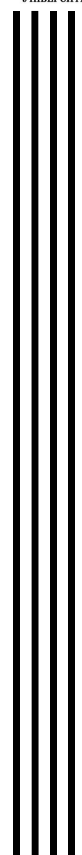
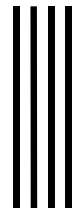


Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет



ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания к выполнению курсовой
работы по дисциплине "Метрологические осно-
вы экологической безопасности" для
студентов III курса дневной и
заочной форм обучения по направлению
0708 – "Экология"

Севастополь
2005



УДК 389.004.14:681.2–192

Оценка погрешностей результатов измерений:
Методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине "Метрологические основы экологической безопасности"/Сост. В.В.Севриков, Е.И.Азаренко. - Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005.- 29 с.

Целью методических указаний является ознакомление студентов с порядком обработки результатов прямых равнооточных, неравнооточных и косвенных измерений; методами оценки их погрешностей; способами нормирования погрешности средств измерений.

Методические указания утверждены на заседании кафедры "Прикладной экологии и охраны труда" 16 марта 2004г. Протокол № 8

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методического указания.

Рецензент: Каширцев В.Г., председатель ассоциации "Безопасность жизнедеятельности", канд.техн.наук, доцент.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения.....	3
1.1. Оценка погрешностей результатов прямых равноточных измерений.....	4
1.2. Оценка погрешностей результатов прямых неравноточных измерений.....	6
1.3. Оценка погрешностей результатов косвенных измерений.....	7
1.4. Расчет погрешности измерительного канала, составленного из серийно выпускаемых блоков.....	8
1.5. Выбор средства контроля, отвечающего требованиям к точности контроля.....	12
2. Содержание и требования к оформлению курсовой работы.....	13
3. Задание на курсовую работу.....	14
Библиографический список.....	18
Приложение А.....	19
Приложение Б.....	20

Цель работы: закрепление теоретических знаний по дисциплине “Метрологические основы экологической безопасности” и приобретение практических навыков по оценке погрешностей результатов и средств измерений.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В ходе выполнения работы студент должен проявить:

- знание теоретических основ метрологии, принципов нормирования погрешностей средств измерений и методов обработки результатов измерений;
- умение производить расчет погрешности результата измерения на основе анализа составляющих погрешности;
- умение использовать действующие нормативные документы, отраслевые каталоги и справочную литературу для выбора средств измерений с целью обеспечения необходимой точности контроля параметров;
- умение грамотно представить метрологические характеристики средства измерения и назначить его класс точности.

Теоретический материал, необходимый для выполнения работы, охватывает следующие основные разделы:



1.1. Оценка погрешностей результатов прямых равноточных измерений

Прямыми называются измерения, в результате которых находят непосредственно искомые значения величин. Результаты $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, получаемые при прямых измерениях постоянной физической величины Q , называются равноточными, если они являются независимыми, одинаково распределенными случайными величинами. Равноточные результаты получают при измерениях, проводимых одним наблюдателем или группой наблюдателей с помощью одних и тех же средств измерений в неизменных условиях внешней среды. Погрешности результатов прямых равноточных измерений принято оценивать путем построения доверительных интервалов.

Доверительным называют интервал, между границами которого с определенной (доверительной) вероятностью находится истинное значение оцениваемого параметра.

Рассмотрим порядок определения доверительного интервала для результата однократного измерения и среднего арифметического значения измеряемой величины. Пусть распределение результатов наблюдений нормально и известна дисперсия σ_x^2 . Вычислим вероятность попадания результата наблюдения в заданный интервал (X_1, X_2):

$$P\{x_1 < X < x_2\} = 1/(\sigma_x \sqrt{2\pi}) \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} dx,$$

где σ_x – дисперсия результатов;

X – случайная величина;

M_x – математическое ожидание X .

Заменив переменные, получим

$$\frac{x - m_x}{\sigma_x} = t; \quad \frac{x_1 - m_x}{\sigma_x} = t_1; \quad \frac{x_2 - m_x}{\sigma_x} = t_2.$$

Тогда, полагая $t_1 = -t_2 = t_p$, найдем вероятность попадания результата наблюдений в интервал $(m_x - t_p \sigma_x; m_x + t_p \sigma_x)$:

Продолжение таблицы Б.5

Вар.	Контролируемый параметр	Допустимая абсолютная погрешность измерения	Интервал значений параметра
19	Давление кислорода	± 1	(20 ± 5) , МПа
20	Давление кислорода	± 1	(10 ± 2) , МПа
21	Давление кислорода	± 1	(30 ± 3) , МПа
22	Атмосферное давление	± 0.1	(102.5 ± 1) , кПа
23	Атмосферное давление	± 0.02	(103.1 ± 0.01) кПа
24	Атмосферное давление	± 0.04	(101.3 ± 0.1) , кПа
25	Скорость ветра	± 3	(20 ± 5) , м/с
26	Скорость ветра	± 1.5	(3 ± 1.5) , м/с
27	Скорость ветра	± 2	(12 ± 4) , м/с
28	Скорость ветра	± 1.5	(10 ± 2) , м/с
29	Переменный ток	± 1.5	(15 ± 5) , мА
30	Постоянный ток	± 2	(15 ± 5) , мА
31	Переменный ток	± 2	(20 ± 5) , мА
32	Переменный ток	± 1	(10 ± 3) , мА
33	Постоянный ток	± 1	(15 ± 5) , мА
34	Переменный ток	± 1	(20 ± 5) , мА
35	Постоянный ток	± 2	(10 ± 2) , мА
36	Постоянный ток	± 5	(25 ± 5) , мА

