

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы №1
**«ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ И РЕШЕНИЕ
ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
В СИСТЕМЕ EXCEL»**

по дисциплине «Экономико-математическое моделирование»
для студентов специальности
7.050107 - «Экономика предприятия»

всех форм обучения

Севастополь
2010



УДК 519.852

Методические указания к лабораторной работе №1 «Построение моделей и решение задач линейного программирования в системе Excel» по дисциплине «Экономико-математическое моделирование» для студентов специальности 7.050107 всех форм обучения / Сост. Н.А. Русина, А.А. Загорулько - Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2010.- 32с.

Целью методических указаний является приобретение навыков построения экономико-математических моделей и решения задач линейного программирования, используя геометрический метод, симплекс-метод, метод потенциалов. Методические указания предназначены для студентов экономических специальностей всех форм обучения.

Методические указания утверждены на заседании кафедры менеджмента и экономико-математических методов (протокол № 2 от 16 сентября 2010г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний

Рецензент: Горобец А.Д., доцент кафедры «Менеджмент и экономико-математические методы»

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы.....	4
2. Теоретические сведения.....	4
2.1. Постановка задачи линейного программирования.....	4
2.2. Симплексные таблицы.....	6
2.3. Транспортная задача	10
2.3.1. Решение транспортной задачи методом потенциалов.....	17
3. Решение задач линейного программирования в Microsoft Excel.....	19
4. Варианты заданий.....	23
5. Содержание отчета.....	31
6. Контрольные вопросы.....	31
Библиографический список.....	32

и условию:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, \quad (2)$$

при котором функция:

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (3)$$

принимает максимальное значение [1].

Пример.

Для изготовления двух видов продукции P1 и P2 используют четыре вида ресурсов S1, S2, S3 и S4. Запасы ресурсов, число единиц ресурсов, затрачиваемых на единицу продукции, приведены в таблице 1 (цифры условные).

Таблица 1 - Исходные данные

Вид ресурса	Запас ресурса	Число единиц ресурса, затрачиваемых на изготовление единицы продукции	
		P1	P2
S1	18	1	3
S2	16	2	1
S3	5	-	1
S4	21	3	-
Прибыль от единицы продукции		2	3

Необходимо составить такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

Решение.

Составим экономико-математическую модель задачи.

Обозначим x_1 , x_2 – число единиц продукции соответственно P1 и P2, запланированных к производству. Для их изготовления потребуется $(1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2)$ единиц ресурса S1 и т.д. Так как потребление ресурсов S1, S2, S3 и S4 не должно превышать их запасов, соответственно 18, 16, 5 и 21 единицы, то связь между потреблением ресурсов и запасами выражается системой неравенств:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_2 \leq 5, \\ 3x_1 \leq 21 \end{cases} \quad (4)$$

По смыслу задачи переменные положительны:

III. Проверяем выполнение критерия оптимальности при решении задачи на максимум — наличие в последней строке отрицательных коэффициентов $b_i < 0, (c_i > 0)$. Если таких нет, то решение оптимально, достигнуто $\max F = C_0$ (в левом нижнем углу таблицы), основные переменные принимают значения a_{i0} (второй столбец), основные переменные равны 0, т.е. получаем оптимальное базисное решение.

IV. Если критерий оптимальности не выполнен, то наибольший по модулю отрицательный коэффициент $b_i < 0$ в последней строке определяет разрешающий столбец s .

Составляем оценочные ограничения каждой строки по следующим правилам:

- 1) ∞ , если b_i и a_{is} имеют разные знаки;
- 2) ∞ , если $b_i = 0$ и $a_{is} < 0$;
- 3) ∞ , если $a_{is} = 0$;
- 4) 0, если $b_i = 0$ и $a_{is} > 0$;
- 5) $\left| \frac{b_i}{a_{is}} \right|$, если a_{i0} и a_{is} имеют одинаковые знаки.

Определяем $\min_i \left\{ \left| \frac{b_i}{a_{is}} \right| \right\}$. Если конечного минимума нет, то задача не имеет

конечного оптимума ($F_{\max} = \infty$). Если минимум конечен, то выбираем строку q , на которой он достигается (любую, если их несколько), и называем ее разрешающей строкой. На пересечении разрешающих строки и столбца находится разрешающий элемент a_{qs} .

V. Переходим к следующей таблице по правилам:

а) в левом столбце записываем новый базис: вместо основной переменной x_q — переменную x_s

б) в столбцах, соответствующих основным переменным, проставляем нули и единицы: 1 — против "своей" основной переменной, 0 — против "чужой" основной переменной, 0 — в последней строке для всех основных переменных;

в) новую строку с номером q получаем из "старой" делением на разрешающий элемент a_{qs} ,

г) все остальные элементы a'_{ij} , вычисляем по правилу прямоугольника:

$$a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is} a_{qj}}{a_{qs}} \quad (8)$$

$$b'_i = b_i - \frac{a_{is} b_q}{a_{qs}} \quad (9)$$

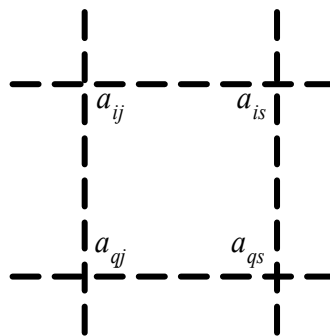


Рисунок 3 – правило прямоугольника

Далее переходим к п. III алгоритма.

Пример. Решить задачу об использовании ресурсов с помощью симплексных таблиц.

Решение. Расширенная система задачи имеет вид:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 18, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 16, \\ x_2 + x_5 = 5, \\ 3x_1 + x_6 = 21 \end{cases}$$

Линейную функцию представим в виде $F - 2x_1 - 3x_2 = 0$. Заполняем первую симплексную таблицу (таблица 2), в которой переменные x_3, x_4, x_5, x_6 основные. Последняя строка заполняется коэффициентами линейной функции с противоположным знаком (см. п. II алгоритма).

Таблица 2 – Первая симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные						Оценочное отношение
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_3	18	1	3	1	0	0	0	18/3
x_4	16	2	1	0	1	0	0	16
x_5	5	0	1	0	0	1	0	5
x_6	21	3	0	0	0	0	1	∞
F	0	-2	-3	0	0	0	0	

В соответствии с п. III алгоритма проверяем критерий оптимальности. В последней строке имеются отрицательные коэффициенты. Выбираем из них наибольший по модулю (-3); второй столбец разрешающий, переменная x_2 перейдет в основные. В соответствии с п. IV находим оценочные отношения и $x_2 = \min\{18/3; 16; 5; \infty\} = 5$. Третья строка является разрешающей. На пересечении разрешающих строки и столбца стоит разрешающий элемент $a_{33} = 1$.

