве z – 8. По таблице выбираются соответствующие данные: из вертикального столбца таблицы, обозначенного внизу буквой, надо взять число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы.

ЦЕЛЬ ЗАДАНИЯ: приобретение практических навыков расчета на устойчивость сжатых стержней с использованием MathCad и Maple

1. СХЕМЫ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ, ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА, ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ



а) – Схемы поперечных сечений сжатых стержней



б) – Схемы закрепления стержней
Рисунок 1 – Схемы для выполнения задания

Порядок выполнения

1. Поскольку гибкость стержня обуславливается как способом закрепления концов, так и формой поперечного сечения, то необходимо расположить поперечное сечение по отношению к осям «Y» и «Z» так, чтобы стержень имел наименьшую гибкость. Это обеспе-

чит наименьшие размеры элементов поперечного сечения при указанной нагрузке P .

2. В плоскости наибольшей гибкости для уже принятого варианта расположения поперечного сечения выполнить проектировочный расчет на устойчивость по коэффициенту уменьшения основного допускаемого напряжения φ (подобрать номера стандартных элементов, составляющих поперечное сечение).

3. Проверить на устойчивость стойку в другой плоскости (проверочный расчет). Материал: сталь 3; $[\sigma] = 160$ МПа.

Таблица 1 – Исходные данные для расчета

№№ п/п	№ схемы закрепленного стержня	P , кН	l , м	№ схемы поперечного сечения
0	0	11	3	9
1	1	10	1,5	8
2	2	16	4,5	7
3	3	12	2,5	6
4	4	13	4	5
5	5	11	3,5	4
6	6	15	2	3
7	7	17	5	2
8	8	18	2	1
9	9	20	6	0
	z	y	z	y

2. АЛГОРИТМ ТРАДИЦИОННОГО РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Проектировочный расчет на устойчивость сжатого стержня предполагает, как известно, подбор по сортаменту поперечного сечения стержня при: заданной длине стержня, продольной нагрузке, известном способе закрепления концов и заданном допускаемом напряжении материала стержня.

В связи с тем, что в расчетной формуле на устойчивость $\sigma = \frac{P}{\varphi F_{бр}} \leq [\sigma]$ имеются две неизвестные величины – коэффициент φ и искомая площадь брутто $F_{бр}$ поперечного сечения, то при под-

боре сечения традиционно используется метод последовательных приближений. Варьируется величина коэффициента продольного изгиба φ . Обычно, как правило, при подборе сечения требуется 2 - 3 попытки.

Задача сводится к последовательности действий.

2.1. Определяется расчетная длина стержня $l_{np} = \nu l$, где l – длина стержня, ν – коэффициент приведения длины.

2.2. В первом приближении для коэффициента продольного изгиба принимается некоторое значение $\varphi = \varphi_1$ (например, $\varphi_1 = 0,5$) и определяется требуемая площадь $F = P/\varphi_1[\sigma_-]$, где P – центральная сжимающая нагрузка; $[\sigma_-]$ – основное допускаемое напряжение.

2.3. По сортаменту подбирается сечение с площадью, близкой к полученной по расчету (пункт 2.1), и находится $i_{\min}$.

2.4. Вычисляется гибкость стержня $\lambda = l_{np}/i_{\min}$.

2.5. По таблице [2, 3] зависимости коэффициента продольного изгиба φ от гибкости стержня λ с помощью линейной интерполяции находится φ' .

Из таблиц известно: $\lambda_1, \varphi_1; \lambda_2, \varphi_2$; λ – вычислена ранее (пункт 2.4). С помощью процедуры линейной интерполяции (рисунок 2) находится φ' согласно формуле: $\varphi' = \varphi_1 - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(\lambda - \lambda_1)$.

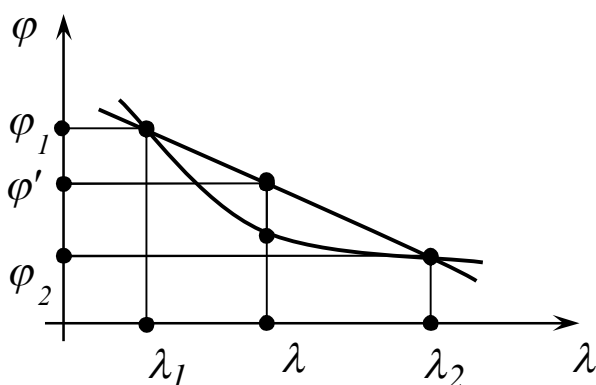


Рисунок 2 – График $\varphi = \varphi(\lambda)$, иллюстрирующий определение φ'

Если дальше окажется, что $\varphi' \neq \varphi_1$, то осуществляется переход ко второму приближению. При этом во втором приближении принимается $\varphi_2 = (\varphi_1 + \varphi')/2$ и затем опять осуществляется переход к пункту 2.2.

В конце итерационного процесса (обычно 2 – 3 приближения) выполняется проверка напряжения $\sigma_i = P/\varphi_i F_{бр}$, причем, как правило, $|(\sigma_i - [\sigma_-])/[\sigma_-]| \cdot 100\% \leq 5\%$. Данное условие является достаточным при окончательном выборе профиля по сортаменту и в

практических расчетах им можно ограничиться.