Таблица Б.5 – Исходные данные к заданию 5

Вар.	Контролируемый параметр	Допустимая абсолютная погрешность измерения	Интервал значений параметра
1	Температура	± 1.5	$(22 \pm 6), ^\circ\text{C}$
2	Температура	± 1.2	$(10 \pm 2), ^\circ\text{C}$
3	Температура	± 2	$(120 \pm 5), ^\circ\text{C}$
4	Постоянное напряжение	± 0.8	$(12 \pm 2), \text{В}$
5	Постоянное напряжение	± 2.5	$(30 \pm 10), \text{В}$
6	Переменное напряжение	± 9	$(156 \pm 24), \text{В}$
7	Постоянный ток	± 3	$(100 \pm 10), \text{мА}$
8	Постоянный ток	± 0.2	$(2 \pm 0.5), \text{А}$
9	Постоянный ток	± 4.5	$(50 \pm 15), \text{мА}$
10	Расход питьевой воды	± 6	$(60 \pm 15), \text{м}^3/\text{ч}$
11	Расход питьевой воды	± 20	$(240 \pm 20), \text{м}^3/\text{ч}$
12	Расход питьевой воды	± 1.5	$(30 \pm 5), \text{м}^3/\text{ч}$
13	Уровень воды	± 0.04	$(0.5 \pm 0.1), \text{м}$
14	Уровень воды при $t=10^\circ\text{C}$	± 0.15	$(2 \pm 0.2), \text{м}$
15	Уровень воды при $t=10^\circ\text{C}$	± 0.20	$(4 \pm 0.5), \text{м}$
16	Концентрация двуокиси серы	± 1	$(2 \pm 1), \text{м}^2/\text{м}^3$
17	Содержание хлора в атмосфере	± 0.05	$(0.1 \pm 0.05), \text{мг}/\text{м}^3$
18	Концентрация окиси углерода	± 2	$(3 \pm 2), \text{мг}/\text{м}^3$

$$P\{x_1 < X < x_2\} = \Phi(t_2) - \Phi(t_1),$$

где $\Phi(t)$ – интегральная функция нормированного нормального распределения.

Так как $\Phi(t) = 1 - \Phi(-t)$, можем записать:

$$P\{m_x - t_p \sigma_x < X \leq m_x + t_p \sigma_x\} = \Phi(t_p) - \Phi(-t_p) = 2\Phi(t_p) - 1,$$

или

$$P\{m_x - t_p \sigma_x < X \leq m_x + t_p \sigma_{xx}\} = P\{X - t_p \sigma_x < m_x \leq X + t_p \sigma_x\}.$$

Если систематические погрешности исключены, то

$$P\{X - t_p \sigma_x < Q \leq X + t_p \sigma_x\} = 2\Phi(t_p) - 1. \quad (1.1)$$

Выражение (1.1) означает, что истинное значение Q измеряемой величины с доверительной вероятностью $P = 2\Phi(t_p) - 1$ находится между границами доверительного интервала $[X - t_p \sigma_x; X + t_p \sigma_x]$.

Половина длины доверительного интервала, $t_p \sigma_x$, называется доверительной границей случайного отклонения результатов наблюдений, соответствующей доверительной вероятности P .

Проведение многократных наблюдений позволяет значительно сократить доверительный интервал. Действительно, если результаты наблюдений X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) распределены нормально, то нормально распределены и величины $\frac{1}{n} X_i$, а значит и среднее арифметическое $\bar{X}$, являющееся их суммой. Поэтому имеет место равенство:

$$P\left\{\bar{X} - t_p \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} < Q < \bar{X} + t_p \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right\} = 2\Phi(t_p) - 1. \quad (1.2)$$

Доверительный интервал (1.2), построенный с помощью среднего арифметического результатов n независимых повторных наблюдений, в $\sqrt{n}$ короче интервала, вычисленного по результату одного наблюдения, хотя доверительная вероятность для них одинакова. Половина длины доверительного интервала



$$\delta_p = t_p \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}},$$

где t_p – квантильный множитель, называется доверительной границей погрешности результата измерений, а итог измерений записывается в виде:

$$Q = \bar{X} \pm \delta_p; P = \dots \%$$

1.2. Оценка погрешностей результатов прямых неравноточных измерений

Ряды результатов измерений называются неравнорассеянными (неравноточными), если оценки их дисперсий значительно отличаются друг от друга, а средние арифметические являются оценками одного и того же значения измеряемой величины.

На практике часто встречаются ситуации, когда имеются результаты измерений, проводимых разными наблюдателями с применением разных измерительных средств и методов измерений в различных условиях внешней среды, то есть являются неравноточными. Совместная обработка таких результатов позволяет уточнить значение измеряемой величины.

Основой для расчета служат следующие данные:

- $\bar{X}_1; \bar{X}_2; \dots; \bar{X}_i$ – средние арифметические рядов равнорассеянных результатов измерения постоянной физической величины Q ;
- $S_1; S_2; \dots; S_i$ – средние квадратические отклонения (или их оценки) результатов измерений в отдельных рядах;
- $n_1; n_2; \dots; n_i$ – числа наблюдений в каждом ряду;
- i – число рядов.