Строим таблицу 3 по правилам п. V алгоритма:

а) в новом базисе основные переменные: x_3, x_4, x_2, x_6 ;

б) расставляем нули и единицы; например, в клетке, соответствующей основной переменной x_3 по столбцу и строке, ставим 1, а в клетке, соответствующей основной переменной x_3 по строке, а основной переменной x_2 — по столбцу, ставим 0 и т.п. В последней строке против всех основных переменных ставим 0. Третья строка получается делением на разрешающий элемент $a_{33} = 1$. Остальные клетки заполняем по правилу прямоугольника. Например:

$$b'_1 = 18 - \frac{3 \cdot 5}{1} = 3, \quad a'_{11} = 1 - \frac{3 \cdot 0}{1} = 1 \text{ и т.д.}$$

Получим вторую симплексную таблицу (таблица 3).

Таблица 3 – Вторая симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные						Оценочное отношение
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
X_3	3	1	0	1	0	-3	0	3
X_4	11	2	0	0	1	-1	0	11/2
X_2	5	0	1	0	0	1	0	∞
X_6	21	3	0	0	0	0	1	7
F	15	-2	0	0	0	3	0	

Критерий оптимальности вновь не выполнен. Теперь первый столбец разрешающий; x_1 — переходит в основные, $\min\{3/1; 11/2; \infty; 7\} = 3$; первая строка разрешающая, a_{11} — разрешающий элемент.

Новая симплексная таблица примет следующий вид:

Таблица 4 – Третья симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные						Оценочное отношение
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
X_1	3	1	0	1	0	-3	0	ОС
X_4	5	0	0	-2	1	5	0	5/5
X_2	5	0	1	0	0	1	0	5/1
X_6	12	0	0	-3	0	9	1	12/9
F	21	0	0	2	0	-3	0	

И на этот раз критерий оптимальности не выполнен; пятый столбец и вторая строка разрешающие, $a_{25} = 5$ — разрешающий элемент. Переходим к таблице 5.

Таблица 5 – Четвертая симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные						Оценочное отношение
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
X_1	6	1	0	-1/5	3/5	0	0	ОС
X_5	1	0	0	-2/5	1/5	1	0	5/5
X_2	4	0	1	2/5	-1/5	0	0	5/1
X_6	3	0	0	3/5	-9/5	0	1	12/9
F	24	0	0	4/5	3/5	0	0	

Критерий оптимальности выполнен, значит $F_{\max} = 24$, оптимальное базисное решение (6;4;0;0;1;3).

2.3. Транспортная задача

Практически все задачи линейного программирования можно решить, используя ту или иную модификацию симплексного метода. Однако существуют более эффективные вычислительные процедуры решения некоторых типов задач линейного программирования, основанные на специфике ограничений этих задач. Рассмотрим так называемую транспортную задачу по критерию стоимости, которую можно сформулировать следующим образом.

В m пунктах отправления $A_1, A_2, \dots, A_m$, которые в дальнейшем будем называть поставщиками, сосредоточено определенное количество единиц некоторого однородного продукта, которое обозначим a_i ($i=1, 2, \dots, m$). Данный продукт потребляется в n пунктах $B_1, B_2, \dots, B_n$, которые будем называть потребителями; объем потребления обозначим b_j ($j=1, 2, \dots, n$). Известны расходы на перевозку единицы продукта из пункта A_i в пункт B_j , которые равны c_{ij} и приведены в матрице транспортных расходов $C=(c_{ij})$.

Требуется составить такой план прикрепления потребителей к поставщикам, т.е. план перевозок, при котором весь продукт вывозится из пунктов A_i в пункты B_j в соответствии с потребностью и общая величина транспортных издержек будет минимальной.

Обозначим количество продукта, перевозимого из пункта A_i в пункт B_j , через x_{ij} . Совокупность всех переменных x_{ij} , для краткости обозначим $\bar{X}$, тогда целевая функция задачи будет иметь вид:

$$f(\bar{X}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (10)$$

а ограничения выглядят следующим образом:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j; j = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i; i = \overline{1, m}, \quad (12)$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Условия (11) означают полное удовлетворение спроса во всех пунктах потребления; условия (12) определяют полный вывоз продукции от всех поставщиков.

Необходимым и достаточным условием разрешимости задачи (10) — (12) является условие баланса:



$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (13)$$

Транспортная задача, в которой имеет место равенство (13), называется закрытой и может быть решена, как задача линейного программирования с помощью симплексного метода. Однако благодаря особенностям переменных задачи и системы ограничений разработаны специальные, менее громоздкие методы ее решения. Наиболее применяемым методом является метод потенциалов, при котором каждой i -й строке (i -му поставщику) устанавливается потенциал u_i , который можно интерпретировать как цену продукта в пункте поставщика, а каждому столбцу j (j -му потребителю) устанавливается потенциал V_j , который можно принять условно за цену продукта в пункте потребителя. В простейшем случае цена продукта в пункте потребителя равна его цене в пункте поставщика плюс транспортные расходы на его доставку, т.е.

$$v_j = u_i + c_{ij} \quad (14)$$

Первым этапом алгоритма метода потенциалов для закрытой транспортной задачи является составление начального распределения (начального плана перевозок). Для реализации этого начального этапа имеется в свою очередь ряд методов: северо-западного угла, наименьших стоимостей, аппроксимаций Фогеля и др. Вторым этапом служат построение системы потенциалов на основе равенства (14) и проверка начального плана на оптимальность; в случае его неоптимальности переходят к третьему этапу, содержание которого заключается в реализации так называемых циклов перераспределения (корректировка плана прикрепления потребителей к поставщикам), после чего переходят опять ко второму этапу. Совокупность процедур третьего и второго этапов образует одну итерацию. Эти итерации повторяются, пока план перевозок не окажется оптимальным по критерию (10).

Если баланс (13) не выполняется, то ограничения (11) или (12) имеют вид неравенств типа «меньше или равно». Транспортная задача в таком случае называется открытой. Для решения открытой транспортной задачи методом потенциалов ее сводят к закрытой задаче путем ввода или фиктивного потребителя, если в неравенства превращаются условия (12), или фиктивного поставщика — в случае превращения в неравенства ограничений (11).

Рассмотрим этапы реализации метода потенциалов для закрытой транспортной задачи более подробно. Прежде всего следует отметить, что при условии баланса (13) ранг системы линейных уравнений (11), (12) равен $m + n - 1$. Таким образом из общего числа $m \times n$ неизвестных базисных неизвестных будет $m + n - 1$. Вследствие этого при любом допустимом базисном распределении в матрице перевозок (таблице поставок), представленной в общем виде в табл. 6, будет занято ровно $m + n - 1$ клеток, которые будем называть базисными в отличие от остальных свободных клеток. Занятые клетки будем отмечать диагональной чертой.