Пример традиционного расчета в MathCad дан для случая схемы, изображенной на рисунке 3.

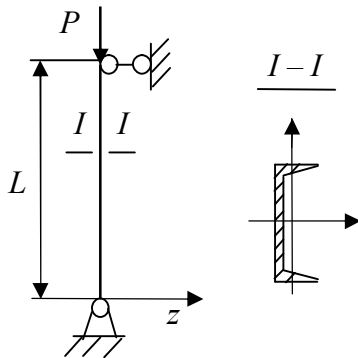


Рисунок 3 – Схема шарнирного закрепления стержня

Проектировочный расчет на устойчивость (с использованием MathCad, Приложение А)

Здесь процесс вычисления в MathCad сопровождается комментариями.

Исходные данные: σ_d – допускаемое напряжение на сжатие; P – сжимающая сила; L – длина; ν – коэффициент приведения длины

$$\sigma_d := 160 \cdot 10^6 \quad P := 250000 \quad L := 4.0 \quad \nu := 1$$

Первое приближение

ϕ_1 – коэффициент уменьшения допускаемых напряжений; F – площадь поперечного сечения

$$\phi_1 := 0.5 \quad F := \frac{P}{(\phi_1 \cdot \sigma_d)} \quad F = 3.125 \times 10^{-3}$$

Выбирается (по сортаменту) швеллер №24а с площадью поперечного сечения $F = 3,29 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, радиусом инерции $i_y = 0,0278 \text{ м}$

$$\text{N24a} \quad F := 3.29 \cdot 10^{-3} \quad i_y := 0.0278 \quad \lambda := \frac{L}{i_y} \quad \lambda = 143.885$$

ϕ_{11} – действительное значение коэффициента уменьшения допускаемых напряжений (на 1-й итерации)

$$\phi_{11} := 0.36 - \frac{(0.36 - 0.32)}{(150 - 140)} \cdot (\lambda - 140) \quad \phi_{11} = 0.344$$

Второе приближение

$$\phi_2 := \frac{(\phi_1 + \phi_{11})}{2} \quad \phi_2 = 0.422 \quad F := \frac{P}{(\phi_2 \cdot \sigma_d)} \quad F = 3.701 \times 10^{-3}$$

Выбирается швеллер №30 с радиусом инерции $i_y = 0,0284 \text{ м}$,

площадью поперечного сечения $F = 4,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$

$$\text{N30} \quad F := 4.05 \cdot 10^{-3} \quad i_y := 0.0284 \quad \lambda := \frac{L}{i_y} \quad \lambda = 140.845$$

$$\phi_{21} := 0.36 - \frac{(0.36 - 0.32)}{(150 - 140)} \cdot (\lambda - 140) \quad \phi_{21} = 0.357$$

Третье приближение

$$\phi_3 := \frac{(\phi_2 + \phi_{21})}{2} \quad \phi_3 = 0.389 \quad F := \frac{P}{(\phi_3 \cdot \sigma_d)} \quad F = 4.012 \times 10^{-3}$$

$$\text{N30} \quad \phi_3 := 0.357 \quad F := 4.05 \cdot 10^{-3}$$

σ – расчетное значение напряжения; Δ – отклонение расчетного напряжения от допускаемого

$$\sigma := \frac{P}{(\phi_3 \cdot F)} \quad \sigma = 1.729 \times 10^8 \quad \Delta := (\sigma - \sigma_d) \cdot \frac{100}{\sigma_d} \quad \Delta = 8.068$$

$$\text{Если принять N33} \quad F := 4.65 \cdot 10^{-3} \quad i_y := 0.0297 \quad \lambda := \frac{L}{i_y} \quad \lambda = 134.68$$

$$\phi_{31} := 0.4 - \frac{(0.4 - 0.36)}{(140 - 130)} \cdot (\lambda - 130) \quad \phi_{31} = 0.381 \quad \sigma := \frac{P}{(\phi_{31} \cdot F)}$$

$$\Delta := (\sigma - \sigma_d) \cdot \frac{100}{\sigma_d} \quad \Delta = -11.87 \quad \sigma = 1.41 \times 10^8$$

