

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет

Методические указания по дисциплине

“Теория электрических и электронных цепей”

для студентов дневной и заочной формы обучения
специальностей 7.090801 и 7.090804

Часть 1.

Севастополь
2005

УДК681.3

Теория электрических и электронных цепей

/ А.С. Паранюк. Учебное пособие. – Севастополь: СевНТУ, 2005. – 20с.

Целью учебного пособия является оказание помощи студентам в подготовке к выполнению курсового проекта по дисциплине «Теория электрических и электронных цепей».

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Электроника».

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры электронной техники (протокол № 1 от 25 августа 2005 г.)

Рецензент Тестоедов А.А. канд. тех. наук, доцент кафедры ЭЛТ.

1. Составляющие элементы электрической схемы.

Электрическая схема состоит из объектов, называемых элементами схемы, электрически соединенных между собой.

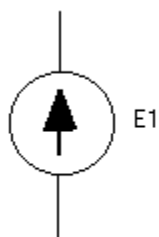
Часть схемы, соединенные между собой последовательно, называется **ветвью**.

Точка, в которой соединяются несколько ветвей (более двух) называется **узлом**.

Часть схемы, являющаяся соединением нескольких ветвей, имеющих только общие узлы (принадлежащие одновременно хотя бы двум ветвям), называется контуром.

Наиболее известными элементами электрической схемы являются:

источники э.д.с. , обозначаются символом:



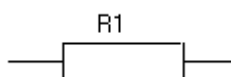
(размерность $[E1]=V$, то есть Вольты)

источники тока, обозначаются символом:



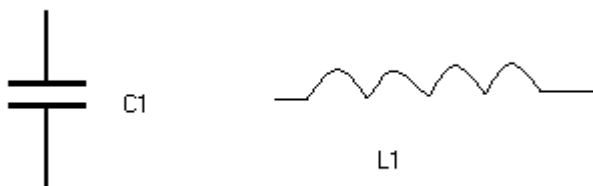
(размерность $[J1]=A$, то есть Амперы)

резисторы (сопротивления), обозначаются символом:



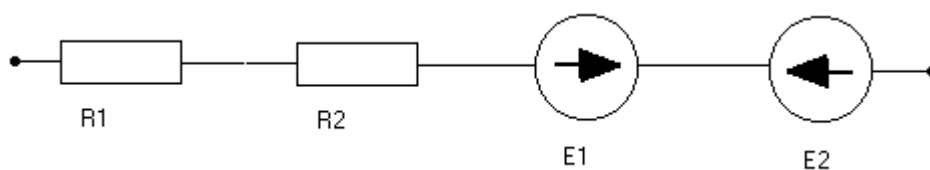
(размерность $[R1]=\Omega$, то есть Омы)

емкости и индуктивности, обозначаются символами:

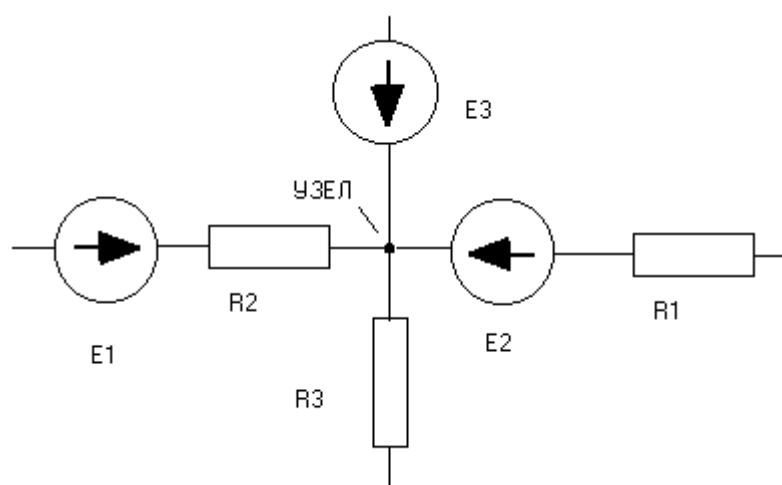


размерность емкости (конденсатора) $[C1]=F$, то есть Фарада, размерность индуктивности (катушки индуктивности) $[L1]=H$, то есть Генри.

