

Министерство образования и науки Украины

Севастопольский национальный технический университет



ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ

НА ПРОЧНОСТЬ

Методические указания

для практических занятий и индивидуальной работы
по дисциплине

«Сопротивление материалов»

студентов технических специальностей

всех форм обучения

Модуль 1: «Прочность стержня»

Севастополь 2008



УДК 539.3

Проектировочный расчет на прочность: методические указания /
Сост. И.В. Хромов. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. – 16 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам при решении инженерных задач первого модуля сопротивления материалов – «Прочность стержня».

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры технической механики и машиноведения, протокол № 1 от «28» августа 2008 г.

Допущено учебно-методическим центром в качестве методических указаний.

Рецензент: В.В. Леонтьев, доцент.

Компьютерный набор: А.Ю. Даскалица.

Заказ № _____ от «_____» 200__ г. Тираж _____ экз.

Изд-во СевНТУ

Содержание

Введение.....	4
1.Краткие теоретические сведения.....	5
1.1.Нормальные и касательные напряжения.....	5
1.2.Расчет напряжений по заданным внутренним силовым факторам.....	6
1.3.Допускаемое напряжение. Условие прочности.	8
2.Методика проектировочного расчета на прочность.....	9
2.1.Общие рекомендации.....	9
2.2.Примеры решения и оформления контрольных задач	10
3.Контрольные вопросы.....	13
Библиографический список.....	13

Введение

Настоящее пособие является продолжением первой части методических указаний к модулю 1 «Прочность стержня» по курсу сопротивление материалов [1]. В первой части рассматривался анализ распределения внутренних силовых факторов по длине стержня, введено понятие «опасного сечения». Вторая часть посвящена основам построения математической модели, позволяющей исследовать распределение внутренних сил (напряжений) по площади поперечного сечения. Приведены формулы и методика для проектирования стержневых несущих элементов, способных работать без разрушения. Даны примеры решения прикладных задач.

1.Краткие теоретические сведения

1.1.Нормальные и касательные напряжения

Рассмотрим внутренние силы в произвольно выбранном поперечном сечении стержня. Эти силы распределены непрерывно и, в общем случае, неравномерно по площади поперечного сечения (рис.1а). Для количественной характеристики интенсивности внутренних сил в окрестности произвольной точки вводят понятие – напряжение, более точно, – механическое напряжение. В рамках данного пособия рассматриваются три вида напряжений:

- полное напряжение $\vec{p}$ - это сила, приходящаяся на малую единичную площадку в окрестности рассматриваемой точки сечения. Направление полного напряжения по отношению к площадке может быть произвольным (рис.1б);

- нормальное напряжение σ - это проекция полного напряжения на ось, перпендикулярную к плоскости поперечного сечения (рис.1б);

- касательное напряжение τ - это проекция полного напряжения на плоскость поперечного сечения (рис.1б).

В соответствии с приведенным определением, механическое напряжение имеет размерность – $[Н/м^2]$ или $[Па]$.



Рисунок 1 Напряжения в поперечном сечении стержня

1.2. Расчет напряжений по заданным внутренним силовым факторам

Анализ и расчет напряженного состояния стержня является одним из сложных разделов теории сопротивления материалов. И только для ограниченного типа задач при использовании упрощающих гипотез удастся получить конечные аналитические формулы. Ниже такие формулы приведены для трех случаев:

- при чистом растяжении нормальные напряжения одинаковы во всех точках поперечного сечения стержня (рис.2) и рассчитываются по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (1)$$

где N - внутренняя продольная сила в заданном поперечном сечении стержня; F - площадь поперечного сечения.

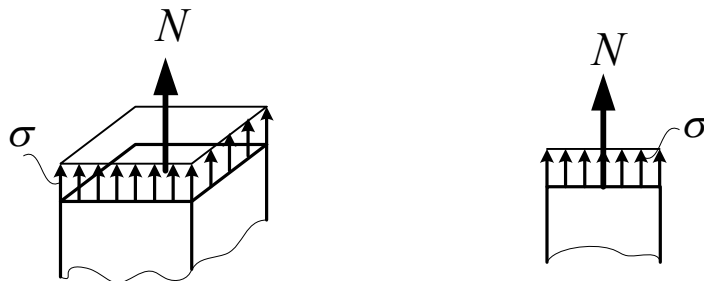


Рисунок 2

- при чистом изгибе нормальные напряжения распределяются неравномерно (рис.3) и рассчитываются по формуле

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y, \quad \text{отсюда} \quad \sigma_{\max} = \frac{M_x}{J_x} y_{\max} = \frac{M_x}{W_x}, \quad (2)$$

где M_x - внутренний изгибающий момент в заданном поперечном сечении стержня; J_x - осевой момент инерции и W_x - осевой момент

сопротивления поперечного сечения; y - координата произвольной точки поперечного сечения; $y_{\max}$ - координата точки, максимально удаленной от оси x (рис.3).