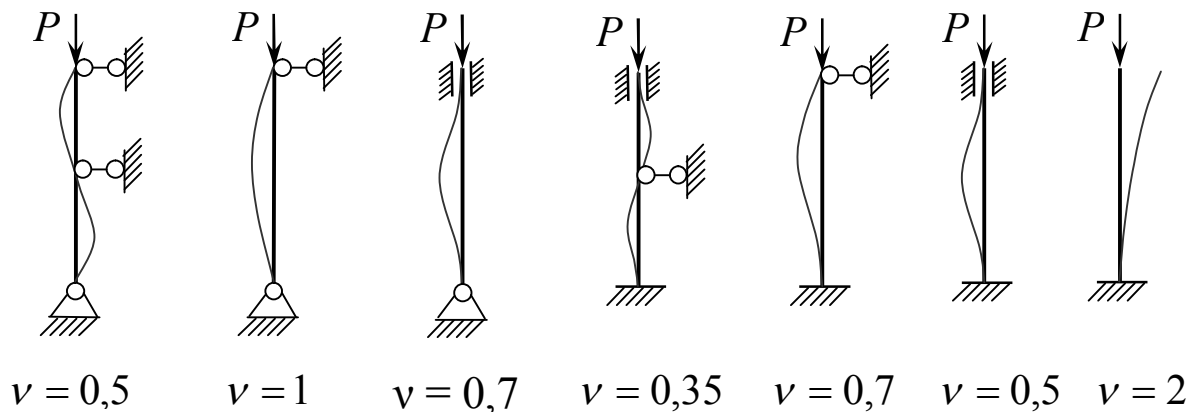


Рисунок 4 – Схемы потери устойчивости стержней и значений коэффициента приведения длины ν

В этом частном случае (между номерами 30 и 33 других номеров нет) окончательно выбирается швеллер №33.

Наиболее характерные схемы потери устойчивости стержней изображены на рисунке 4. Отметим, что коэффициент приведения

длины равен числу полуволн, которые образуются в результате потери устойчивости при $P = P_{кр}$.

О выборе рационального варианта расположения составного поперечного сечения.

Если сечение стержня составное и состоит из нескольких элементов, то обычно возникает задача рационального расположения сечения по отношению к поперечным осям стержня. Возможны два варианта расположения такого составного сечения. Необходимо принять такой из двух возможных вариантов ориентации составного сечения, при котором максимальное значение гибкости для принимаемого варианта было бы минимальным (меньше, чем в другом варианте). При этом для каждого варианта ориентации поперечного сечения необходимо предварительно вычислить значения гибкостей (учитывается характер закреплений концов стержня). Блок-схема алгоритма, иллюстрирующего выбор рационального расположения сечения при использовании ЭВМ, изображена на рисунке 5.

В блок-схеме приняты следующие условные обозначения: l_1, l_2 – предварительно рассчитанные приведенные длины сжатого стерж

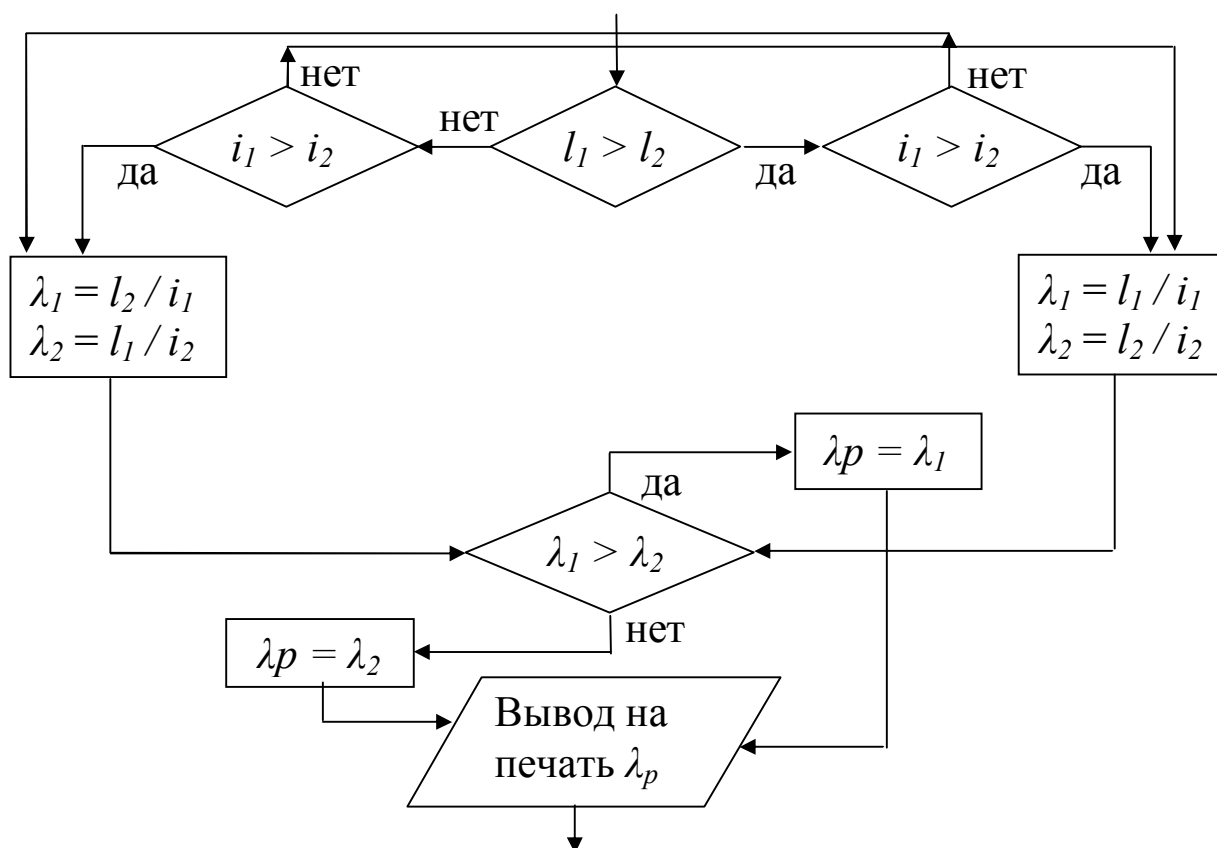


Рисунок 5 – Блок-схема алгоритма выбора рационального расположения поперечного сечения (с расчетной гибкостью λ_p)

ня в двух плоскостях; i_1, i_2 – предварительно рассчитанные радиусы инерции составного поперечного сечения стержня; λ_1, λ_2 – приведенные гибкости.