Таблица 6 – Матрица перевозок

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	b_1	b_2	...	b_n
a_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}
a_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}
...	...	...	...	...
a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}

Этап 1. Первоначальное закрепление потребителей за поставщиками. Рассмотрим два метода получения начального распределения (начального опорного плана): метод северо-западного угла и метод наименьших стоимостей. При каждом из этих методов при заполнении некоторой клетки, кроме последней, вычеркивается или только строка матрицы перевозок, или только столбец; лишь при заполнении последней клетки вычеркиваются и строка, и столбец. Такой подход будет гарантировать, что базисных клеток будет ровно $m + n - 1$. Если при заполнении некоторой (не последней) клетки одновременно удовлетворяются мощности и поставщика, и потребителя, то вычеркивается, например, только строка, а в соответствующем столбце заполняется незанятая клетка так называемой «нулевой поставкой», после чего вычеркивается и столбец. Для идентификации клетки обычно в скобках указываются номера ее строки и столбца. В методе северо-западного угла всегда в первую очередь заполняется клетка (из числа невычеркнутых), стоящая в верхнем левом (северо-западном) углу матрицы перевозок. Пример составления начального распределения данным методом показан в табл. 7: заполняется клетка (1;1) и вычеркивается первый столбец, заполняется клетка (1;2) и вычеркивается первая строка; заполняется клетка (2;2) и вычеркивается второй столбец; заполняется клетка (2;3) и вычеркивается вторая строка; заполняется клетка (3;3) и вычеркивается третий столбец; наконец, заполняется клетка (3;4) и вычеркиваются последние строка и столбец. Число занятых клеток равно $m+n-1=3+4-1=6$. Суммарные затраты на реализацию данного плана перевозок составят:

$$f(\bar{X}) = 4 \cdot 30 + 5 \cdot 30 + 3 \cdot 70 + 6 \cdot 30 + 7 \cdot 10 + 4 \cdot 110 = 1170$$

Таблица 7 – Пример составления начального распределения методом северо-западного угла

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	30	100	40	110
60	4	5	2	3
100	1	3	6	2
120	6	2	7	4

Недостатком данного метода является то, что он не учитывает значения элементов c_{ij} матрицы транспортных расходов, в результате чего полученное этим методом начальное распределение (начальный опорный план перевозок) может быть достаточно далеко от оптимального.

В различных модификациях метода наименьших стоимостей заполнение клеток матрицы перевозок проводится с учетом значений величин c_{ij} . Так, в модификации «двойного предпочтения» отмечают клетки с наименьшими стоимостями перевозок сначала по каждой строке, а затем по каждому столбцу. Клетки, имеющие две отметки, заполняют в первую очередь, затем заполняют клетки с одной отметкой, а данные о нераспределенном грузе записывают в неотмеченные клетки с наименьшими стоимостями. При этом из двух клеток с одинаковой стоимостью перевозок предпочтение отдается клетке, через которую осуществляется больший объем перевозок. Вычеркивание строк и столбцов при заполнении клеток проводится по описанным выше правилам. Пример начального распределения методом наименьших стоимостей для тех же исходных данных, что и ранее, представлен в табл. 8.

Таблица 8 - Пример начального распределения методом наименьших стоимостей

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	30	100	40	110
60	4	5	2	3
100	1	3	6	2
120	6	2	7	4

Порядок заполнения клеток: (2;1), (3;2), (1;3), (2;4), (1;4), (3;4). Суммарные затраты на перевозки, представленные в табл. 3.7, составляют:

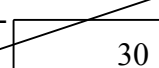
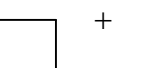
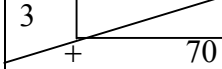
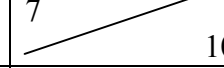
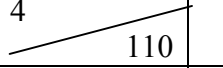
$$f(X) = 1*30 + 2*100 + 2*40 + 2*70 + 3*20 + 4*20 = 590.$$

Следовательно, данный план перевозок значительно ближе к оптимальному, чем план, составленный по методу северо-западного угла.

Этап 2. Проверка оптимальности полученного плана перевозок. Введем специальные показатели u_i для каждой строки матрицы перевозок (каждого поставщика), где $i = 1, m$, и показатели V_j для каждого столбца (каждого потребителя), где $j = 1, n$. Эти показатели называются потенциалами поставщиков и потребителей, их удобно интерпретировать как цены продукта в соответствующих пунктах поставщиков и потребителей. Потенциалы подбираются таким образом, чтобы для заполненной клетки $(i;j)$ выполнялось равенство (14). Совокупность уравнений вида (14), составленных для всех заполненных клеток (всех базисных неизвестных), образует систему $m + n - 1$ линейных уравнений с $m+n$ неизвестными u_i и v_j . Эта система всегда совместна, причем значение одного из неизвестных можно задавать произвольно (например, $u_1 = 0$), тогда значения остальных неизвестных находятся из системы однозначно.

Рассмотрим процесс нахождения потенциалов для базисного начального распределения по методу северо-западного угла, представленного в табл. 7. Задав $u_1 = 0$ и используя формулу (14) для заполненных клеток (1;1) и (1;2), находим $v_1 = 4$ и $v_2 = 5$. Зная v_2 , по заполненной клетке (2;2) находим $u_2 = 2$, а зная u_2 , по заполненной клетке (2;3) находим $v_3 = 8$. Зная v_3 , по заполненной клетке (3;3) находим $u_3 = 1$, а затем по заполненной клетке (3;4) находим $v_4 = 5$. Результаты представлены в табл. 9, где потенциалы поставщиков приведены в последнем столбце, а потенциалы потребителей — в последней строке.

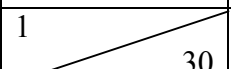
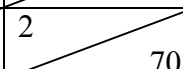
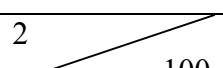
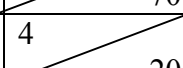
Таблица 9 - Нахождение потенциалов для базисного начального распределения по методу северо-западного угла

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				u_i
	30	100	40	110	
60	4 	5 -  30	2 + 	3	0
100	1	3  70	6  - 30	2	2
120	6	2	7  10	4  110	1
v_j	4	5	8	5	

Смысл прямоугольного контура, проведенного пунктиром в табл. 3.8, и знаков при его вершинах пояснен далее при описании этапа 3 метода потенциалов.

Аналогичные результаты для начального распределения по методу наименьших стоимостей, приведенного в табл. 8, представлены в табл. 10.