В качестве оценки истинного значения измеряемой величины по результатам неравноточных измерений используют среднее взвешенное $\bar{X}_0$, рассчитываемое по формуле:

$$\bar{X}_0 = \frac{\sum_i \alpha_i \bar{X}_i}{\sum_i \alpha_i},$$

где α_i – весовые коэффициенты, характеризующие степень доверия к

Продолжение таблицы Б.4

Вариант	$\delta_{\text{упит}}, \%$	$k_{\text{ст}}$	$\frac{U_{\text{д,МВ}}}{R_{\text{д,Ом}}}$	$\gamma_{\text{д}}, \%, \text{ закон распр.}$	$\frac{\Psi_{\text{Уу,}\%}}{\Psi_{\text{Оу,}\%}}$	Класс точности регистратора, закон распр. погрешности	$\Psi_{\text{ор}}, \%$	$t_{\text{ц}}, ^\circ\text{C}$
32	± 12	25	$\frac{100}{100}$	± 0.25 равн.	$\frac{+0.2}{+0.01}$	1.0 норм.	-0.10	20 ± 5
33	± 15	25	$\frac{200}{200}$	± 0.25 равн.	$\frac{+0.3}{+0.1}$	1.5 норм.	-0.15	20 ± 10
34	± 10	25	$\frac{300}{300}$	± 0.25 равн.	$\frac{+0.2}{+0.02}$	0.5 равн.	-0.20	20 ± 15
35	± 12	20	$\frac{400}{400}$	± 0.10 норм.	$\frac{+0.2}{+0.02}$	1.0 норм.	-0.15	20 ± 10
36	± 15	20	$\frac{500}{500}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.3}{+0.2}$	1.5 равн.	-0.20	20 ± 15

Продолжение таблицы Б.4

Вариант	$\delta_{\text{пит}}, \%$	$k_{\text{ст}}$	$\frac{U_{\text{дмВ}}}{R_{\text{д}} \text{ Ом}}$	$\gamma_{\text{д}}, \%, \text{ закон распр.}$	$\frac{\Psi_{\text{Уз}}}{\Psi_{\text{Уз}}}, \%$	Класс точности регистратора, закон распр. погрешности	$\Psi_{\text{оп}}, \%$	$t_{\text{ц}}, ^\circ\text{C}$
17	± 12	25	$\frac{400}{400}$	± 0.20 норм.	$\frac{+0.2}{+0.01}$	1.0/0.5	–	20 ± 10
18	± 15	25	$\frac{500}{500}$	± 0.20 равн.	$\frac{+0.3}{+0.1}$	1.0/0.5	–	20 ± 15
19	± 10	30	$\frac{200}{200}$	± 0.25 равн.	$\frac{+0.1}{+0.002}$	0.5 норм.	-0.10	20 ± 5
20	± 12	30	$\frac{100}{100}$	± 0.25 норм.	$\frac{+0.2}{+0.02}$	1.0 равн.	-0.15	20 ± 10
21	± 15	30	$\frac{300}{300}$	± 0.25 равн.	$\frac{+0.3}{+0.2}$	1.5 равн.	-0.20	20 ± 15
22	± 10	20	$\frac{400}{400}$	± 0.25 равн.	$\frac{+0.1}{+0.001}$	0.5 норм.	-0.10	20 ± 5
23	± 12	20	$\frac{500}{500}$	± 0.25 норм.	$\frac{+0.2}{+0.01}$	1.0 равн.	-0.15	20 ± 10
24	± 15	20	$\frac{200}{200}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.3}{+0.1}$	1.5 норм.	-0.20	20 ± 15
25	± 10	25	$\frac{100}{100}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.1}{+0.002}$	0.5 норм.	-0.10	20 ± 5
26	± 12	25	$\frac{300}{300}$	± 0.15 норм.	$\frac{+0.2}{+0.02}$	1.0 равн.	-0.15	20 ± 10
27	± 15	25	$\frac{400}{400}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.3}{+0.2}$	1.5 равн.	-0.20	20 ± 15
28	± 10	30	$\frac{500}{500}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.1}{+0.001}$	0.5 равн.	-0.10	20 ± 5
29	± 12	30	$\frac{200}{200}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.2}{+0.01}$	1.0 норм.	-0.15	20 ± 10
30	± 15	30	$\frac{100}{100}$	± 0.10 норм.	$\frac{+0.3}{+0.1}$	1.5 норм.	-0.20	20 ± 15
31	± 10	20	$\frac{300}{300}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.1}{+0.002}$	0.5 равн.	-0.10	20 ± 5

тому или иному результату и определяемые по формуле:

$$\alpha_i = \frac{n_i}{(S_{xi})^2} = \frac{n_i}{(S_{\bar{x}_i})^2 \cdot n_i} = \frac{1}{(S_{\bar{x}_i})^2}.$$

Дисперсию среднего взвешенного можно оценить по формуле:

$$S_{x_0}^2 = \frac{1}{\sum_i \alpha_i}.$$

Дисперсия среднего взвешенного меньше дисперсии всех средних арифметических.

1.3. Оценка погрешностей результатов косвенных измерений

Косвенными называют измерения при которых искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, определяемыми прямыми измерениями.

В общем случае косвенно измеряемая величина представляет собой некоторую функцию (1.3):

$$Z = F(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.3)$$

Полный дифференциал функции Z имеет вид:

$$dZ = \frac{\partial F}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial F}{\partial X_2} dX_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial X_n} dX_n.$$

Каждая из величин X_j измеряется с некоторой погрешностью ΔX_j .

Полагая, что погрешности ΔX_j малы, мы можем заменить dX_j на ΔX_j :

$$\Delta Z = \sum_{i=1}^m \frac{\partial F}{\partial X_j} \Delta X_j. \quad (1.4)$$

В выражении (1.4) каждое слагаемое $\frac{\partial F}{\partial X_j} \Delta X_j$ представляет собой частную погрешность результата косвенного измерения, вызванную по-

стную погрешность результата косвенного измерения, вызванную по-



грешностью ΔX_j определения величины X_j . Частные производные носят название коэффициентов влияния соответствующих погрешностей. Следует иметь в виду, что формула (1.4) является приближенной, так как учитывает только линейную часть приращения функции, однако в большинстве практических случаев она обеспечивает удовлетворительную точность оценки погрешности результата косвенного измерения.