В данном фрагменте процедуры предполагается, что предварительно по соответствующим формулам уже вычислены гибкости. Их вычисление может представлять самостоятельный этап общего алгоритма расчета. Программа, реализующая разработанный алгоритм, должна находить и выводить на печать значение гибкости для продолжения расчета на следующих этапах.

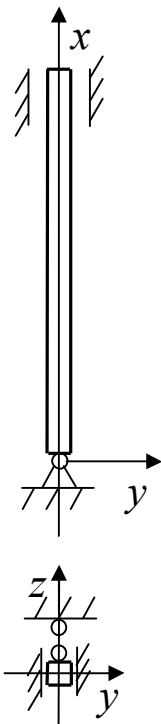


Рисунок 6 – Схема закрепления стержня

Рассмотрим в общем виде процедуру выбора без использования ЭВМ рационального варианта (одного из двух) расположения составного сечения стержня, состоящего, например, из двух двутавров (рисунок 6). Стержень в направлении оси z имеет шарнирно-неподвижную и шарнирно-подвижную опору, а в направлении оси y – соответственно шарнирно-неподвижную опору и жесткое защемление.

Вариант 1.

Момент инерции составного сечения относительно оси y $I_y^{ceч} = 2I_y^I$. Радиус инерции $i_y = \sqrt{2I_y^I / 2F^I} = \sqrt{I_y^I / F^I}$. Гибкость $\lambda_y = vl / i_y$; $v = 1$.

Пусть, например, в результате вычислений получим $\lambda_y = 70$. Момент инерции составного сечения относительно оси z $I_z^{ceч} = 2(I_{z_1}^I + F^I a^2)$. Радиус инерции $i_z = \sqrt{I_z^{ceч} / 2F^I}$; $v = 0,7$. Гибкость $\lambda_z = vl / i_z$.

Пусть, например, после вычислений получено $\lambda_z = 90$. Следовательно, по первому варианту расположения поперечного сечения $\lambda_y = 70$; $\lambda_z = 90$.

Вариант 2.

$$I_y^{ceч} = 2(I_{y_1}^I + F^I a^2); \quad i_y = \sqrt{I_y^{ceч} / 2F^I}; \quad \lambda_y = vl / i_y; \quad v = 1.$$

Пусть, например, в этом случае $\lambda_y = 75$.

$$I_z^{ceч} = 2I_z^I; \quad i_z = \sqrt{I_z^{ceч} / 2F^I}; \quad v = 0,7; \quad \lambda_z = vl / i_z.$$

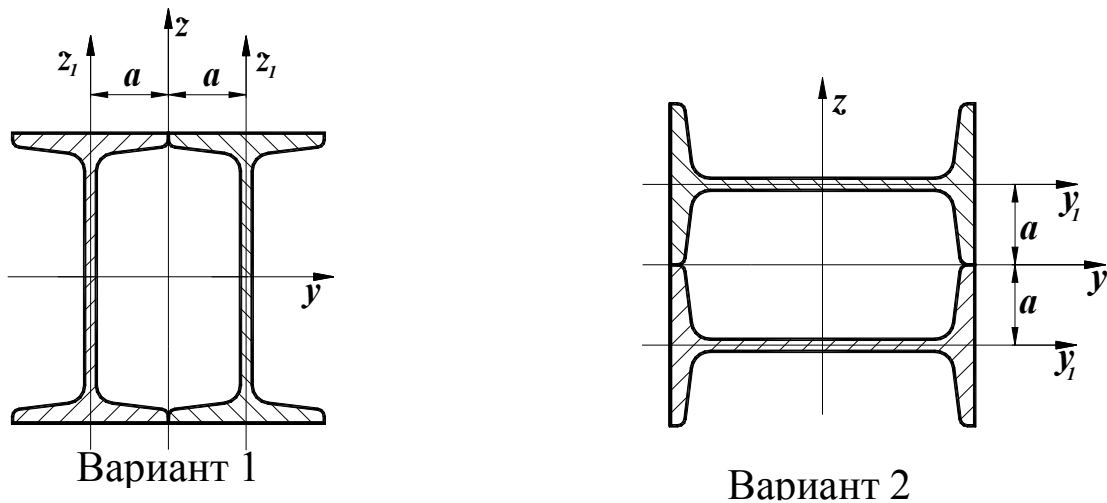


Рисунок 7 – Схемы расположения составного сечения

Пусть, например, $\lambda_z = 65$. Следовательно, по второму варианту: $\lambda_y = 75$; $\lambda_z = 65$.