Таблица 10 - Нахождение потенциалов для базисного начального распределения по методу наименьших стоимостей

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				u_i
	30	100	40	110	
60	4	5	2 	3 	0
100	1 	3	6	2 	1
120	6	2 	7	4 	-1
v_j	2	1	2	3	

Чтобы оценить оптимальность распределения, для всех клеток (i,j) матрицы перевозок определяются их *оценки*, которые обозначим через d_{ij} , по формуле:

$$d_{ij} = (u_i + c_{ij}) - v_j \quad (15)$$

Используя ранее принятую интерпретацию, выражение $(u_i + c_{ij})$ можно трактовать как сумму цены продукта у поставщика и стоимости перевозки; эта сумма путем вычитания сравнивается с ценой продукта у соответствующего потребителя v_j . Очевидно, оценки заполненных клеток равны нулю (цена потребителя покрывает цену поставщика и стоимость перевозок). Таким образом, об оптимальности распределения можно судить по величинам оценок свободных клеток. Если оценка некоторой свободной клетки отрицательна, это можно интерпретировать так: цена, предлагаемая соответствующим потребителем, больше суммы цены поставщика и стоимости перевозки, т.е. если бы эта клетка была занята, то можно было бы получить дополнительный экономический эффект. Следовательно, условием оптимальности распределения служит условие неотрицательности оценок свободных клеток матрицы перевозок.

Оценки клеток по формуле (15) удобно представить в виде матрицы оценок. Для ранее рассматриваемого распределения, полученного методом северо-западного угла (см. табл. 9), матрица оценок клеток имеет вид:

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -6 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Наличие большего числа отрицательных оценок свободных клеток свидетельствует о том, что данный план перевозок далек от оптимального (напомним, что суммарные затраты на перевозку по этому плану равны 1170).

Для распределения, полученного методом наименьших стоимостей (табл. 10), матрица оценок клеток имеет вид:

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Так как все оценки неотрицательны, то не имеется возможности улучшить данный план перевозок, т.е. он оптимален (суммарные затраты на перевозку по этому плану равны 590). Кроме того, следует отметить, что в данном случае оценки всех свободных клеток строго больше нуля, т.е. любой другой план, предусматривающий занятие хотя бы одной из этих клеток, будет менее оптимален. Это говорит о том, что найденный оптимальный план является единственным. Наличие нулевых оценок свободных клеток в оптимальном плане перевозок, наоборот, свидетельствует о неединственности оптимального плана.

Этап 3. Улучшение неоптимального плана перевозок (циклы перераспределения). Чтобы улучшить неоптимальный план перевозок, выбирается клетка матрицы перевозок с отрицательной оценкой; если таких клеток несколько, то обычно (но необязательно) выбирается клетка с наибольшей по абсолютной величине отрицательной оценкой. Например, для распределения, представленного в табл. 9, такой клеткой может служить клетка (1;3) (см. матрицу оценок (16)).

Для выбранной клетки строится замкнутая линия (контур), начальная вершина которой лежит в выбранной клетке, а все остальные вершины находятся в занятых клетках; при этом направления отдельных отрезков контура могут быть только горизонтальными и вертикальными. Вершиной контура, кроме первой, является занятая клетка, где отрезки контура образуют один прямой угол (нельзя рассматривать как вершины клетки, где горизонтальные и вертикальные отрезки контура пересекаются). Очевидно, число отрезков контура, как и его вершин, будет четным. В вершинах контура расставляются поочередно знаки «+» и «-», начиная со знака «+» в выбранной свободной клетке. Пример простого контура показан пунктиром в табл. 9, хотя вид контура может быть самым разнообразным (например, контур в табл. 12).

Величина перераспределяемой поставки определяется как наименьшая из величин поставок в вершинах контура со знаком «-», и на эту величину увеличиваются поставки в вершинах со знаком «+» и уменьшаются поставки в вершинах со знаком «-». Это правило гарантирует, что в вершинах контура не появятся отрицательных поставок, начальная выбранная клетка окажется занятой, в то время как одна из занятых клеток при этом обязательно освободится. Если величина перераспределяемой поставки равна поставкам не в одной, а в нескольких вершинах контура со знаком «-» (это как раз имеет место в контуре перераспределения в табл. 9), то освобождается только одна клетка, обычно с наибольшей стоимостью перевозки, а все другие такие клетки остаются занятыми с нулевой поставкой.

Результат указанных операций для представленного в табл. 9 распределения поставок показан в табл. 11. Суммарные затраты на перевозки по этому плану составляют

$f(X) = 4 \cdot 30 + 5 \cdot 0 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 4 \cdot 110 = 990$, что значительно меньше предыдущей суммы затрат 1170, хотя план перевозок в табл. 11 еще не является оптимальным. Об этом свидетельствует наличие отрицательных значений в матрице оценок клеток этого плана (соответствующие потенциалы u_i и V_j найдены способом, изложенным при описании этапа 2):

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 6 & 5 \\ -3 & -8 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Таблица 11 – Результаты решения транспортной задачи методом потенциалов для базисного начального распределения по методу северо-западного угла

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				u_i
	30	100	40	110	
60	4 30	5 0	2 30	3	0
100	1	3 100	6	2	2
120	6	2	7 10	4 110	-5
v_j	4	5	2	-1	

Транспортные задачи, в базисном плане перевозок которых имеют место занятые клетки с нулевой поставкой (или в первоначальном распределении, или в процессе итераций), называются вырожденными; пример такой задачи представлен в табл. 11. В случае вырожденной транспортной задачи существует опасность заикливания, т.е. бесконечного повторения итераций (бесконечного перебора одних и тех же базисных комбинаций занятых клеток). Как правило, в практических задачах транспортного типа заикливание не встречается; тем не менее следует знать, что существуют специальные правила, позволяющие выйти из цикла, если заикливание все же произойдет. При отсутствии вырождения метод потенциалов конечен и приводит к оптимальному плану перевозок за конечное число шагов.

2.3.1. Решение транспортной задачи методом потенциалов

Решим методом потенциалов закрытую транспортную задачу, заданную в табл. 3.11, в которую уже внесено некоторое допустимое базисное распределение. Суммарные транспортные расходы составляют при этом плане перевозок $f(X) = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 25 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 25 + 1 \cdot 15 + 4 \cdot 20 = 230$. Потенциалы по формуле (14) находим

следующим образом: задавая $u_1 = 0$, находим по клетке (1;1) $v_1 = 3$, по клетке (1;2) $v_2 = 2$, а по клетке (1;4) $v_4 = 1$; затем по клетке (2;1) находим $u_2 = 1$ и по клетке (2;3) $v_3 = 2$; наконец, по клетке (3;3) находим $u_3 = -2$.