Примером последовательно соединенных элементов, являющейся ветвью, является цепь:

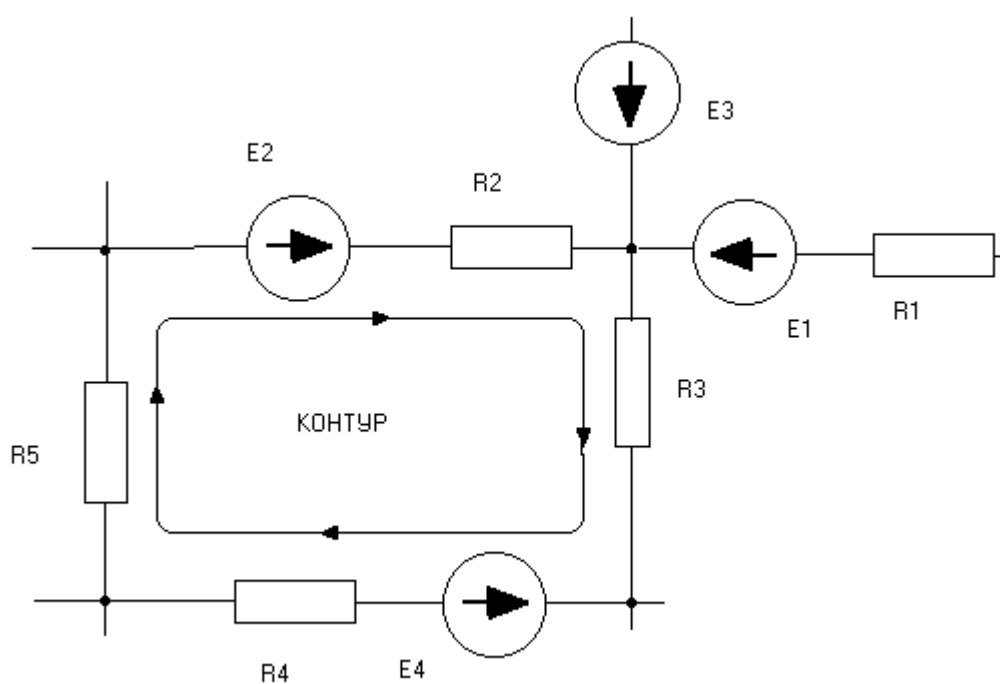


Примером узла является часть схемы, изображенной ниже:



Здесь в узле сходятся четыре ветви.

Пример контура, являющегося частью схемы:



Здесь в контуре содержится четыре ветви.

2. Методы расчетов электрических схем.

Простейшим способом расчета электрических цепей является метод эквивалентных преобразований. Он заключается в том, что каждая ветвь, содержащая последовательно соединенные сопротивления эквивалентна ветви с одним сопротивлением по номиналу равным сумме этих сопротивлений. Если же в ветви есть последовательно соединенные источники э.д.с., то они эквивалентны одному источнику с номиналом, равным алгебраической сумме этих источников. Метод эквивалентных преобразований эффективен при расчете схем, содержащих один источник э.д.с. Его развитием является метод суперпозиции.

Методика составления уравнений при расчете токов, протекающих в ветвях электрической схемы методом суперпозиции.

1. Все э.д.с., имеющиеся в цепи, кроме одной, положить равными нулю, внутренние сопротивления оставить неизменными.
2. Рассчитать во всех ветвях токи, они называются частичными.
3. Последовательно оставлять остальные имеющиеся э.д.с., при других закороченных (номиналом ноль) и рассчитывать для каждого случая частичные токи, учитывая их направление.
4. Определить токи в каждой ветви как алгебраическую сумму частичных токов этой ветви.

Метод эквивалентных преобразований и метод суперпозиции удобны при расчете цепей, содержащих малое количество электрических элементов. Кроме того, не всегда можно с легкостью найти какие сопротивления последовательно соединены, а какие параллельно. Кроме того, с развитием ЭВМ, расчетная часть не затрудняет человека, поэтому, более эффективны методы расчета с помощью правил Кирхгофа, методом контурных токов и методом узловых потенциалов. Иногда удобен метод эквивалентного генератора.

Опишем словестно эти методы.

Методика составления уравнений при расчете токов, протекающих в ветвях электрической схемы методом эквивалентного генератора.

Метод эквивалентного генератора дает возможность рассчитать ток в одной ветви. Для этого необходимо проделать следующее:

1. Разомкнуть ветвь, ток в которой необходимо определить ток.
2. Любым методом рассчитать разность потенциалов между точками разрыва, Это напряжение часто называют «холостым» и обозначают U_x или U_{xx} (холостой ход).
3. Э.д.с. всех источников положить равной нулю (внутреннее сопротивление источников остаются неизменными) и рассчитать сопротивление между точками разрыва. Это сопротивление часто называют «коротким» и обозначают R_k (или $R_{кз}$).

Определяют ток в данной ветви по формуле:

$$I = \frac{U_x}{R_k}$$

Методика составления уравнений при расчете токов, протекающих в ветвях электрической схемы по законам Кирхгофа.