Таким образом, выбираем второй вариант, у которого $\lambda_y = 75$ и $\lambda_z = 65$. Подумайте! Далее расчет осуществляется по наибольшей гибкости из второго варианта (λ_y).

3. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА, КОТОРЫЙ СВОДИТСЯ К РЕШЕНИЮ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

Рассматривается новый алгоритм проекторочного расчета, исключая традиционные процедуры: линейной интерполяции (при поиске на основании таблиц значения коэффициента продольного изгиба) и итерации (при нахождении площади поперечного сечения стержня, обеспечивающей устойчивость).

3.1. Построение аналитической зависимости коэффициента продольного изгиба φ от гибкости λ , т.е. нахождение функции $\varphi = \varphi(\lambda)$.

Коэффициент уменьшения основного допускаемого напряжения в расчетах на устойчивость вычисляется по формуле

$$\varphi = \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_0} \frac{n}{n_y}, \quad (1)$$

где $\sigma_{кр}$ – критическое напряжение, соответствующее наступлению потери устойчивости (переходу в новое положение равновесия); σ_0 – напряжение, при котором происходит потеря прочности

($\sigma_0 = \sigma_T$ – для пластических материалов; $\sigma_0 = \sigma_e$ – для хрупких материалов); n – коэффициент запаса прочности; n_y – коэффициент запаса устойчивости.

В (1) критическое напряжение вычисляется так: при $\lambda \geq 100$, $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$ – гипербола Эйлера, где E – модуль упругости материала; при $100 > \lambda \geq 40$, $\sigma_{кр} = a - b\lambda$ – формула Ясинского, где a и b – константы; при $40 > \lambda \geq 0$, $\sigma_{кр} = \sigma_T$.

В литературе обычно приводится таблица значений $\varphi = \varphi(\lambda)$ для различных материалов [3]. С использованием табличных данных построена аппроксимирующая аналитическая функция $\varphi = \varphi(\lambda)$ с привлечением стандартной процедуры *linfit* в MathCad. Выбран аппроксимирующий полином

$$\varphi = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^3 + a_4\lambda^4 + a_5\lambda^5, \quad (2)$$

где константы $a_0 \dots a_5$ найдены в результате реализации процедуры *linfit*. Например, для стали (Ст.2, Ст.3, Ст.4, таблица 22 [3]) полином (2) записывается так:

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda) = & 1,005 - 3,785 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda + 1,209 \cdot 10^{-4} \lambda^2 - 2,482 \cdot 10^{-6} \lambda^3 + \\ & + 1,564 \cdot 10^{-8} \lambda^4 - 3,15 \cdot 10^{-11} \lambda^5. \end{aligned} \quad (3)$$

На рисунке 8 изображены графики, которые построены с использованием табличных данных и зависимости (3); *они практически совпадают*. При вычислении φ для дискретных значений λ по зависимости (3) погрешность не превышает 2 – 3 %. Например, по таблице 22 [3] при $\lambda = 50$ следует $\varphi = 0,89$, а согласно зависимости (3) $\varphi = 0,896$.

3.2. Для зависимости минимального радиуса инерции поперечного сечения $i_{\min}$ от площади поперечного сечения стержня F использовался полином вида (2). Построена зависимость минимального радиуса инерции для двутавра $i_{\min} = i_y = i_y(F)$ от его площади поперечного сечения (на основании ГОСТ 8239-72). Как и ранее, использована процедура *linfit*. Для радиуса инерции, после реализации процедуры *linfit*, следует

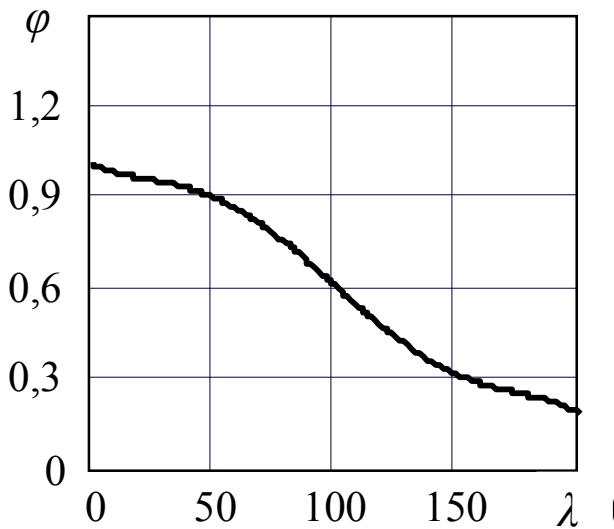


Рисунок 8 – Графики функций $\varphi(\lambda)$ по табличным данным и по зависимости (3)

ГОСТ 8239-72 $i_y = 3,54$ см, что свидетельствует о высокой точности аппроксимации.

$$i_y = -0,021 + 0,116F - 1,48 \cdot 10^{-3} F^2 + 4,254 \cdot 10^{-6} \cdot F^3 + 4,552 \cdot 10^{-8} F^4 - 2,39 \cdot 10^{-10} F^5. \quad (4)$$