Таблица 12 - Пример решения транспортной задачи методом потенциалов

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				u_i
	30	25	35	20	
50	3 + 25 5	2 - 25	4	1 20	0
40	2 25	3	1 15	5	1
20	3	2 +	4 - 20	4	-2
v_j	3	2	2	1	

Матрица оценок клеток для этого плана рассчитывается по формуле (15):

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ -2 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Наличие отрицательных оценок свидетельствует о том, что план неоптимален. Построим контур перераспределения, например, для клетки (3;2); в табл. 12 он показан пунктиром и его вершинам присвоены соответствующие знаки.

Наименьшая поставка в вершине контура со знаком «-» равна 20, поэтому проведем перераспределение поставок, уменьшив поставки в клетках со знаком «-» на 20 и увеличив поставки в клетках со знаком «+» также на 20; при этом клетка (3;2) заполняется, а клетка (3;3) освобождается. Новый план представлен в табл. 13; соответствующие значения потенциалов показаны в последних столбце и строке.

Таблица 13 - Результаты решения транспортной задачи методом потенциалов

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				u_i
	30	25	35	20	
50	3 25	2 5	4	1 20	0
40	2 5	3	1 35	5	1
20	3	2 20	4	4	0
v_j	3	2	2	1	

Матрица оценок клеток этого распределения не содержит отрицательных значений:

$$(d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

следовательно, данный план перевозок является оптимальным. Стоимость перевозок по этому плану равна:

$$f(X) = 3*25 + 2*5 + 1*20 + 2*5 + 1*35 + 2*20 = 180.$$

Наличие нулевой оценки незанятой клетки (3;1) говорит о том, что оптимальный план не является единственным. Можно отметить также, что применяя для начального распределения в этой транспортной задаче модификацию двойного предпочтения метода наименьших стоимостей, мы сразу же получили бы оптимальное распределение, представленное в табл. 13.

3. Решение задач линейного программирования в Microsoft Excel

Для решения задач линейного программирования в программе MS Excel используется команда «Поиск решения», которая позволяет осуществлять поиск оптимального решения в зависимости от условия задачи.

Работу данной команды предлагается рассмотреть на примере следующей задачи. Исходные данные представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Исходные данные

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вид сырья	Количество выпускаемой продукции, шт.	Норма расхода сырья на производство единицы продукции, шт.			Израсходовано сырья на производство выпускаемой продукции, шт.	Всего ресурса
			Продукт 1	Продукт 2	Продукт 3		
2	I	0	18	15	12	=B\$2*C2+B\$3*D2+B\$4*E2	360
3	II	8	6	4	8	=B\$2*C3+B\$3*D3+B\$4*E3	192
4	III	20	5	3	3	=B\$2*C4+B\$3*D4+B\$4*E4	180
5		Прибыль от реализации единицы продукции, грн.	9	10	16		
6		Общая прибыль от реализации выпускаемой продукции, грн.					
7		=B\$2*C5+B\$3*D5+B\$4*E5					

Задача. Предприятие занимается выпуском трех видов продукции (продукт 1, продукт 2, продукт 3). Производство этой продукции основано на использовании трех видов сырья. На рисунке представлены нормы расхода сырья на производство каждого из видов продукции, а также прибыль от реализации единицы продукции. Требуется отыскать оптимальное количество продукции, которое позволит на основании имеющихся запасов сырья получить максимальную прибыль от реализации продукции.

Ячейки B2:B4 предназначены для значений изменяемых переменных. В ячейки C2:E5 вводим условия задачи, в ячейку B7 формулу для вычисления целевой функции. Для решения задачи воспользуйтесь надстройкой MS Excel «Поиск решения». Раскройте пункт меню «Сервис», выберите команду «Поиск решения». Если в меню «Сервис» отсутствует команда «Поиск решения», загрузите эту надстройку: выберите команду «Сервис -> Надстройки» и активизируйте надстройку «Поиск решения».

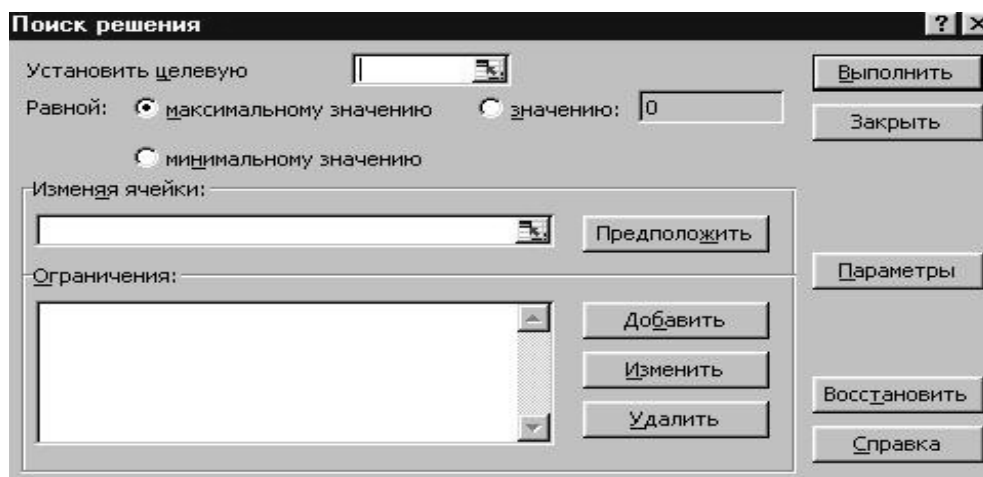


Рисунок 5 – Окно команды «Поиск решения»

В данном окне есть три основных параметра:

- установить целевую ячейку;
- изменяя ячейки. Рассматриваются ячейки, значения в которых будут изменяться для того, чтобы оптимизировать результат целевой ячейки. К изменяемым ячейкам предъявляются два основных требования: они не должны содержать формулы и их изменение должно отражаться на результатах в целевой ячейке;
- ограничения (правила, которыми команда «Поиск решения» будет руководствоваться для нахождения правильного ответа). Сначала заполните поле «Установить целевую ячейку» - B7. Затем установите переключатель равной максимальному значению. Наконец, определите данные поля «Изменяя ячейки», выделив ячейки B2:B4. Теперь определите ограничения: щелкните на кнопке «Добавить». Появится диалоговое окно «Добавление ограничения» (рис.). Введите ограничения на неотрицательность переменных $B\$2:B\$4 \geq 0$ и щелкните на кнопке «Добавить».

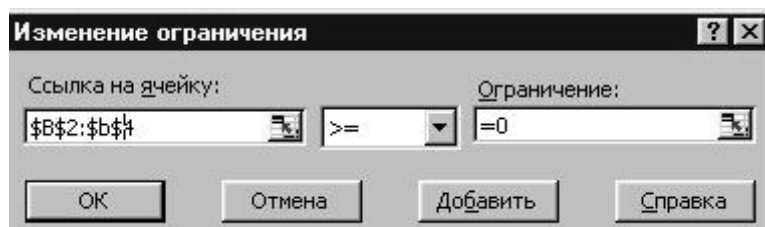


Рисунок 6 – Окно «Изменение ограничения»

Введите также ограничения на количество используемого сырья: $FF2 \leq GG2$, $FF3 \leq GG3$, $FF4 \leq GG4$.