Если погрешности ΔX_j некоррелированы, что чаще всего имеет место при независимых измерениях, то

$$\sigma_{\Delta Z}^2 = \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial F}{\partial X_j} \right)^2 \sigma_{xj}^2.$$

Коэффициенты влияния, приведенные в формуле (1.4), в случае нелинейной функции F зависят от значений величин X_j и определяются подстановкой в выражение частных производных оценок соответствующих параметров. Знаки коэффициентов в формуле (1.4) не учитываются.

1.4. Расчет погрешности измерительного канала, составленного из серийно выпускаемых блоков

Задача определения расчетным путем оценки результирующей погрешности по известным оценкам ее составляющих часто возникает в практике измерений.

Все составляющие погрешности являются случайными величинами, в качестве их оценок удобно пользоваться приведенными средними квадратическими отклонениями, так как правила их суммирования известны и просты.

Дисперсия суммы двух случайных величин в общем случае определяется по формуле:

$$D(x_1 + x_2) = D(x_1) + D(x_2) + 2K_{x_1 x_2},$$

где $K_{x_1 x_2}$ – взаимный корреляционный момент.

$$K_{x_1 x_2} = \rho \sigma_{x_1} \sigma_{x_2},$$

где ρ – коэффициент корреляции.

Для некоррелированных величин $\rho = 0$ и, следовательно

Таблица Б.4 – Исходные данные к заданию 4

Вариант	$\delta_{\text{упит}}, \%$	$k_{\text{ст}}$	$\frac{U_{\text{дл}} \text{ МВ}}{R_{\text{дл}} \text{ Ом}}$	$\gamma_{\text{дл}}, \%$, закон распр.	$\frac{\psi_{\text{Уу}}, \%}{\psi_{\text{0у}}, \%}$	Класс точности регистратора, закон распр. погрешности	$t_{\text{ц}}, ^\circ\text{C}$
1	± 10	20	$\frac{200}{200}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.1}{+0.001}$	0.2/0.1	20 ± 5
2	± 12	20	$\frac{100}{100}$	± 0.15 норм.	$\frac{+0.2}{+0.01}$	0.2/0.1	20 ± 10
3	± 15	20	$\frac{300}{300}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.3}{+0.1}$	0.2/0.1	20 ± 15
4	± 10	25	$\frac{400}{400}$	± 0.15 равн.	$\frac{+0.1}{+0.02}$	0.2/0.1	20 ± 5
5	± 12	25	$\frac{500}{500}$	± 0.15 норм.	$\frac{+0.2}{+0.02}$	0.2/0.1	20 ± 10
6	± 15	25	$\frac{200}{200}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.3}{+0.2}$	0.5/0.2	20 ± 15
7	± 10	30	$\frac{100}{100}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.1}{+0.001}$	0.5/0.2	20 ± 5
8	± 12	30	$\frac{300}{300}$	± 0.10 норм.	$\frac{+0.2}{+0.01}$	0.5/0.2	20 ± 10
9	± 15	30	$\frac{400}{400}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.3}{+0.1}$	0.5/0.2	20 ± 15
10	± 10	20	$\frac{500}{500}$	± 0.10 равн.	$\frac{+0.1}{+0.002}$	0.5/0.2	20 ± 5
11	± 12	20	$\frac{200}{200}$	± 0.2 норм.	$\frac{+0.2}{+0.02}$	0.5/0.1	20 ± 10
12	± 15	20	$\frac{100}{100}$	± 0.2 равн.	$\frac{+0.3}{+0.2}$	0.5/0.2	20 ± 15
13	± 10	25	$\frac{300}{300}$	± 0.20 равн.	$\frac{+0.1}{+0.001}$	1.0/0.5	20 ± 5
14	± 10	25	$\frac{200}{200}$	± 0.05 норм.	$\frac{+0.1}{+0.2}$	0.2/0.1	20 ± 5
15	± 12	20	$\frac{400}{400}$	± 0.15 норм.	$\frac{+0.1}{+0.2}$	0.5/0.2	20 ± 10
16	± 15	30	$\frac{300}{300}$	± 0.15 норм.	$\frac{+0.3}{+0.2}$	1.0/0.5	20 ± 15



Продолжение таблицы Б.3

Вариант	Допускаемая основная погрешность расходомера, %	Допускаемая основная погрешность секундомера, с	Допускаемая основная погрешность весов, мг	Масса фильтра до отбора пробы, m ₁ , мг	Масса фильтра после отбора пробы, m ₂ , мг
19	0.5	0.02	0.1	59.95	79.05
20	1.0			61.75	80.25
21	1.5			63.15	90.05
22	2.5			58.75	79.65
23	4.0			61.15	83.65
24	0.5	0.01	0.02	53.14	76.81
25	1.0			62.24	84.19
26	1.5			60.71	82.14
27	2.5			57.13	74.95
28	4.0			60.23	80.16
29	0.5	0.005		59.21	79.73
30	1.0			61.12	83.13
31	1.5			56.93	78.20
32	2.5			58.71	77.17
33	1.0	0.5	0.1	51.07	78.16
34	2.5	0.2	0.1	61.28	80.12
35	1.5	0.1	0.2	64.12	81.20
36	4.0	0.005	0.2	65.17	80.12

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}.$$

Для жестко коррелированных величин в случае, когда x_2 линейно возрастает с ростом x_1 , коэффициент корреляции $\rho = +1$; если x_2 линейно убывает с ростом x_1 , коэффициент корреляции $\rho = -1$. Тогда:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 \pm 2\sigma_{x_1}\sigma_{x_2} + \sigma_{x_2}^2} = |\sigma_{x_1} \pm \sigma_{x_2}|.$$

Таким образом, при определении результирующей погрешности сначала необходимо суммировать оценки коррелированных составляющих, а затем произвести общее суммирование, считая все составляющие независимыми.