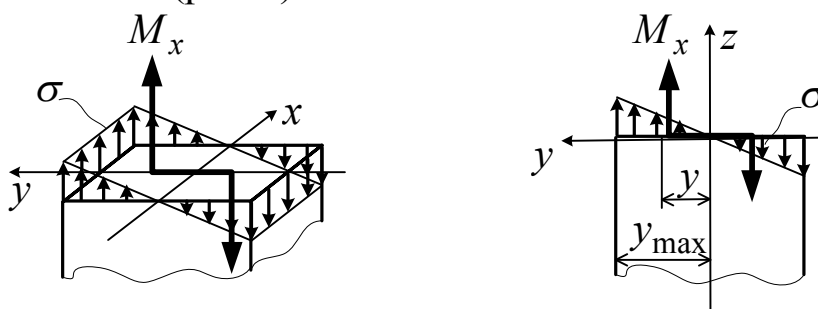


Рисунок 3

- при чистом кручении круглого стержня в поперечном сечении возникают касательные напряжения (рис.4) определяемые по формуле

$$\tau = \frac{M_{кр}}{J_p} \rho, \quad \text{отсюда} \quad \tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{J_p} \rho_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (3)$$

где $M_{кр}$ - внутренний крутящий момент в заданном поперечном сечении стержня; J_p - полярный момент инерции и W_p - полярный момент сопротивления поперечного сечения; ρ - полярная координата (радиус) произвольной точки поперечного сечения; $\rho_{\max}$ - наружный радиус круглого сечения.

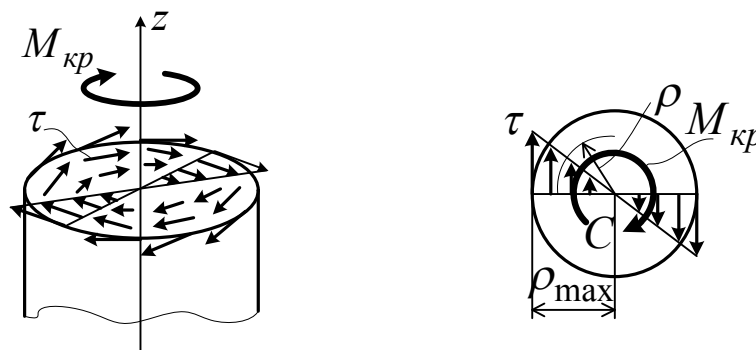


Рисунок 4

1.3. Допустимое напряжение. Условие прочности.

Экспериментальные исследования образцов при различных видах нагружения показывают, что при возрастании действительных напряжений до некоторого критического значения $\sigma_{кр}$ или $\tau_{кр}$ в материале происходят необратимые изменения: разрушение или пластическое течение. Для того, чтобы с заданной надежностью исключить подобные явления в процессе эксплуатации несущих элементов в расчете используют понятие допустимого напряжения - это величина, определяемая по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{кр}}{n}, \quad [\tau] = \frac{\tau_{кр}}{n}, \quad (4)$$

где $n = (1,5..6)$ - коэффициент запаса прочности.

Для обеспечения прочности стержня в условиях простого нагружения достаточно обеспечить выполнение следующего условия: действительное максимальное напряжение в стержне не должно превышать допустимой величины для выбранного материала (условие прочности). Используя равенства (1) – (3), можно получить математическую формулировку условия прочности в частных случаях нагружения стержня:

- чистое растяжение $\sigma_{\max} = \frac{|N|_{\max}}{F} \leq [\sigma]; \quad (5)$

- чистый изгиб $\sigma_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad (6)$

- чистое кручение круглого стержня $\tau_{\max} = \frac{|M_{кр}|_{\max}}{W_p} \leq [\tau], \quad (7)$

где $|N|_{\max}$, $|M_x|_{\max}$, $|M_{кр}|_{\max}$ - внутренние силовые факторы в опасном сечении стержня.