1. Определить по схеме число ветвей, узлов и простых контуров.
2. В каждой ветви задаться предполагаемым током.
3. Выбрать (n-1) узлов, если всего их n и составить для них уравнения по первому закону Кирхгофа, т. е. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю.

4. Выбрать контуры, для которых будут составлены уравнения по второму закону Кирхгофа. Этих контуров должно быть столько, чтобы число получившихся уравнений было равно числу неизвестных токов (числу ветвей), т. е. $(m-n)$. Составить уравнения по второму правилу Кирхгофа: Алгебраическая сумма э.д.с источников электрической энергии в контуре должна быть равна алгебраической сумме падений напряжений на элементах схемы в контуре.
5. Решить полученную систему уравнений.

Методика составления уравнений при расчете токов, протекающих в ветвях электрической схемы методом контурных токов.

1. Определить простейшие контуры в цепи.
2. Задаться в каждом контуре каким – либо током (называемым КОНТУРНЫМ).
3. Составить уравнения для каждого контура, используя второе правило Кирхгофа, но теперь нужно учитывать, что через элементы контура могут протекать несколько контурных токов, имеющих разное направление.
4. Решить полученную систему уравнений относительно токов.
5. Определить токи в каждой ветви. Если по одной и той же ветви течет несколько контурных токов, то результирующий ток равен алгебраической сумме этих токов.

Методика составления уравнений при расчете токов, протекающих в ветвях электрической схемы методом узловых потенциалов.

При расчете схем методом узловых потенциалов используется система уравнений, составленная по первому правилу Кирхгофа и затем, каждый ток преобразуется по формуле:

$$I = \frac{\phi_a - \phi_b + \sum_i E_i}{\sum_j R_j}$$

ϕ_a – потенциал узла (a), ϕ_b – потенциал узла (b).

Это закон Ома для участка цепи, содержащего источники э.д.с.

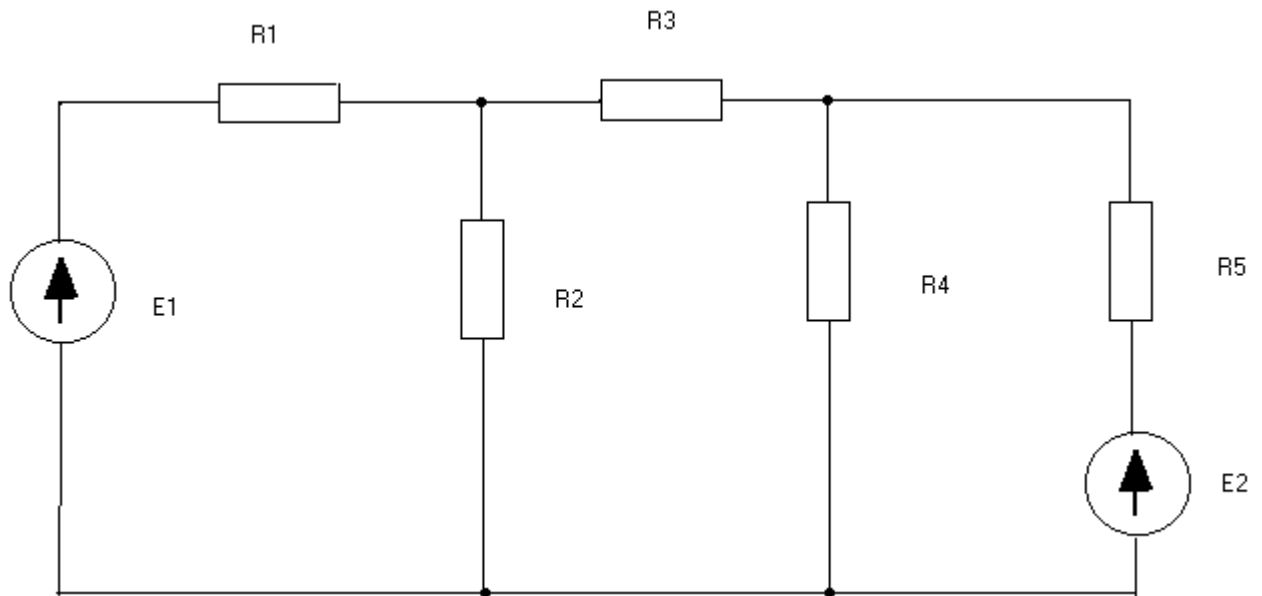
Собственно сам метод используется по следующему алгоритму:

1. Обозначить буквами все узловые точки цепи и потенциалы этих точек (можно, и это проще сразу потенциал узла, где сходится наибольшее количество ветвей принять равным нулю).
2. Задаться предполагаемыми токами в ветвях цепи.
3. Записать $(n-1)$ уравнений для узлов относительно токов.
4. Выразить токи по формуле:
5. Решить уравнения относительно потенциалов ϕ_i .
6. При необходимости пересчитать токи по формуле:

$$I = \frac{\phi_a - \phi_b + \sum_i E_i}{\sum_j R_j}$$

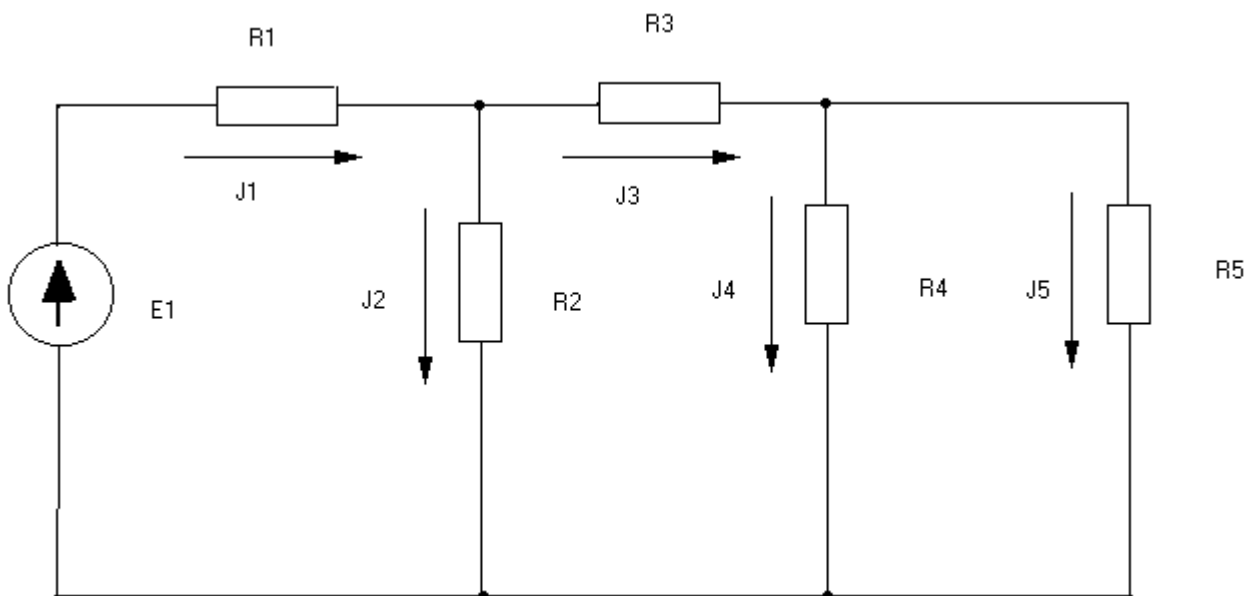
4. Примеры расчета электрических схем.

Рассчитаем нижеприведенную схему перечисленными методами.



Решение методом наложения.

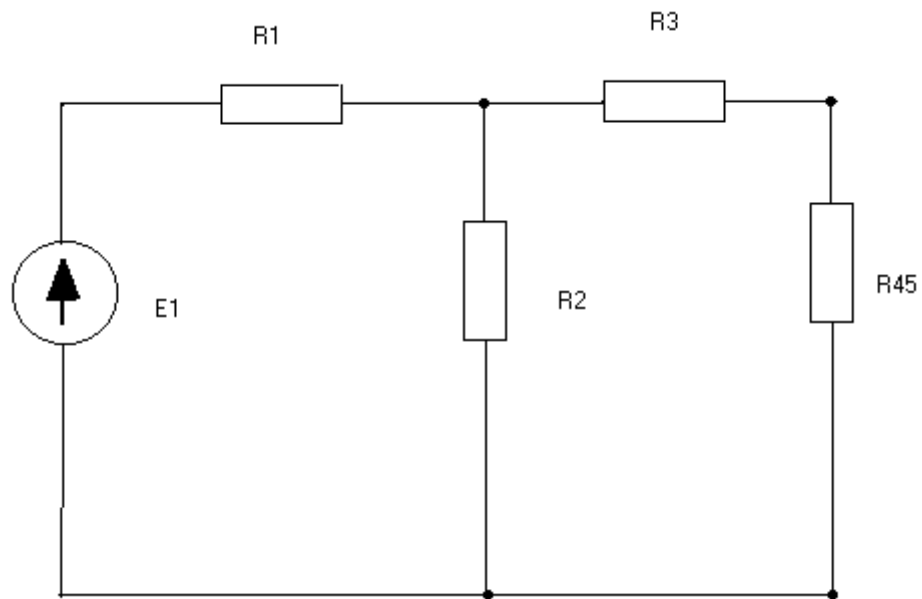
Закоротим источник напряжения E2 (то есть удалим его), тогда схема будет проще и следуя тому, что ток течет от плюса к минусу начертим направления токов в ветвях и присвоим им соответствующие обозначения.