Графики $i_y = i_y(F)$, построенные по таблице ГОСТ 8239-72 и по (4), изображены на рисунке 9. Например, для $F = 138 \text{ см}^2$ по (4) $i_y = 3,53$ см, а по таблице

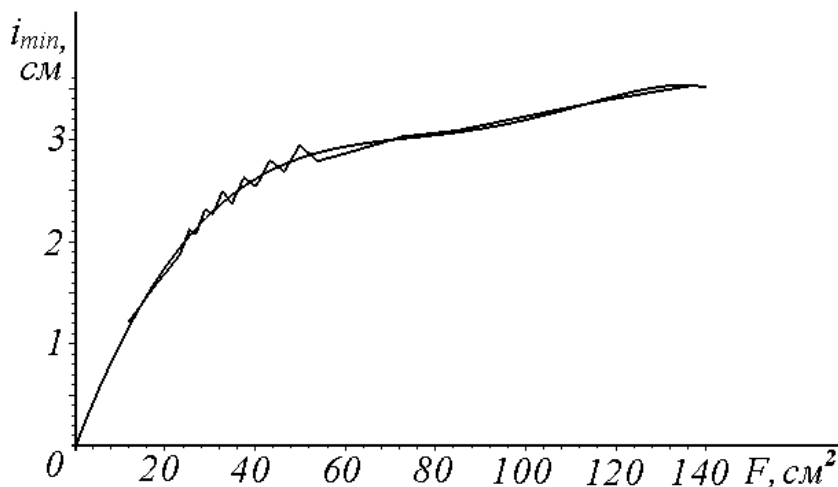


Рисунок 9 – Графики $i_y = i_y(F)$: по табличным данным и по зависимости (4)

3.3. Далее задача поиска площади поперечного сечения F сжатого стержня сводится к решению нелинейного алгебраического уравнения

$$U = \frac{P}{F \cdot [\sigma_-]} - \varphi = 0, \quad (5)$$

где P – продольная сила; $[\sigma_-]$ – допускаемое напряжение в расчетах на прочность. В (5) $\varphi = \varphi(\lambda)$, $\lambda = \nu l / i_{\min}$, $i_{\min} = i_{\min}(F)$, где $i_{\min}$ – радиус инерции; ν – коэффициент приведения длины; l –

длина стержня. После преобразований нелинейное уравнение (5) содержит только одно неизвестное – площадь сечения F . Для иллюстрации на рисунке 10 показано графическое решение уравнению (5) и видно, что корень совпадает с аналитическим решением.

Пример. Исходные данные: $P = 320$ кН; $\nu = 0,5$; $[\sigma] = 160$ МПа; $l = 5$ м.



Рисунок 10 – Графическое решение уравнения (5)

функции *Solve* в Maple. Интересно, что при этих же исходных данных в результате трех приближений подобран двутавр №24 с площадью поперечного сечения $F = 34,8$ см², что свидетельствует о практическом совпадении результатов вычислений по обоим алгоритмам. Преимущество алгоритма – исключение итераций.

Если при подборе сечения не используется сортамент прокатной стали, то задача упрощается, т.к. нет необходимости построения функции $i_{\min} = i_{\min}(F)$.

4. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА, ОСНОВАННЫЙ НА МЕТОДЕ ПЕРЕБОРА

Современные возможности вычислительной техники позволяют пересмотреть существовавшие до недавнего времени алгоритмы расчета в механике деформируемого твердого тела, в частности – проектировочный расчет на устойчивость сжатого стержня.

Как известно, традиционный алгоритм расчета основан на процедурах итерации и линейной интерполяции. Ранее было показано, что процедура расчета может быть сведена к решению одного существенно нелинейного алгебраического уравнения. При этом необходимо было предварительно найти функции $\varphi = \varphi(\lambda)$ и $i_y = i_y(F)$. Однако, при современном быстродействии ЭВМ возможен еще более простой алгоритм, который исключает решение не-

линейного уравнения.

Суть алгоритма в следующем. При исходных данных $(P, \nu, l, [\sigma_-], \varepsilon)$ и заранее полученной функции $\varphi = \varphi(\lambda)$ вводятся массивы: номер профиля, площадь поперечного сечения и минимальный радиус инерции. В цикле для каждого номера вычисляются λ_k и φ_k , $\sigma_k = \frac{P}{\varphi_k F_k}$ и погрешность $\Delta\sigma_k = \left| \frac{\sigma_k - [\sigma_-]}{[\sigma_-]} \right| \cdot 100\%$. Если погрешность не превышает заданной ε , то расчет заканчивается. Пример расчета методом перебора приведен в Приложении.

ПРИМЕЧАНИЕ

При рассмотрении задачи устойчивости задается вид поперечного сечения стержня. Однако в практике может иметь место следующая задача: найти такой вид сечения из заданного по сортаменту набора профилей, для которого при условии обеспечения устойчивости расход материала минимален. Близкой к предыдущей является следующая задача: найти такой профиль из заданной массы материала, который соответствует максимальной критической нагрузке сжатого стержня.