Вычислить точные значения коэффициентов взаимной корреляции составляющих погрешности очень трудно, поэтому на практике погрешности разделяют на два вида:

- сильно коррелированные, для которых $|\rho| = 0,7 \div 1$ и принимается равным ± 1 ;
- слабо коррелированные, для которых $|\rho| < 0,7$ и принимается равным нулю.

К сильно коррелированным погрешностям относят погрешности, вызванные одной и той же причиной (например, погрешности, вызванные изменением температуры).

Для упрощения задачи при суммировании из рассмотрения следует исключить малые составляющие по следующему правилу:

- одну составляющую, если она в 5 раз меньше наибольшего из слагаемых;
- две, если они в 6 раз меньше;
- три, если они в 7 раз меньше;
- четыре, если они в 8 раз меньше.

Исходя из порядка назначения класса точности измерительного канала по ГОСТ 8.401-80, оценки аддитивных и мультипликативных составляющих погрешности должны суммироваться отдельно. В общем случае класс точности средства измерения обозначается отношением приведенных погрешностей в конце диапазона измерения и в начале: γ_k/γ_n , с учетом 25% запаса на старение; при этом в качестве γ_k и γ_n не могут быть использованы произвольные числа. Выраженные в процентах,



γ_k и γ_n могут иметь значения: ...6; 4; 2,5; 1,5; 1,0; 0,5; 0,2; 0,1; 0,05; 0,02...

Для перехода от значения среднего квадратического отклонения к интервальной оценке погрешности в виде доверительного или энтропийного интервала, необходимо определить значения квантильного множителя или энтропийного коэффициента, руководствуясь информацией о законе распределения результирующей погрешности.

Для определения энтропийного интервала введем понятие энтропии. Под энтропией $H(x)$ понимают меру неопределенности системы, оцениваемую как:

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \ln f(x) dx,$$

где: $f(x)$ - плотность распределения случайной величины x .

Количество информации I , получаемое в результате измерения об измеряемой величине определяется как разность энтропий:

$$I = H(x) - H(x|_{xn}),$$

где $H(x)$ – мера неопределенности измеряемой величины до ее измерения;

$H(x|_{xn})$ – энтропия x при условии x_n , то есть энтропия действительного значения измеряемой величины при условии получения показания прибора x_n .

Например: пусть для измерения значения величины x использовался прибор с пределами измерения (x_1, x_2) . Если предположить, что показание прибора может с равной вероятностью оказаться в любой части диапазона (x_1, x_2) , то вероятностное описание ситуации до измерения можно представить системой:

$$f(x) = \frac{1}{x_2 - x_1} \text{ при } x_1 \leq x \leq x_2 \text{ и}$$

$$f(x) = 0 \text{ при } x < x_1 \text{ или } x > x_2.$$

Тогда энтропия до измерения будет равна

$$H(x) = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{1}{x_2 - x_1} dx = \ln(x_2 - x_1).$$

После проведения измерения, вследствие погрешности прибора $\pm \Delta$,

Таблица Б.3 – Исходные данные к заданию 3

Вариант	Допускаемая основная погрешность расходомера, %	Допускаемая основная погрешность секундомера, с	Допускаемая основная погрешность весов, мг	Масса фильтра до отбора пробы, m ₁ , мг	Масса фильтра после отбора пробы, m ₂ , мг
1	0.5	0.5	0.1	59.95	79.05
2	1.0			61.75	80.25
3	1.5			63.15	90.05
4	2.5			58.75	79.65
5	4.0			61.15	83.65
6	0.5	0.2	0.02	53.14	76.81
7	1.0			62.24	84.19
8	1.5			60.71	82.14
9	2.5			57.13	74.95
10	4.0			60.23	80.16
11	0.5	0.1		59.21	79.73
12	1.0			61.12	83.13
13	1.5			56.93	78.20
14	2.5			58.71	77.17
15	0.5	0.1	0.5	51.07	78.16
16	1.5	0.01	0.2	61.28	80.12
17	2.0	0.02	0.2	64.12	81.20
18	4.0	0.02	0.2	65.17	80.12

Продолжение таблицы Б.2

Вариант	Р	U _{max} , В	Класс точности вольтметра			Результат измерения		
			1 ^{го}	2 ^{го}	3 ^{го}	U ₁ , В	U ₂ , В	U ₃ , В
19	0.95	30	0.5	1.0	2.5	18.0	18.15	18.2
20	0.97		1.0	0.5	0.1	18.2	18.05	17.9
21	0.99		1.5	0.5	0.1	20.0	19.95	20.15
22	0.98		2.5	0.5	0.1	20.3	19.90	20.15
23	0.96		0.2	0.5	0.1	20.3	19.90	20.05
24	0.70		0.2	2.5	1.0	25.05	24.9	24.70
25	0.75	50	0.2	2.5	1.5	25.1	24.7	24.60
26	0.80		0.2	0.1	1.5	25.8	25.8	25.60
27	0.85		0.2	0.1	2.5	25.6	25.3	25.80
28	0.90		0.5	1.0	1.5	30.7	30.7	30.80
29	0.95		1.0	1.5	2.5	30.0	30.15	30.20
30	0.97		0.5	1.5	2.5	30.2	30.05	29.90
31	0.99		0.5	1.0	2.5	40.0	39.95	40.15
32	0.98		2.5	1.5	1.0	15.2	14.8	15.0
33	0.75		0.5	1.0	2.5	19.6	19.3	19.2
34	0.85		0.2	0.5	0.1	36.1	35.9	36.0
35	0.95		1.0	0.5	0.1	40.3	39.90	40.15
36	0.96		1.5	0.5	0.1	40.3	39.90	40.05

действительное значение измеряемой величины лежит в пределах интервала неопределенности шириной $d = 2\Delta$. Если погрешность прибора имеет равномерное распределение, то $f(x) = 1/2\Delta$ и энтропия результата после получения показания x_n :

$$H(x|_{x_n}) = - \int_{x_n - \Delta}^{x_n + \Delta} \frac{1}{2\Delta} \ln \frac{1}{2\Delta} dx = \ln 2\Delta.$$

Таким образом, энтропия является логарифмической мерой интервала неопределенности, а интервал d - энтропийным интервалом. Количество информации, получаемое об измеряемой величине в результате измерения равно

$$I = H(x) - H(x / x_n) = \ln \frac{x_2 - x_1}{2\Delta}.$$

Достоинство информационного подхода к описанию случайной погрешности состоит в том, что границы Δ , энтропийного интервала могут быть определены для любого закона распределения погрешности без произвольного задания доверительной вероятности.