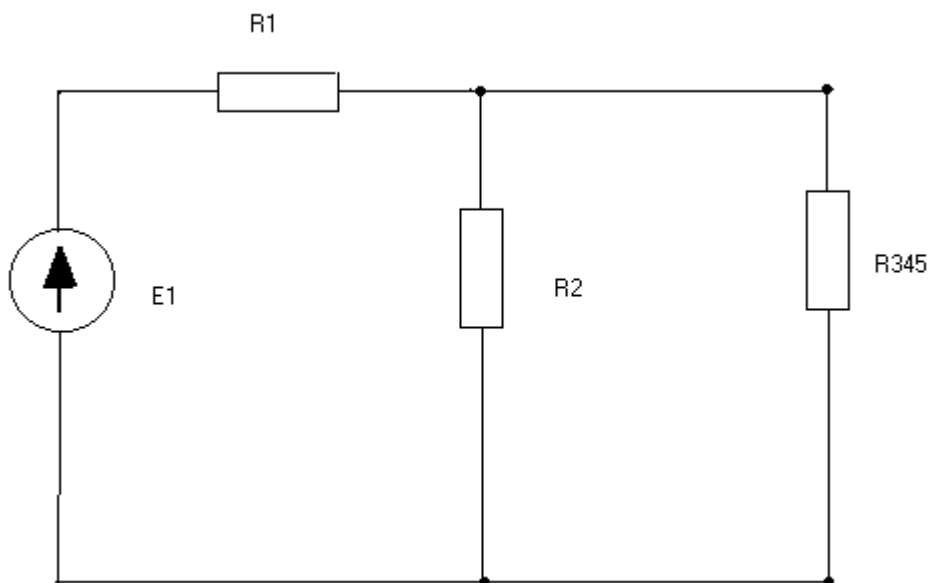
На получившейся схеме сопротивления R4 и R5 соединены параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление равно:

$$\frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} = R45$$

Тогда схема упростится:



Теперь видно, что сопротивления R3 и R45 соединены последовательно, их общее сопротивление равно $R_{345} = R_3 + R_{45}$. Схема станет такой:



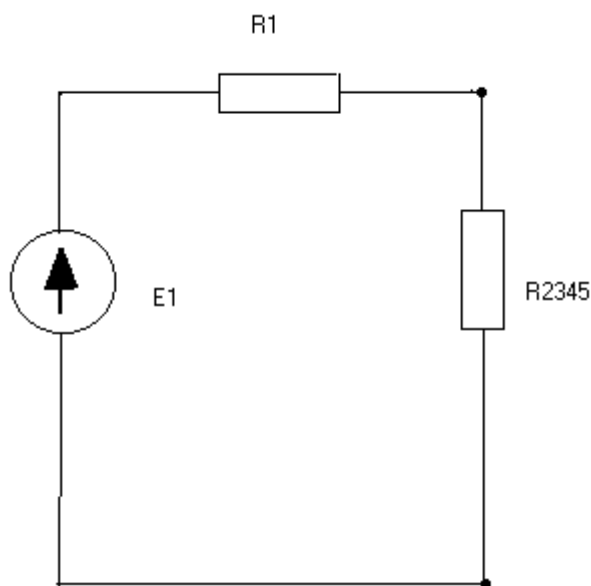
Здесь R345 равно:

$$R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5}$$

Параллельно соединенные сопротивления R2 и R345 эквивалентны одному с номиналом:

$$\frac{R2 \cdot \left(R3 + \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} \right)}{R2 + \left(R3 + \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} \right)} = R_{2345}$$

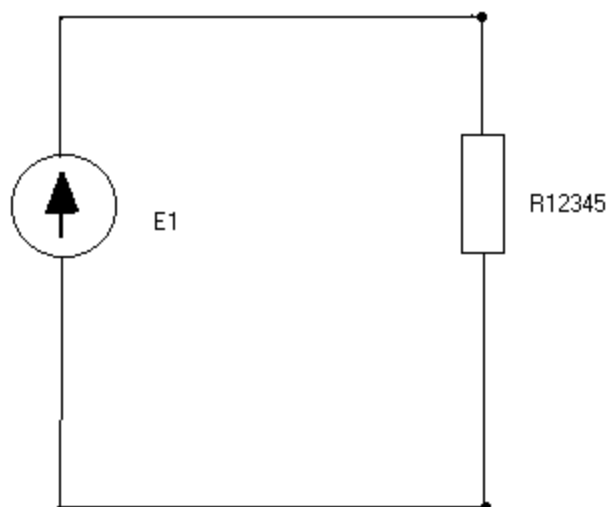
Схема еще более упростилась:



Остался последний шаг упрощения схемы. Оставшиеся два сопротивления соединены последовательно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R1 + R_{2345} = R1 + \frac{R2 \cdot \left(R3 + \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} \right)}{R2 + \left(R3 + \frac{R4 \cdot R5}{R4 + R5} \right)} = R_{12345}$$

Теперь схема совсем простая:



к ней легко применить закон Ома. Ток, текущий через источник напряжения (э.д.с.), а также через эквивалентное сопротивление R12345, который на схеме обозначался как J1 равен:

$$J1 = \frac{E1}{R12345} = \frac{E1}{\left[R1 + \frac{R2 \left(R3 + \frac{R4 R5}{R4 + R5} \right)}{R2 + \left(R3 + \frac{R4 R5}{R4 + R5} \right)} \right]}$$

Если подставить номиналы $E1 = 1 \text{ В}$, $R1 = 1 \text{ Ом}$, $R2 = 2 \text{ Ом}$, $R3 = 3 \text{ Ом}$, $R4 = 4 \text{ Ом}$, $R5 = 5 \text{ Ом}$, то ток J1 будет равен 0,409 Ампер.

Далее необходимо двигаться в обратном порядке. Сопротивление R12345 состоит из двух последовательно соединенных сопротивлений R1 и R2345, по ним течет ток J1. Но сопротивление R2345 состоит из двух параллельных сопротивлений R2 и R345. По сопротивлению R2 течет ток J2, а по сопротивлению R345 другой ток, назовем его условно J31. Причем, $J1 = J2 + J31$, а падения напряжений на сопротивлениях одинаковые. Можно составить систему уравнений и решить:

$$J1 = J2 + J31$$

$$J2 \cdot R2 = J31 \cdot R345$$

Но, можно воспользоваться простым правилом: ток в разветвленной ветви равен входному току, деленному на сумму сопротивлений в ветвях и умноженному на сопротивление второй ветви. Математически это будут формулы:

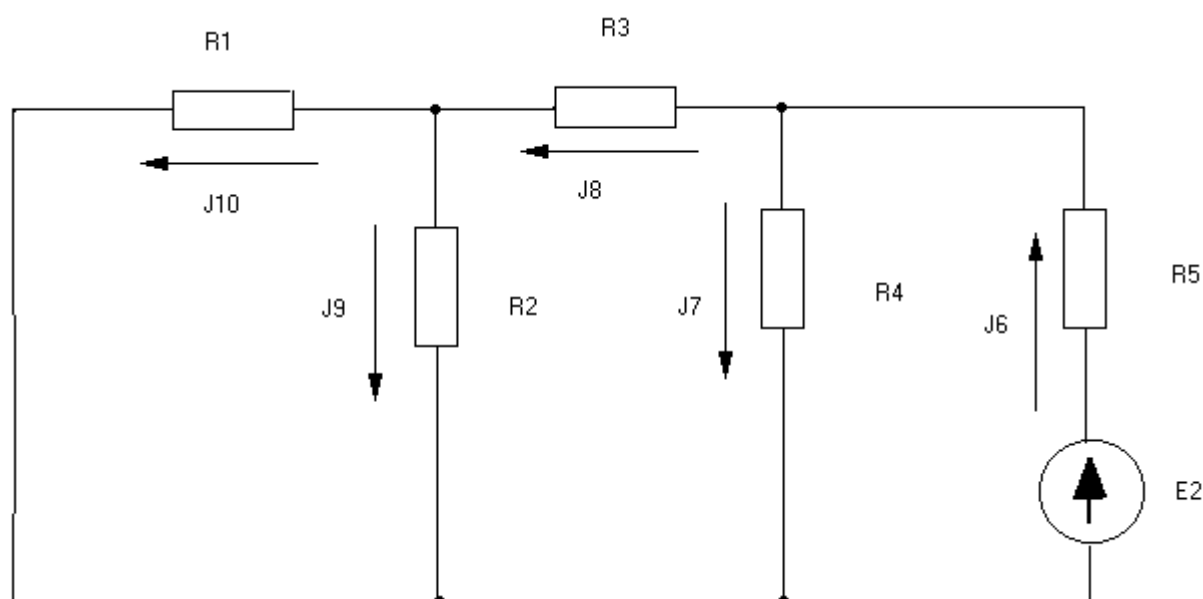
$$J_2 = \frac{J_1 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}} \quad J_{31} = \frac{J_1 \cdot R_2}{R_2 + R_{345}}$$