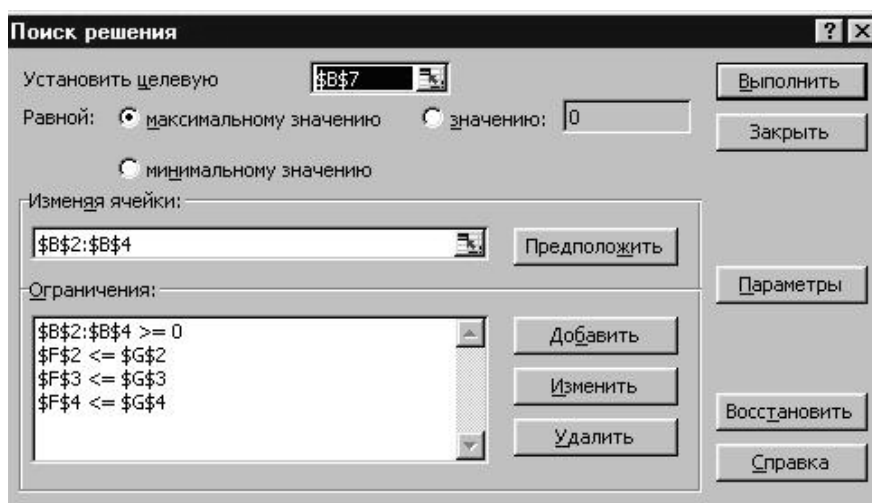


Рисунок 7 – Окно «Поиск решения»

Кнопка «Параметры» позволяет настроить параметры модели. Теперь для процедуры «Поиска решения» готовы все исходные данные. Чтобы начать процесс решения задачи, щелкните на кнопке «Выполнить». В строке состояния будет отражаться ход решения задачи.

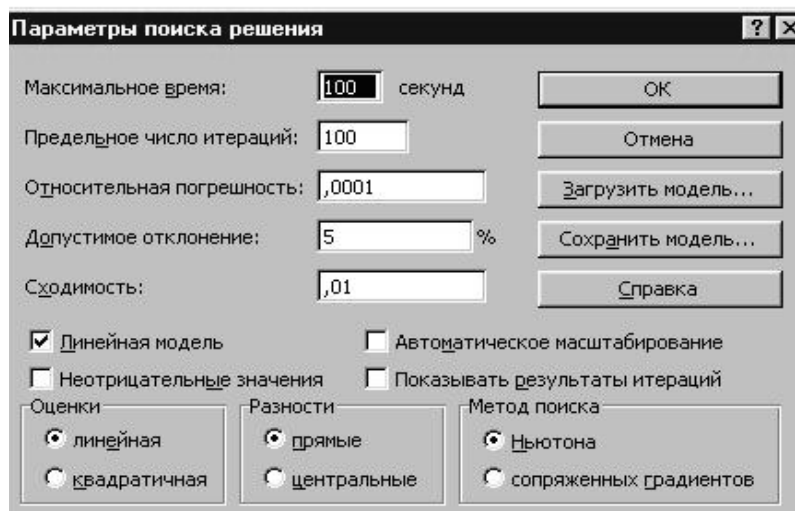


Рисунок 8 – Окно «Параметры поиска решения»

Через некоторое время на экране появится диалоговое окно «Результаты поиска решения», в котором вы можете выбрать одну из следующих возможностей:

- сохранить найденное решение;
- восстановить исходные значения в изменяемых ячейках;
- создать несколько видов о процедуре поиска.

Установите переключатель на отметке «Сохранить найденное решение» и щелкните на кнопке ОК.

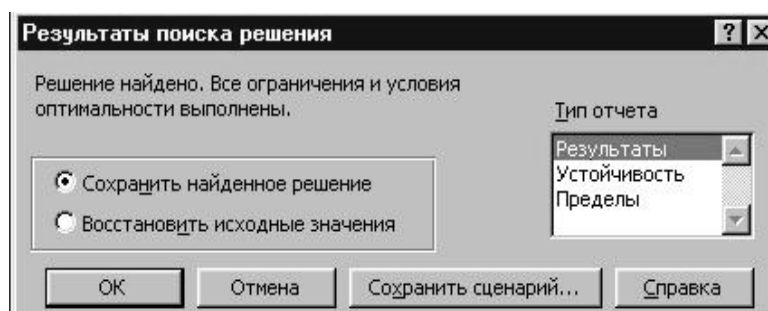


Рисунок 9 – Окно «Результаты поиска решения»

Результаты расчетов представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Результаты расчетов

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вид сырья	Количество выпускаемой продукции, шт.	Норма расхода сырья на производство единицы продукции, шт.			Израсходовано сырья на производство выпускаемой продукции, шт.	Всего ресурса
			Продукт 1	Продукт 2	Продукт 3		
2	I	0	18	15	12	360	360
3	II	8	6	4	8	192	192
4	III	20	5	3	3	84	180
5		Прибыль от реализации единицы продукции, грн.	9	10	16		
6		Общая прибыль от реализации выпускаемой продукции, грн.					
7		400					

В итоге рассчитано оптимальное решение - необходимое количество каждого вида напитков и величину максимальной при этом прибыли: В ячейках B2:B4 найдены значения переменных $x_1=0$, $x_2=8$, $x_3=20$ в ячейке B7 значение целевой функции $F=400$.

4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Индивидуальная работа предполагает выполнение задач по трем заданиям согласно выбранному варианту. Распределение заданий по вариантам представлено в таблице 16.

Таблица 16 - Варианты заданий

Номер варианта										
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Задание 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Задание 2	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3
Задание 3	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3
Номер варианта										
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Задание 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Задание 2	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6
Задание 3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6

Задание 1.

Предприятие, предпринимающее меры к организации производства двух новых видов изделий, имеет ограниченную сумму собственных средств на капиталовложения K , которую может увеличить за счет использования банковского кредита, сумма которого ограничена J . Естественно, что привлечение заемных средств кажется экономически оправданным только в том случае, если новое производство будет прибыльным с учетом выплачиваемых процентов h .

Определить при помощи программы MS Excel (команды «Поиск решения») объемы производства изделий каждого вида, обеспечивающие максимум прибыли, если известно, что капиталовложения на единицу производства изделий первого и второго видов составляют соответственно a_1 и a_2 , прибыль от реализации единицы изделия каждого вида равна соответственно p_1 и p_2 ; минимально допустимый объем производства первого вида – A , второго вида – B . Принять решение о целесообразности использования банковского кредита. Исходные данные задачи по вариантам приведены в таблице 17.

