

УДК 539.3

В.Г. Хромов, И.В. Хромов*Севастопольский национальный технический университет**Студгородок, г.Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ВЫБОР АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ДИАГРАММЫ РАСТЯЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА В ЗАДАЧАХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ СТЕРЖНЯ**

Изложена методика оценки точности математической модели на примере одной из технологических задач. Выполнен анализ влияния вида исходной аппроксимирующей функции на точность проекторочного расчета остаточной кривизны проволочных кольцевых изделий.

Одним из важных и необходимых средств современной организации автоматизированного производства проволочных изделий (канаты, пружины, сетки, кольца и т.п.) является эффективная математическая модель технологического процесса. В связи с этим актуальны вопросы, связанные с изучением влияния всех этапов математического моделирования на точность конечных расчетных результатов. Цель данной статьи – сравнительный анализ точности технологического расчета при различных вариантах аппроксимирующей функции для диаграммы растяжения материала.

Рассмотрим частный случай – процесс изготовления кольцевых изделий из проволоки. Здесь можно выделить два этапа: 1) плоский упругопластический изгиб стержня (проволоки) на оправке до кривизны K ; 2) частичное упругое выпрямление (разгрузка) стержня до остаточной кривизны K_0 . Математическая модель процесса включает следующие обязательные компоненты [1-4]:

– зависимость деформации материала ϵ в произвольной точке поперечного сечения от кривизны продольной оси проволоки $\epsilon(K, y)$; обычно для этой задачи используют гипотезу плоских сечений и тогда

$$\epsilon = K \cdot y, \quad (1)$$

где y – координата заданной точки поперечного сечения стержня;

– зависимость между напряжением и деформацией материала $\sigma(\epsilon)$, которую получают на основе обработки экспериментальной диаграммы растяжения с использованием различных видов аппроксимирующих функций (рисунок 1)

$$\sigma = \sigma(\epsilon); \quad (2)$$

– соотношение между напряжениями σ и внутренним изгибающим моментом M в поперечном сечении стержня

$$M = \int_F \sigma \cdot y dF, \quad (3)$$

где F – площадь поперечного сечения;

– гипотезу о характере упругой разгрузки стержня; общепринято использование линейной гипотезы, согласно которой кривизна разгрузки K_p определяется по формуле

$$K_p = \frac{M}{EI_x}, \quad (4)$$

где E – модуль упругости материала; I_x – осевой момент инерции поперечного сечения.

На основании (1) – (4) можно рассчитать остаточную кривизну готового изделия:

$$K_0 = K - K_p = K - \frac{1}{EI_x} \int_F \sigma(K, y) \cdot y dF. \quad (5)$$

Для оценки точности модели процесса целесообразно использовать следующий технологический критерий: относительное отклонение δ расчетного диаметра D_0 продольной оси изделия от заданного точного значения D_{0T} , т.е.

$$\delta = \frac{(D_0 - D_{0T})}{D} = \left(\frac{1}{K_0} - \frac{1}{K_{0T}} \right) \frac{1}{K}, \quad (6)$$

где D, K – диаметр и кривизна оси проволоки на оправке.

Проиллюстрируем применение критерия (6) на следующем примере: дана стальная проволока диаметром $d=1,22$ мм с нормативным пределом прочности $\sigma=1770$ МПа. Рабочий диапазон диаметра изгиба проволоки на оправке $D=(50...120)$ мм, т.е. диапазон изменения кривизны

$K = \frac{2}{D} = (0,015...0,04) \frac{1}{\text{мм}}$. Результаты испытаний проволоки на растяжении заданы в виде десяти значений напряжения σ_i и деформации ϵ_i .

$$\sigma_i = (0; 513; 710; 847; 1087; 1515; 1523; 1609; 1660; 1711);$$

$$\epsilon_i = (0; 0,002; 0,003; 0,004; 0,006; 0,01; 0,011; 0,013; 0,017; 0,022). \quad (7)$$

С помощью MathCad и исходных данных (7) получено четыре варианта аппроксимирующих функций (рисунок 1):