Соотношение между энтропийным и средним квадратическим значениями погрешности различно для разных законов распределения и характеризуется величиной энтропийного коэффициента $k = \Delta/\sigma$.

Значения k для разных законов распределения погрешностей приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Параметры законов распределения погрешности

Вид закона распределения	k	ε	χ	$K = \Delta_{max}/\sigma$
1. Нормальный	2,066	3	0,577	–
2. Равномерный	1,73	1,8	0,745	$\sqrt{3} \approx 1,73$
3. Экспоненциальный	1,92	6	0,408	–
4. Арксинусоидальный	1,11	1,5	0,816	$\sqrt{2} \approx 1,41$
5. Треугольный	2,02	2,4	0,645	$\sqrt{6} \approx 2,45$

При суммировании составляющих погрешности их законы распределения деформируются. Зависимости энтропийного коэффициента суммарного распределения k_Σ от соотношения суммируемых состав-



ляющих и их энтропийных коэффициентов для ряда законов распределения представлены семейством кривых (см. [2], стр. 95).

Для любого значения Δ_3 может быть указано значение доверительной вероятности P_3

$$P_3 \approx 0,899 + \frac{0,1818}{\varepsilon},$$

где ε - эксцесс распределения результирующей погрешности измерительного канала.

Для определения доверительной вероятности, значения эксцесса распределения суммы двух независимых случайных величин можно рассчитать по формуле:

$$\varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon_2 p^2 + 6p(1-p) + \varepsilon_1(1-p)^2,$$

где ε_2 - эксцесс второго из суммируемых распределений;

ε_1 - эксцесс первого из суммируемых распределений.

p - вес дисперсии второго из суммируемых распределений в дисперсии суммы:

$$p = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}.$$

Динамическая погрешность измерительного канала оценивается исходя из быстродействия регистрирующей аппаратуры (см. [2], стр. 28...29, 114...115).

1.5. Выбор средства контроля, отвечающего требованиям к точности контроля

Средства измерений - технические средства, используемые при измерениях и имеющие нормированные метрологические свойства. Главной задачей метрологического обеспечения в области охраны окружающей среды является обеспечение единства и достоверности измерений при возможных наименьших стоимостных затратах. Отсюда следуют основные критерии выбора средств контроля. К ним относятся: исполнение средств контроля, точность измерения, стоимость средств контроля.

Исполнение – один из главных критериев выбора средств контроля,

Таблица Б.2 – Исходные данные к заданию 2

Вариант	P	U _{max} , В	Класс точности вольтметра			Результат измерения		
			1 ^{го}	2 ^{го}	3 ^{го}	U ₁ , В	U ₂ , В	U ₃ , В
1	0.70	30	0.5	1.0	1.5	10.05	9.9	9.7
2	0.75		1.0	1.5	2.5	12.1	11.7	11.6
3	0.80		0.5	1.5	2.5	12.8	12.8	12.0
4	0.85		0.5	1.0	2.5	9.6	9.3	9.2
5	0.90		1.0	0.5	0.1	9.7	9.7	9.8
6	0.95		1.5	0.5	0.1	12.0	12.15	12.2
7	0.97		2.5	0.5	0.1	10.2	10.05	9.9
8	0.99		0.2	0.5	0.1	10.0	9.95	10.15
9	0.98		0.2	2.5	1.0	12.3	11.9	12.15
10	0.96		0.2	2.5	1.5	14.3	13.9	14.05
11	0.70		0.2	0.1	1.5	15.05	14.9	14.7
12	0.75		0.2	0.1	0.5	15.1	14.7	14.6
13	0.80	50	0.5	1.0	1.5	15.8	15.8	15.6
14	0.85		0.5	1.5	1.0	18.00	18.2	18.15
15	0.70		2.5	1.0	1.5	20.15	20.00	20.05
16	0.80		1.5	0.5	2.5	9.6	9.3	9.2
17	0.90		1.0	1.5	2.5	15.6	15.3	15.2
18	0.90		0.5	1.5	2.5	18.7	18.7	18.8

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1 – Исходные данные к заданию 1

Вариант	P	$\bar{X}$	$\sum_i (\Delta x_i)^2$	Вариант	P	$\bar{X}$	$\sum_i (\Delta x_i)^2$
1	0.70	237.56	2.43	19	0.95	72.35	1.44
2	0.75	118.28	1.15	20	0.97	40.12	0.41
3	0.80	321.45	2.81	21	0.99	83.16	1.00
4	0.85	253.80	2.15	22	0.98	102.05	1.02
5	0.90	347.41	2.84	23	0.96	70.63	1.05
6	0.95	125.67	1.48	24	0.70	52.16	0.84
7	0.97	181.12	1.51	25	0.75	93.07	1.95
8	0.99	316.42	3.12	26	0.80	115.64	1.38
9	0.98	215.04	2.38	27	0.85	48.83	0.62
10	0.96	271.43	2.58	28	0.90	165.02	3.80
11	0.70	212.37	2.07	29	0.95	64.12	1.92
12	0.75	321.16	3.32	30	0.97	148.50	3.40
13	0.80	218.53	2.12	31	0.99	88.16	2.82
14	0.85	328.61	3.03	32	0.98	67.28	1.41
15	0.70	72.13	3.84	33	0.75	102.04	5.12
16	0.80	43.81	1.22	34	0.85	58.16	0.81
17	0.90	122.12	0.93	35	0.95	87.22	2.14
18	0.90	241.17	2.85	36	0.96	96.77	2.88