Подставляя номиналы, найдем $J_2 = 0,296$ А, $J_{31} = 0,113$ А. Далее замечаем, что ток $J_{32} = J_3$, а ток J_3 раздваивается на два тока J_4 и J_5 . Их можно найти по тому же алгоритму, что и токи J_2 и J_3 :

$$J_4 = \frac{J_3 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \quad J_5 = \frac{J_3 \cdot R_4}{R_4 + R_5}$$

Подставим номиналы и найдем $J_4 = 0,063$ А, $J_5 = 0,05$ А.

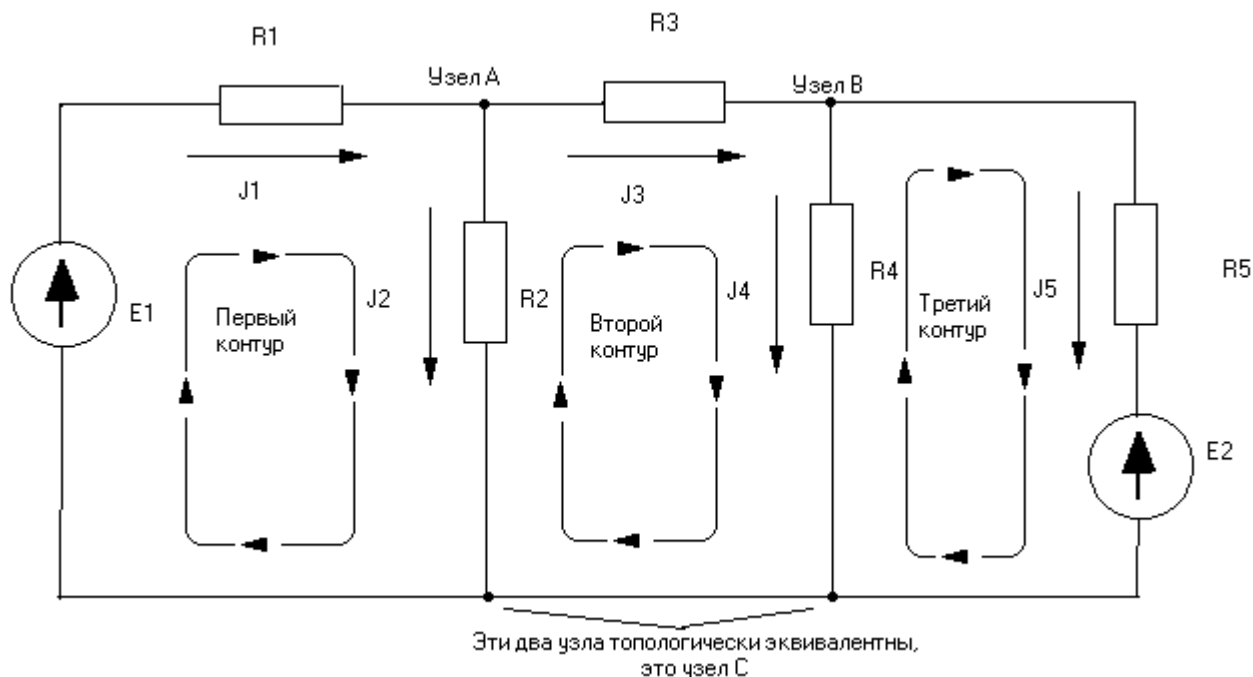
Теперь необходимо аналогичным образом рассчитать токи, если в схеме закорочен источник э.д.с. E_2 . Тогда схема с нанесенными токами в ветвях будет такая (направления токов соответствуют движению от плюса к минусу):



Как видим, схема аналогична предыдущей, если ее рассчитать, то найдем следующие значения токов, если номинал $E_2 = 2$ В: $J_{10} = 0,075$ А, $J_9 = 0,038$ А, $J_8 = 0,151$ А, $J_7 = 0,113$ А и наконец $J_6 = 0,289$ А.

Теперь можно рассчитать токи, текущие в ветвях. Так как по сопротивлению R_1 текут два тока, а именно J_1 и J_{10} , причем в противоположных направлениях, то результирующим током будет их разность, то есть $0,409 - 0,075 = 0,239$ А. Направление тока будет совпадать с направлением тока большего номинала, то есть по току J_1 . По сопротивлению R_2 текут токи J_2 и J_9 в одном направлении, следовательно, результирующий ток равен сумме этих токов $0,038 + 0,296 = 0,334$ А. Аналогично находятся остальные токи. Как видим, процедура довольно длительная, а схема не очень сложная. Поэтому метод наложения и эквивалентных преобразований применяются редко, только для простых схем. Кроме того, точность вычислений не очень хорошая из-за того, что постоянно вынуждены округлять результат.