2.Методика проектировочного расчета на прочность

2.1.Общие рекомендации

Конечная цель проектировочного расчета на прочность – это выбор неизвестных геометрических размеров поперечного сечения, при которых будет выполняться условие прочности, соответствующее заданной схеме нагружения стержня. Методика расчета включает следующие этапы:

- для заданной расчетной схемы нагружения стержня определяют величину внутренних силовых факторов $|N|_{\max}$, $|M_x|_{\max}$, $|M_{кр}|_{\max}$ в опасном сечении [1-4];
- для заданного вида материала по справочной литературе [2,3] выбирают величину допускаемого напряжения;
- на основании условия прочности (5), (6) или (7) определяют одну из геометрических характеристик поперечного сечения стержня F , W_x или W_p ;
- по расчетным значениям геометрических характеристик выбирают размеры поперечного сечения, используя справочные формулы или специальные таблицы для сложных форм стандартного сортамента прокатной стали [2-4].

2.2. Примеры решения и оформления контрольных задач

Пример 1. Чистое растяжение

1. Исходные данные:

Поперечное сечение стержня имеет форму прямоугольника с заданным соотношением сторон $k=h/b$:

$$k := 3.3$$

Материал стержня: дерево

Расчетное значение внутренней продольной силы в опасном сечении стержня:

$$N_{\max} := 4.5 \quad \text{КН}$$

2. Выбираем по справочнику допустимое напряжение:

$$\sigma_d := 1.6 \cdot 10^4 \quad \text{КПа}$$

3. Определяем расчетную площадь из условия прочности:

$$F := \frac{N_{\max}}{\sigma_d} \quad F = 2.812 \times 10^{-4} \quad \text{м}^2$$

4. Определяем размеры поперечного сечения:

$$b := \sqrt{\frac{F}{k}} \cdot 1000 \quad h := k \cdot b \quad b = 9.232 \quad h = 30.465 \quad \text{мм}$$

5. После округления

$$b := 10 \quad h := 30 \quad \text{мм}$$

Пример 2. Чистый изгиб

1. Исходные данные:

Поперечное сечение стержня имеет форму двутавра

Материал стержня: сталь 5

Расчетное значение внутреннего изгибающего момента в опасном сечении стержня:

$$M_{\max} := 5.4 \quad \text{Кнм}$$

2. Выбираем по справочнику допустимое напряжение:

$$\sigma_d := 1.6 \cdot 10^5 \quad \text{КПа}$$

3. Определяем расчетный момент сопротивления из условия прочности:

$$W_x := \frac{M_{\max} \cdot 10^6}{\sigma_d} \quad W_x = 33.75 \quad \text{см}^3$$

4. По таблицам сортамента выбираем двутавр № 10, выписываем табличные значения:

- высота и ширина профиля: $h := 100 \quad b := 53 \quad \text{мм}$

- момент сопротивления: $W_{xt} := 38 \quad \text{см}^3$

Пример 3. Чистое кручение

1. Исходные данные:

Поперечное сечение стержня имеет форму круга

Материал стержня: чугун

Расчетное значение внутреннего крутящего момента в опасном сечении стержня:

$$M_{\max} := 3.99 \quad \text{КНм}$$

2. Выбираем по справочнику допустимое напряжение:

$$\tau_d := 0.3 \cdot 10^5 \quad \text{КПа}$$

3. Определяем расчетный момент сопротивления из условия прочности :

$$W_p := \frac{M_{\max} \cdot 10^9}{\tau_d} \qquad W_p = 1.33 \times 10^5 \quad \text{мм}^3$$

4. Вычисляем диаметр круглого сечения

$$d := \sqrt[3]{\frac{16 W_p}{\pi}} \qquad d = 87.823 \quad \text{мм}$$

5. После округления: $d := 90 \quad \text{мм}$

3.Контрольные вопросы

- 1.Дайте определение терминов, относящихся к понятию механического напряжения:
 - полное напряжение;
 - нормальное напряжение;
 - касательное напряжение;
 - критическое напряжение;
 - допустимое напряжение;
 - запас прочности.
- 2.Запишите математическую форму условия прочности для трех простых случаев нагружения стержня.
- 3.Назовите геометрические характеристики поперечного сечения, от которых зависит прочность стержня.
- 4.Сформулируйте цель и основные этапы проектировочного расчета на прочность.

Библиографический список

1. Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы студентов технических специальностей по дисциплине «Сопротивление материалов». Модуль 1: «Прочность стержня». Определение опасного поперечного сечения стержня / Сост. В.Г. Хромов, И.В. Хромов. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. – 20 с.
2. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитко. – К.: Высш. школа, 1979. – 694 с.
3. Корнілов О. Опір матеріалів/О. Корнілов. – К.: Логос, 2000. –551 с.

4. Методические указания и контрольные задания для самостоятельной работы студентов заочной и дневной форм обучения по дисциплине «Сопротивление материалов» / Сост. Э.В. Прошкин. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2003. – 43 с.