определяющий возможность его эксплуатации в заданных условиях. Во взрывоопасных, взрывопожароопасных условиях должны применяться основные и дополнительные средства измерения в соответствующем взрывозащищенном, искрозащищенном или взрывобезопасном исполнении. В пожароопасных условиях применяются средства контроля в нормальном (обычном) исполнении при условии выполнения соответствующих инструкций и правил пожарной безопасности. В условиях вибраций, повышенной влажности, запыленности или других влияющих на точность измерений факторов средства контроля должны быть соответствующего, то есть взрывозащищенного, влагозащищенного, пылезащищенного или другого исполнения.

Точность измерения определяется погрешностью измерения, которая оценивается в соответствии с существующими стандартами. При выборе средств контроля по уточненной методике определяется суммарная расчетная погрешность Δ_{Σ} , с учетом основной и дополнительных погрешностей приборов, проявляющихся в конкретных условиях эксплуатации. Кроме того, исследователь обосновывает и задает предельно допустимую погрешность измерения заданного параметра Δ_{lim} . Чтобы удовлетворить требованиям точности, необходимо подобрать прибор, для которого $\Delta_{\Sigma} = \Delta_{lim}$. Для определения Δ_{Σ} необходимо изучить принципы нормирования погрешностей средств измерений по ГОСТ 8.401–80 или [2], стр. 17...26.

Стоимость – это критерий, соподчиненный первым двум основным критериям выбора средств контроля. Если имеется несколько типов средств контроля, удовлетворяющих условиям задачи по исполнению и точности, то принимается средство измерения с меньшей стоимостью.

Кроме перечисленных критериев при выборе средств контроля нужно учитывать ожидаемый диапазон изменения контролируемого параметра.

2. СОДЕРЖАНИЕ И ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Результаты работы должны быть представлены в виде пояснительной записки объемом 25–35 листов, включающей титульный лист и следующие обязательные разделы:

- содержание;
- задание на курсовую работу;
- введение;



- оценка погрешностей результатов прямых равноточных измерений;
- оценка погрешностей результатов прямых неравноточных измерений;
- оценка погрешностей результатов косвенных измерений;
- расчет погрешности измерительного канала;
- выбор средства контроля, отвечающего требованиям к точности контроля;
- заключение;
- библиографический список.

Пояснительная записка выполняется на бумаге формата А4 - 210*297 мм, на одной стороне листа и оформляется согласно ДСТУ 3.008-95. Титульный лист оформляется по образцу, приведенному в приложении А. Листы нумеруются и сшиваются. Выполненная работа сдается на проверку не позднее 15-20 ноября. Проверенная курсовая работа защищается студентом. Если работа содержит принципиальные ошибки, она должна быть исправлена и сдана для повторной проверки. Ошибки в пояснительной записке исправляются и записываются на обратной стороне предыдущего листа, рядом с исправленным местом.

3. ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

1. Оценка погрешностей результатов прямых равноточных измерений.

Оценить результаты прямых измерений, проведенных одним и тем же методом, в ходе практического изучения которого путем 20 наблюдений постоянной величины X были получены значения среднего арифметического $\bar{X}$ и суммы квадратов абсолютных отклонений $\sum_i (\Delta x_i)^2$.

Определить:

- а) пригоден ли этот метод для проведения однократных измерений с допускаемой погрешностью $\pm 0.5\%$ при заданной доверительной вероятности P ;
- б) какова будет погрешность при однократных измерениях и заданной доверительной вероятности P ;
- в) каков доверительный интервал для среднего арифметического при десятикратных наблюдениях и заданной доверительной вероятности P ;
- г) сколько наблюдений следует провести данным методом, чтобы погрешность среднего арифметического с заданной доверительной веро-

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет

Кафедра ПЭОТ

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Курсовая работа по дисциплине
“Метрологические основы экологической безопасности”

Выполнил: ст. гр. ЭК-31д
Иванов И.И.
(вариант 12)

Проверил: ст. преподаватель
Азаренко Е.И.

Севастополь
2005



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рудзит Я.А. Основы метрологии, точность, надежность/ Я.А. Рудзит, В.Н. Плуталов. – М.: Машиностроение, 1991. – 304с.
2. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений/П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304с.
3. Рабинович С.Г. Погрешности измерений/ С.Г. Рабинович. – Л.: Энергия, 1978. – 262с.
4. Забежинский А.Д. Методика оптимального выбора средств контроля параметров/ А.Д. Забежинский. –Л.: ЛГУ, 1991. – 48с.

ятностью P не превышала $\pm 0.1 \%$.

Закон распределения результатов измерений считать нормальным. Исходные данные для расчета по вариантам приведены в таблице Б.1 приложения Б.

2. Оценка погрешностей результатов прямых неравноточных измерений.

Напряжение в цепи измерительного канала одновременно проконтролировали тремя вольтметрами разной точности, но с одинаковым верхним пределом диапазона измерений. Измерения были выполнены в нормальных условиях. Определить среднее взвешенное значение напряжения и доверительные границы его погрешности для заданной доверительной вероятности и нормального закона распределения погрешностей вольтметров. Исходные данные приведены в таблице Б.2 приложения Б.