Возможен и другой вариант постановки задачи: какой закон изменения площади поперечного сечения (литого) по длине стержня должен быть, чтобы обеспечить устойчивость данного стержня при минимуме его массы (характер закрепления концов известен).

Обычно в конструкциях (зданиях, сооружениях, кораблях, самолетах и т.д.) потеря устойчивости элемента конструкции – это катастрофа или близкое к ней состояние [9]. Но в приборостроении, например, возможны случаи, когда потеря устойчивости полезна – если упругий элемент является составной частью системы управления процессом нагружения некоторого агрегата и потеря устойчивости этого упругого элемента приводит к срабатыванию ограничителей по нагрузке.

Если и дальше идти тропой поиска новых задач исследований, то возникнут следующие: задача анализа закритических форм равновесия систем; учет пластических деформаций при оценке устойчивости стержней, рам, тонкостенных пространственных конструкций; задача построения траекторий нагружения и анализа закритических состояний на основании теории ветвления решений; истолкование явления потери устойчивости с позиции теории катастроф

[9] или с позиции теории оптимального управления и многие другие.

Приведенные постановки задач могут быть использованы в научно-исследовательской работе студентов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. - 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: учебник для втузов / В.И. Феодосьев. – 9-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
3. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов: учебник для вузов / Г.С. Писаренко и др. – К.: Вища школа, 1979. – 696 с.
4. Бохонский А.И. Совершенствование процедуры проекторочного расчета на устойчивость сжатых стержней / А.И. Бохонский // Збірник наукових праць СВМІ. – Севастополь, 2007. – Вып. 2 (12). – С. 3 – 5.
5. Расчет сжатого стержня на устойчивость: Методические указания к выполнению расчетно-графического задания №6 по дисциплине «Сопротивление материалов» для студентов механических специальностей всех форм обучения / Сост. В.В. Леонтьев, Г.П. Григорьянц. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2001. – 12 с.
6. Методические указания и контрольные задания для самостоятельной работы студентов заочной и дневной форм обучения по дисциплине «Сопротивление материалов» / Сост. Э.В. Прошкин. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2003. – 43 с.
7. Методические указания по научно-исследовательской работе студентов (НИРС) на тему: «Использование ЭВМ при расчете сжатых стержней» / Сост. А.И. Бохонский. – Севастополь: Изд-во КМУ СПИ, 1984. – 24 с.
8. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н.А. Алфутов. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
9. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И. Арнольд. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 80 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

Примеры решения в MathCad и Maple

Проектировочный расчет на устойчивость (MathCad)

$$\sigma d := 160 \cdot 10^6 \quad P := 250000 \quad L := 4.0 \quad \nu := 1$$

Первое приближение $\phi 1 := 0.5$

$$F := \frac{P}{(\phi 1 \cdot \sigma d)} \quad F = 3.125 \times 10^{-3} \quad \text{N24a} \quad F := 3.29 \cdot 10^{-3} \quad i y := 0.0278$$

$$\lambda := \frac{L}{i y} \quad \lambda = 143.885 \quad \phi 11 := 0.36 - \frac{(0.36 - 0.32)}{(150 - 140)} \cdot (\lambda - 140)$$

Второе приближение $\phi 2 := \frac{(\phi 1 + \phi 11)}{2} \quad \phi 11 = 0.344$

$$\phi 2 = 0.422 \quad F := \frac{P}{(\phi 2 \cdot \sigma d)} \quad F = 3.701 \times 10^{-3}$$

N30 $i y := 0.0284 \quad \lambda := \frac{L}{i y} \quad \lambda = 140.845 \quad F := 4.05 \cdot 10^{-3}$

$$\phi 21 := 0.36 - \frac{(0.36 - 0.32)}{(150 - 140)} \cdot (\lambda - 140) \quad \phi 21 = 0.357$$

Третье приближение $\phi 3 := \frac{(\phi 2 + \phi 21)}{2}$
 $\phi 3 = 0.389$

$$F := \frac{P}{(\phi 3 \cdot \sigma d)} \quad F = 4.012 \times 10^{-3} \quad F := 4.05 \cdot 10^{-3} \quad \text{N30} \quad \phi 3 := 0.357$$

$$\Delta := (\sigma - \sigma d) \cdot \frac{100}{\sigma d} \quad \Delta = 8.068 \quad \sigma := \frac{P}{(\phi 3 \cdot F)} \quad \sigma = 1.729 \times 10^8$$

Если принять N33

$$F := 4.65 \cdot 10^{-3} \quad i y := 0.0297 \quad \lambda := \frac{L}{i y} \quad \lambda = 134.68$$

$$\phi 31 := 0.4 - \frac{(0.4 - 0.36)}{(140 - 130)} \cdot (\lambda - 130) \quad \phi 31 = 0.381 \quad \sigma := \frac{P}{(\phi 31 \cdot F)}$$

$$\Delta := (\sigma - \sigma d) \cdot \frac{100}{\sigma d} \quad \Delta = -11.87 \quad \sigma = 1.41 \times 10^8$$