Таблица 17 - Исходные данные

Вариант	K , тыс. грн.	J , тыс. грн.	h , %	a_1 , тыс. грн.	a_2 , тыс. грн.	p_1 , тыс. грн.	p_2 , тыс. грн.	A , ед.	B , ед.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1000	200	111	2	2,5	1,3	1,6	200	100
2	500	100	113	0,5	1,2	0,3	0,4	300	200

Продолжение таблицы 17

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	800	200	110	1,5	1	0,8	0,6	70	100
4	1200	500	114	2,2	1,8	0,9	0,7	200	50
5	1000	200	107	1,7	2	0,9	1,1	300	100
6	1100	400	114	0,7	0,4	1,1	1,3	400	500
7	900	600	106	1,2	0,9	0,7	0,6	200	100
8	700	300	111	0,7	1,1	0,3	0,5	100	120
9	1000	500	114	1,6	1,8	1	1,2	300	90
10	1500	300	107	0,4	0,9	1,3	1,1	520	180

Задание 2.

Решить при помощи симплекс метода задачу согласно выбранному варианту.
Вариант 1.

Для производства двух видов изделий А и В предприятие использует три вида сырья. Исходные данные приведены в таблице 17.

Составить такой план выпуска продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной.

Таблица 18 – Исходные данные

Вид сырья	Нормы расхода сырья на производство одного изделия, кг		Общее количество сырья, кг
	А	В	
1	12	4	300
2	4	4	120
3	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия, грн.	30	40	

Вариант 2.

Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов (А и В). Один килограмм корма А стоит 80 грн. и содержит: 1 ед. жиров, 3 ед. белков, 1 ед. углеводов, 2 ед. нитратов. Один килограмм корма В стоит 10 грн. и содержит 3 ед. жиров, 1 ед. белков, 8 ед. углеводов и 4 ед. нитратов.

Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 9 ед., углеводов не менее 8 ед., нитратов не более 16 ед.

Вариант 3.

В производственной деятельности предприятия предусмотрено применение двух альтернативных технологических процессов. Объемы запасов ресурсов, а

также величина расходов на использование каждого из видов ресурсов, затрачиваемых на производство одной единицы изделия по рассматриваемым технологическим процессам, приведены в таблице 19.

Найти программу максимального выпуска продукции.

Таблица 19 - Исходные данные

Вид технологического процесса	Норма расхода ресурса на производство единицы продукции, грн.		
	Сырье	Электроэнергия	Заработная плата
1	12	0,2	3
2	15	0,1	4
Запас ресурса	1300	30	400

Вариант 4.

Предприятие располагает четырьмя видами ресурсов в заданных количествах, которые могут быть использованы при производстве двух видов продукции (А и В). В таблице приведены данные относительно норм расхода ресурсов на производство продукции, а также размер прибыли от реализации продукции.

Определить оптимальный план выпуска изделий, который обеспечит наиболее высокий уровень прибыли. Исходные данные для решения задачи приведены в таблице 20.

Таблица 20 – Исходные данные

Вид ресурса	Норма расхода ресурса на производство одной единицы продукции, грн.		Объем ресурсов
	А	В	
Сырье и материалы	2	3	500
Топливо и электроэнергия	0,3	0,2	120
Заработная плата	0,8	1	400
Основные производственные фонды	1,2	0,8	1200
Прибыль на единицу изделия, грн.	3	4	-

Вариант 5.

Компания производит два вида игрушек, для которых используется шесть три вида материала в различных количествах.

Цель задачи - определить, как нужно распределить ресурсы, чтобы максимизировать значение общей прибыли, т.е. определить в каком количестве необходимо изготовить каждую игрушку для максимальной прибыли.



Ограничения:

- нужно обеспечить, чтобы на выпуск продукции уходило только имеющееся в наличии количество ресурсов;
- количество произведенного не должно быть отрицательным.

Таблица 21 – Нормы расхода ресурсов для производства игрушек

Вид ресурса	Норма расхода ресурса на производство одной игрушки, грн.		Объем ресурсов
	А	В	
Краска	5	3	1700
Пластик	1	5	875
Дерево	3	0	2200
Клей	1	2	1500
Прибыль на единицу изделия, грн.	15	30	

Вариант 6.

Компания Puck and Pawn специализируется на производстве хоккейных клюшек и наборов шахмат. Каждая клюшка приносит компании прибыль в размере 2 долл. США, а каждый шахматный набор — 4 долл. США. На изготовление одной клюшки требуется четыре часа работы на участке А и два часа на участке В. Шахматный набор изготавливается с затратами шести часов работы на участке А, шести часов на участке В и одного часа на участке С. Доступная производственная мощность, выраженная в рабочих часах, участка А составляет максимум 120 часов в день; участка В — 72 часа, а участка С — 10 часов.

Вариант 7.

В ходе производства два вида продукции X и Y проходят обработку на станках I и II. У станка I есть 200 часов доступного времени, а у станка II — 400. Для обработки одной единицы продукции X необходим один час работы на станке I и четыре часа на станке II. Обработка продукции Y требует одного часа на станке I и одного — на станке II. Единица продукции X дает прибыль в размере 10 долл., а единица продукции Y — 5 долл.

Решить задачу определения оптимального использования машинного времени.

Задание 3.

В отрасль входят m действующих предприятий, производящих продукцию одного вида. Предприятия имеют производительность соответственно $A_1, \dots, A_i, A_m$ изделий в сутки. Планируемая дневная потребность n потребителей продукции в отрасли составляет $B_1, \dots, B_j, \dots, B_n$ изделий и превышает общий объем производства. Поскольку действующие заводы не обеспечивают потребность, планируется увеличение производственных мощностей на D изделий в сутки.



Проектами предусмотрено k вариантов увеличения мощности (реструктуризации): строительство новых или реконструкция старых предприятий.

Известны следующие величины:

t_{ij} - матрица транспортных расходов действующих предприятий;

t_{nj} - транспортные расходы на доставку продукции от вновь построенного завода к j -му потребителю;

c_i - себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях;

c_i^1 - себестоимость единицы продукции после расширения производства;

c_n - себестоимость единицы продукции на вновь строящемся предприятии;

EK_i - удельные капитальные затраты на расширение производства;

EK_n - удельные капитальные затраты на вновь строящемся предприятии.

Задание: 1) скорректировать мощности поставщиков в соответствии с выбранным вариантом увеличения мощности; 2) при помощи программы MS Excel (команды «Поиск решения») определить наиболее экономичный вариант прироста мощностей; 3) для выбранного варианта реструктуризации рассчитать оптимальный план перевозок продукции при помощи метода потенциалов.