Рассчитаем схему используя правила Кирхгофа. Для этого определим и обозначим узлы, ветви и простые контуры схемы. Схема содержит три узла, обозначенных А, В и С. Ветвей в схеме – пять. В ветвях текут токи J1, J2, J3, J4 и J5. Всего простых контуров три. Все это нанесено на схему:



Таким образом, для пяти неизвестных токов можно составить два уравнения для узлов А и В, и три уравнения для контуров. Получившаяся система уравнений будет совместна. Составляем систему уравнений и решаем с помощью пакета MathCad.

$$J1 := 1. \quad J2 := 1. \quad J3 := 1. \quad J4 := 1. \quad J5 := 1.$$

$$E1 := 1. \quad E2 := 2. \quad R1 := 1. \quad R2 := 2. \quad R3 := 3 \quad R4 := 5. \quad R5 := 5$$

Given

$$J1 = J2 + J3$$

Уравнение для узла А.

$$J3 = J4 + J5$$

Уравнение для узла В.

$$E1 = J1 \cdot R1 + J2 \cdot R2$$

Уравнение для первого контура.

$$0 = -J2 \cdot R2 + J3 \cdot R3 + J4 \cdot R4$$

Уравнение для второго контура.

$$-E2 = -J4 \cdot R4 + J5 \cdot R5$$

Уравнение для третьего контура.

Все контуры обходятся по часовой стрелке.

$$\text{Find } (J1, J2, J3, J4, J5) = \begin{pmatrix} 0.297 \\ 0.351 \\ -0.054 \\ 0.173 \\ -0.227 \end{pmatrix}$$

Теперь составим и решим систему методом контурных токов. Контурные токи так и обозначим J_{1k} , J_{2k} и J_{3k} . Пусть они соответствуют по направлению уже выбранным на схеме трем простым контурам. Тогда система в MathCad будет такая.

$$J_{1k} := 1. \quad J_{2k} := 1. \quad J_{3k} := 1$$

Given

$$E1 = J_{1k} \cdot (R1 + R2) - J_{2k} \cdot R2$$

$$0 = J_{2k} \cdot (R2 + R3 + R4) - J_{1k} \cdot R2 - J_{3k} \cdot R4$$

$$-E2 = J_{3k} \cdot (R4 + R5) - J_{2k} \cdot R4$$

$$\text{Find} (J_{1k}, J_{2k}, J_{3k}) = \begin{pmatrix} 0.297 \\ -0.054 \\ -0.227 \end{pmatrix}$$

Теперь находим токи в ветвях: $J1 = J_{1k} = 0,297 \text{ A}$, $J2 = J_{2k} - J_{1k} = 0,297 - (-0,054) = 0,351 \text{ A}$, $J3 = J_{2k} = 0,054 \text{ A}$, $J4 = J_{2k} - J_{3k} = (-0,054) - (-0,227) = 0,173 \text{ A}$, $J5 = J_{3k} = 0.227 \text{ A}$.

Найдем теперь узловые потенциалы и по ним токи в ветвях. Обозначим потенциал узла А как ϕ_A , потенциал узла В как ϕ_B , а потенциал узла С примем равным нулю. Тогда система уравнений будет такая.

$$\phi_A := 1. \quad \phi_B := 1.$$

Given

$$\frac{0 - \phi_A + E1}{R1} = \frac{\phi_A - 0}{R2} + \frac{\phi_A - \phi_B}{R3}$$

$$\frac{\phi_A - \phi_B}{R3} = \frac{\phi_B - 0}{R4} + \frac{\phi_B - 0 - E2}{R5}$$

$$\text{Find}(\phi_A, \phi_B) = \begin{pmatrix} 0.703 \\ 0.865 \end{pmatrix}$$

Первое уравнение соответствует токовому уравнению $J1 = J2 + J3$, второе уравнение соответствует токовому уравнению $J3 = J4 + J5$.

Теперь найдем токи в ветвях

$$\frac{0 - \phi_A + E1}{R1} = 0.297 \quad \frac{\phi_A - 0}{R2} = 0.351 \quad \frac{\phi_A - \phi_B}{R3} = -0.054$$

$$\frac{\phi_B - 0}{R4} = 0.173 \quad \frac{\phi_B - 0 - E2}{R5} = -0.227$$

Как видим, токи, рассчитанные всеми способами совпали. Не совпадают вычисления, проведенные методом наложения, но в пределах 5% точности все укладывается.