**Проверочный расчет на устойчивость сжатых стержней
(MathCad)**

$$b := 0.04 \quad L := 2.0 \quad h := 0.08 \quad N := 200000 \quad S_m := 160 \cdot 10^6$$

Коэффициент приведения длины $\nu := 0.7$

$$J_{\min} := \frac{h \cdot b^3}{12} \quad J_{\min} = 4.267 \times 10^{-7}$$

$$F_{br} := b \cdot h \quad I_{\min} := \sqrt{\frac{J_{\min}}{F_{br}}}$$

$$I_{\min} = 0.012$$

Гибкость

$$\lambda := \nu \cdot \frac{L}{I_{\min}} \quad \lambda = 121.244$$

Линейная интерполяция

(коэффициент продольного изгиба)

$$\phi := 0.45 - \frac{(0.45 - 0.40)}{10} \cdot 1.244$$

$$\phi = 0.444$$

$$\sigma_y := S_m \cdot \phi \quad \sigma_y = 7.1 \times 10^7$$

$$\sigma := \frac{N}{F_{br}} \quad \sigma = 6.25 \times 10^7$$

Устойчивость обеспечена, так как действующие напряжения меньше допускаемых при расчете на устойчивость

Проектировочный расчет на устойчивость методом перебора (Maple)

```

> # L1 -длина стержня; nu - коэффициент приведения длины; P - сжимающая
продольная сила; Sm - допускаемое напряжение; iy- радиусы инерции (по
ГОСТ 8239-72); поперечное сечение – двутавр
> restart; L1:=500: nu:=0.5: P:=380000: Sm:=160*10^6:
> iy:=array(1..16,[1.22,1.38,1.55,1.70,1.88,2.12,2.07,2.32,2.27,2.50,2.37,
2.63,2.54,2.80,2.69,2.95]);

iy := [ 1.22, 1.38, 1.55, 1.70, 1.88, 2.12, 2.07, 2.32, 2.27, 2.50, 2.37, 2.63, 2.54, 2.80, 2.69,
2.95 ]

> # Nn - номера двутавров; примечание - вместо буквы "а" в номере двутав-
ра добавлена единица
> Nn:=array(1..16,[10,12,14,16,18,181,20,221,22,221,24,241,27,271,30,301]);

Nn := [ 10, 12, 14, 16, 18, 181, 20, 221, 22, 221, 24, 241, 27, 271, 30, 301 ]

> # FF - площади поперечного сечения двутавров
> FF:=array(1..16,[0.0012,0.00147,0.00174,0.00202,0.00234,0.00254,
0.00268,0.00289,0.00306,0.00328,0.00348,0.00375,0.00402,0.00432,0.00465,0.00
499]);
FF := [ 0.0012, 0.00147, 0.00174, 0.00202, 0.00234, 0.00254, 0.00268, 0.00289, 0.00306,
0.00328, 0.00348, 0.00375, 0.00402, 0.00432, 0.00465, 0.00499 ]

> DT:=7.5; # перенапряжение либо недонапряжение (принятая допустимая
погрешность в процентах)

DT := 7.5

> # перебор вариантов
> for i from 1 to 16 do
> L:=nu*L1/iy[i]: # вычисление гибкости L; использование аналитической
зависимости коэффициента уменьшения допускаемого напряжения "f" от
гибкости "L";
> f:=(1.005-L*(3.785*10^(-3)))+L^2*(1.209*10^(-4))-L^3*(2.428*10^(-
6))+L^4*(1.564*10^(-8))-L^5*(3.15*10^(-11)): Nn[i]: FF[i]: Ss:=P/(f*FF[i]):
Dt:=abs(((Ss-Sm)*100/Sm)):if Dt<DT then print(Nn[i], FF[i], L, f) fi end do:
> # результат, выданный на печать: номер двутавра 24а; площадь поперечно-
го сечения .375e-2; гибкость 95.05703422; коэффициент снижения допускае-
мого напряжения .6846602397
>

241, 0.00375, 95.05703422, 0.6846602397

```

Заказ № _____ от « ____ » _____ 200_ г. Тираж _____ экз.
Изд-во СевНТУ

Пусть, например, после вычислений получено $\lambda_z = 90$. Следовательно, по первому варианту расположения поперечного сечения $\lambda_y = 70$; $\lambda_z = 90$.

Вариант 2.

$$I_y^{сеч} = 2(I_{y1}^I + F^I a^2); \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y^{сеч}}{2F^I}}; \quad \lambda_y = \frac{vl}{i_y}; \quad v = 1.$$

Пусть, например, в этом случае $\lambda_y = 75$.

$$I_z^{сеч} = 2I_z^I; \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z^{сеч}}{2F^I}}; \quad v = 0,7; \quad \lambda_z = \frac{vl}{i_z}.$$

Пусть, например, $\lambda_z = 65$.

Таким образом, выбираем второй вариант, у которого $\lambda_y = 75$ и $\lambda_z = 65$. Далее расчет осуществляется по наибольшей гибкости из второго варианта (λ_y).