Вариант 1.

Таблица 22 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		300	250	350	160	280
A_1	220	5	4	6	2	3
A_2	380	3	5	5	4	2
A_3	340	6	3	1	2	5
A_4	260	2	4	3	1	2

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=3$, $c_2=4$, $c_3=2$, $c_4=5$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=4$; $t_{n2}=1$; $t_{n3}=2$; $t_{n4}=3$; $t_{n5}=5$; $c_n=2$; $EK_n=8$.

2) реконструкция предприятия A_1 :

$c_1^1=2$; $EK_1=6$.

Вариант 2.Таблица 23 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		100	60	120	210	230
A_1	90	2	3	1	4	2
A_2	120	3	1	2	4	3
A_3	140	5	1	1	2	4
A_4	250	4	2	3	1	1

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=5$, $c_2=6$, $c_3=4$, $c_4=3$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=3$; $t_{n2}=4$; $t_{n3}=2$; $t_{n4}=2$; $t_{n5}=5$; $c_n=4$; $EK_n=6$.

2) реконструкция предприятия A_1 :

$c_1^1=3$; $EK_1=5$.

Вариант 3.Таблица 24 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		80	70	100	60	70
A_1	90	4	3	5	6	4
A_2	50	2	5	7	4	6
A_3	70	3	1	2	4	2
A_4	110	6	4	5	5	3

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=5$, $c_2=6$, $c_3=7$, $c_4=6$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=3$; $t_{n2}=5$; $t_{n3}=4$; $t_{n4}=6$; $t_{n5}=2$; $c_n=3$; $EK_n=8$.

2) реконструкция предприятия A_2 :

$c_2^1=4$; $EK_2=6$.

Вариант 4.Таблица 25 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		120	90	100	80	70
A_1	70	8	6	7	10	9
A_2	110	4	4	5	15	7
A_3	90	7	5	9	9	10
A_4	130	11	13	12	10	9

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=3$, $c_2=5$,
 $c_3=4$, $c_4=3$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=6$; $t_{n2}=9$; $t_{n3}=8$; $t_{n4}=10$; $t_{n5}=7$; $c_n=4$; $EK_n=12$.

2) реконструкция предприятия A_1 :

$c_1^1=3$; $EK_1=10$.

Вариант 5.Таблица 26 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		800	700	1000	600	700
A_1	900	14	13	15	16	14
A_2	500	12	15	17	14	16
A_3	700	13	11	12	14	12
A_4	1100	16	14	15	15	13

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=5$, $c_2=6$,
 $c_3=7$, $c_4=6$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=13$; $t_{n2}=15$; $t_{n3}=14$; $t_{n4}=16$; $t_{n5}=2$; $c_n=13$; $EK_n=8$.

2) реконструкция предприятия A_2 :

$c_2^1=4$; $EK_2=6$.

Вариант 6.Таблица 27 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		120	90	100	80	70
A_1	70	8,4	6,8	7,6	10	9,3
A_2	110	4,1	4,9	5,4	6,2	7,8
A_3	90	7,3	5,2	9,1	9,4	10,1
A_4	130	11,1	13	12	10	9,4

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=4,3$;
 $c_2=6,5$; $c_3=7,4$; $c_4=5,3$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=6,6$; $t_{n2}=8,9$; $t_{n3}=7,8$; $t_{n4}=10$; $t_{n5}=9,7$; $c_n=9,4$; $EK_n=12$.

2) реконструкция предприятия A_1 :

$c_1^1=3$; $EK_1=10$.

Вариант 7.Таблица 28 - Матрица транспортных расходов действующих предприятий (t_{ij})

Постав- щики	Мощность поставщи- ков	Потребители и их спрос				
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
		200	200	160	130	230
A_1	240	2	5	3	4	3
A_2	160	6	4	5	7	8
A_3	120	3	9	7	6	5
A_4	200	8	4	6	5	3

Себестоимость единицы изделия на действующих предприятиях: $c_1=8$;
 $c_2=8$; $c_3=6$; $c_4=5$.

Варианты прироста мощностей:

1) строительство нового предприятия:

$t_{n1}=7$; $t_{n2}=10$; $t_{n3}=4$; $t_{n4}=3$; $t_{n5}=5$; $c_n=4$; $EK_n=13$.

2) реконструкция предприятия A_3 :

$c_3^1=6$; $EK_3=8$.

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- 1) Цель работы;
- 2) постановка задачи;
- 3) результаты расчетов, проведенных в Excel; решение задачи линейного программирования симплекс-методом; методом потенциалов;
- 4) выводы по выполнению работы.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1) Что такое математическая модель экономической системы?
- 2) Для решения какого типа задач используется линейное программирование?
- 3) Сформулируйте основную задачу линейного программирования?
- 4) Приведите экономическую интерпретацию двойственной задачи об использовании ресурсов?
- 5) Раскройте последовательность построения двойственной задачи?
- 6) Опишите алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом?
- 7) В чем заключается суть симплекс-метода?
- 8) Как выбирают разрешающие столбец и строку при решении задач линейного программирования методом симплекс - таблиц?
- 9) Как установить оптимальность допустимого базисного решения?
- 10) Опишите методы нахождения первоначального базисного распределения поставок?
- 11) В чем заключается суть метода потенциалов?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1) Вагнер Г. Основы исследования операций./ Г. Вагнер. - М.: Мир, 1972. – 562 с.
- 2) Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология./ Е.С. Вентцель.-М.: Высшая школа, 2001.-208с.
- 3) Ковалёв В.Г. Математическое программирование (линейные задачи)/ В.Г. Ковалёв, А.Р. Наринян, В.А. Поздеев. – К.: Изд-во Европ. ун-та, 2003. – 170 с.
- 4) Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике./ Н.Ш.Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин. – М.: ЮНИТИ, 2006.-407 с.
- 5) Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике./ В.В. Розен. – М.: Книжный дом «Университет», Высшая школа, 2002. – 288 с.
- 6) Трояновский В.М. Математическое моделирование в менеджменте./ В.М. Трояновский.- М.: Русская деловая литература, 1999.-240с.
- 7) Федосеев В.В., Гармаш А.Н. Экономико-математические методы и прикладные модели./ В.В.Федосеев, А.Н. Гармаш.– М.: ЮНИТИ, 1999.-391с.
- 8) Чейз Р. Б. Производственный и операционный менеджмент / Р.Б. Чейз. Н. Дж. Эквилайн, Р.Ф. Якобс. - М.: Вильямс, 2004. — 704 с.

Заказ № _____ от « _____ » _____ 2010. Тираж _____ экз.

Изд-во СевНТУ