3. Оценка погрешностей результатов косвенных измерений.

Для измерения концентрации пыли в воздухе был использован весовой метод. Объем прошедшего через фильтр воздуха определяли при помощи расходомера, допускаемая основная погрешность которого нормирована в процентах от верхней границы диапазона измерений $Q_{\max} = 0.0003 \text{ м}^3/\text{с}$ и секундомера, допускаемая основная погрешность которого задана значением абсолютной погрешности. Режим отбора проб воздуха: объемный расход $Q = 0.00017 \text{ м}^3/\text{с}$, время отбора пробы $t = 1200 \text{ с}$. Для взвешивания фильтров использовали весы аналитические с допускаемой основной погрешностью, заданной значением абсолютной погрешности. Определить относительную погрешность измерения концентрации пыли. Исходные данные приведены в таблице Б.3 приложения Б.

4. Расчет погрешности измерительного канала.

Измерительный канал состоит из реостатного датчика D , усилителя U и регистратора P (см. рисунок 3.1). Погрешность датчика сопротивлением R_d нормирована значением приведенной погрешности γ_d , закон распределения которой известен. Датчик питается напряжением U_d через стабилизатор напряжения с коэффициентом стабилизации $K_{\text{ст}}$ от общего



с усилителем стандартного нестабилизированного блока питания. Усилитель обеспечивает линейность характеристики всего канала, для чего имеет входное сопротивление много больше сопротивления датчика.

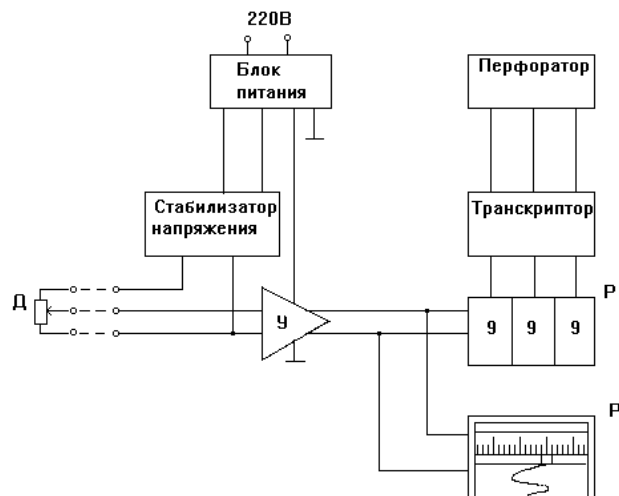


Рисунок 3.1 – Схема измерительного канала

Колебания напряжения питания усилителя приводят к изменению коэффициента усиления K_y на величину $\psi_{U_y} \% / (10 \% \Delta U/U)$, а влияние температуры приводит к смещению его нуля на величину $\psi_{\theta_y} \% / 10 \text{ K}$.

В качестве регистратора используется:

а) электронный самопишущий автоматический потенциометр известного класса точности с записью процесса на бумажную ленту; время прохода регистратором всей шкалы 0,5 с; закон распределения основной погрешности регистратора известен; влияния температуры приводит к смещению его нуля на величину $\psi_{\theta_p} \% / 10 \text{ K}$;

б) цифровой вольтметр заданного класса точности, с отсчетом трех десятичных знаков и верхним пределом измерений 1000 мВ, к которому через транскриптор подключен перфоратор, регистрирующий данные измерений с частотой 5 отсчетов в 1с; закон распределения погрешности вольтметра равномерный.

Установка питается от сети 220В, 50Гц с нестабильностью напряжения питания $\delta_{U_{пит}}$. Закон распределения напряжения треугольный. Объект испытаний, на котором установлен датчик, находится в цехе,

температура в котором может изменяться в известных пределах с вероятностью $P = 0,98$. Усилитель и регистрирующая аппаратура расположены в лаборатории, где температура колеблется в пределах $t_{\text{лаб}} = (21 \pm 3) ^\circ\text{C}$. Закон распределения температуры в лаборатории – равномерный; в цехе – нормальный. В качестве линии связи с датчиком используется стационарно проложенная в траншеях цеха проводка, каждая жила которой имеет сопротивление 2 Ом. Материал проводки – медь, температурный коэффициент которой $\alpha_0 = +4 \% / 10 \text{ K}$. Напряжение наводки частотой $f = 50 \text{ Гц}$, измеренное между заземленным проводом линии и одной из изолированных жил с помощью электронного вольтметра с входным сопротивлением 1 МОм, составило 1,6 В. Закон распределения напряжения наводки арксинусоидальный.

Используя имеющуюся информацию о погрешностях блоков измерительного канала и условиях его эксплуатации, произвести анализ источников возникновения погрешностей. Произвести оценку статических и динамических погрешностей канала. Составляющие результирующей погрешности представить в виде относительных приведенных значений СКО. Для расчета результирующей погрешности канала разделить составляющие на аддитивные и мультипликативные, коррелированные и независимые. При этом коррелированными следует считать погрешности, вызванные одной и той же причиной, коэффициент корреляции принять равным единице. Рассчитать погрешность нуля канала и погрешность в конце диапазона измерений и назначить класс точности канала в соответствии с ГОСТ 8.401-80 с учетом 25% запаса на старение. Оценить динамическую погрешность канала. Исходные данные для расчета приведены в таблице Б.4 приложения Б.

5. Выбор средства контроля, отвечающего требованиям к точности контроля.

Выбрать средство контроля параметра, если значение параметра находится в известных пределах и задана допустимая абсолютная погрешность измерения. Исходные данные для расчета приведены в таблице Б.5 приложения Б. Для выполнения задания рекомендуется использовать сайты приборостроительных компаний Украины, а также отраслевые каталоги (например, «Приборы и средства автоматизации») и справочники по электроизмерительным и другим приборам.