- полином четвертой степени $\sigma(\epsilon) := 15,613 + 2,651 \cdot 10^5 \epsilon - 1,501 \cdot 10^7 \epsilon^2 + 3,309 \cdot 10^8 \epsilon^3 - 1,705 \cdot 10^9 \epsilon^4$;
- полином третьей степени $\sigma_1(\epsilon) := 18,459 + 2,612 \cdot 10^5 \epsilon - 1,407 \cdot 10^7 \epsilon^2 + 2,586 \cdot 10^8 \epsilon^3$;
- экспоненциальная функция $\sigma(\epsilon) := \sigma_i (1 - e^{-180\epsilon})$, $\sigma_i = 1747$ МПа;
- кусочно-линейная функция $\sigma_2(\epsilon) := \text{if } [\epsilon < \epsilon_i, E \cdot \epsilon, \sigma_i + \lambda \cdot E(\epsilon - \epsilon_i)]$, $\sigma_i = 1456$ МПа, $\epsilon_i = \sigma_i / E$, $\lambda = 0,1$, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Из рисунка 1 видно, что при исходных данных (7) графики для полиномов 3-й и 4-й степени практически совпадают (рисунок 1,а). Заметно отличается от полинома 4-й степени график экспоненциальной зависимости (рисунок 1,б). Наиболее грубым приближением очевидно является кусочно-линейная зависимость (рисунок 1,в).

После
подстановки

а)

б)

в)

Рисунок 1 – Диаграмма растяжения материала для различных видов аппроксимирующей функции $\sigma(\epsilon)$:
xxx – экспериментальные данные; 1 – полином 4-й степени; 2 – полином 3-й степени; 3 – экспоненциальная функция; 4 – кусочно-линейная функция

аппроксимирующих функций в (5) численным методом определяли интегральные зависимости $K_0(K)$ и далее с помощью (6) зависимости $\delta(K)$. В качестве базовых (точных) значений $D_{от}$ принимались значения, рассчитанные на основе полинома 4-й степени. Графики функции $\delta(K)$, полученные в пакете MathCad для трех вариантов исходных зависимостей $\sigma(\epsilon)$, изображены на рисунке 2. Видно, что точность математической модели существенно зависит не только от вида аппроксимирующей функции, но и от рабочего диапазона изменения параметра процесса (кривизна проволоки на оправке).

С учетом полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) для выбранного примера при допускаемой погрешности 3 % ($\delta \leq 0,03$) только полином третьей степени обеспечивает необходимую точность расчета во всем диапазоне изменения начальной кривизны;

2) если технологический процесс изгиба протекает в зоне большой интенсивности пластических деформаций (в данном примере $K > 0,03$), то практически все принятые аппроксимирующие функции могут давать удовлетворительный результат.

Выполненные исследования опираются на гипотезы, отмеченные при записи формул (1) и (4). Эти гипотезы хотя и являются общепринятыми, однако могут существенно упрощать реальную картину деформации материала. В связи с этим в дальнейшем перспективными являются экспериментальные исследования процесса упругопластического изгиба стержня.

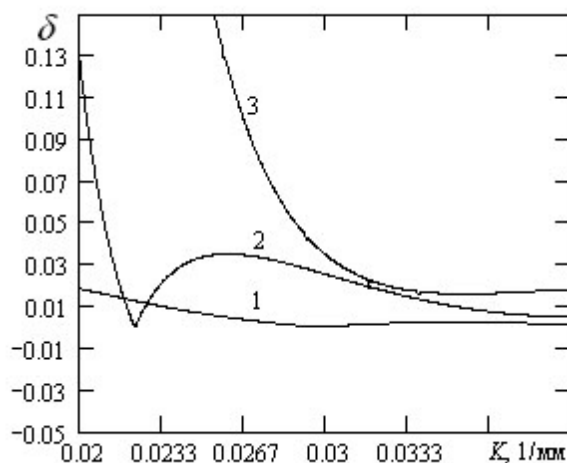


Рисунок 2 – График изменения относительной величины отклонения расчетного диаметра для различных вариантов исходной функции $\sigma(\epsilon)$: 1 – для полинома 3-й степени; 2 – для экспоненциальной функции; 3 – для кусочно-линейной функции

Библиографический список

1. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. — М.: Высш. шк., 1961. — 537 с.
2. Хромов В.Г. Механика процесса холодной упругопластической деформации стержня: Учеб. пособие / В.Г. Хромов. — К.: УМК ВО, 1990. — 50 с.
3. Бохонский А.И. Аналитические решения задач упругопластического изгиба элементов креплений объектов военной техники / А.И. Бохонский, А.В. Исаев, Т.В. Мозолевская // Сб. науч. тр. Севастопольского ВМИ им. П.С. Нахимова. — Севастополь, 2003. — Вып. 2. — С. 14–20.
4. Yitai Li. Theoretische Analyse des Biegeprozesses von Rundstaben / Li Yitai // Drath. — 1994. — 45 (11–12). — S. 604–608.

Поступила в редакцию 22.11.2006 г.