

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет



**«АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ: ИДЕНТИФИКАЦИЯ
МОДЕЛЕЙ С ЛАГОВЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к проведению практического занятия №5

по дисциплине «Эконометрия»

для студентов специальности
6.050201 - «Менеджмент организаций»
дневной формы обучения

Севастополь
2008



УДК 658

«Анализ временных рядов: идентификация моделей с лаговыми переменными» методические указания к проведению практического занятия №5 по дисциплине «Эконометрия» для студентов специальности 8.050201 – «Менеджмент организаций» дневной формы обучения / Сост. А.В. Цуканов, Т.А. Кокодей. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008г. – 17 с.

Целью методических указаний является закрепление теоретических знаний и получение практических навыков в области построения моделей с лаговыми переменными. Методические указания предназначены для студентов специальности «Менеджмент организаций» дневной формы обучения.

Методические указания утверждены на заседании кафедры менеджмента и экономико-математических методов, (протокол № 5 от 23.01.2008 г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент:

Фисун С.Н., канд. техн. наук, доцент кафедры «Кибернетика и вычислительная техника».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы.....	4
2. Теоретические основы и примеры расчётов.....	4
2.1. Понятие и виды временных рядов.....	4
2.2. Цели, задачи, методы анализа временных рядов.....	4
2.3. Виды моделей с лаговыми переменными.....	5
2.4. Оценка авторегрессионных моделей (AR) – y_{t-1} и u_t коррелируют. Метод инструментальных переменных	7
2.5. Оценка авторегрессионных моделей с автокорреляцией ошибок. Нелинейный МНК.....	9
3. Индивидуальные расчётно-практические задания.....	13
4. Содержание отчета о практическом занятии.....	15
5. Контрольные вопросы.....	16
Библиографический список.....	17

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной работы является получение практических навыков эконометрического анализа временных рядов, используя модели с лаговыми переменными для объяснения механизма и составления прогноза экономических явлений.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРИМЕРЫ РАСЧЁТОВ

2.1. Понятие и виды временных рядов

Временным рядом называют последовательность наблюдений $y_1, y_2, \dots, y_n$ случайной величины, упорядоченных в случайные или неслучайные моменты времени. В отличие от анализа временных рядов, в большинстве других методов анализа данных (регрессионный, дисперсионный, главных компонент и т.д.) не важна и не учитывается привязка наблюдений ко времени. Временные ряды делятся на нестационарные и стационарные, где последние представляют собой случайный (стохастический) процесс, свойства которого (математическое ожидание, дисперсия, распределение вероятностей) остаются постоянными при любых перемещениях вдоль оси времени, например, «белый шум». Временные ряды также делятся на одномерные и комплексные, в первом случае подгонка фактических данных осуществляется к одной модели, во втором – к нескольким.

2.2. Цели, задачи, методы анализа временных рядов

Главная цель эконометрического анализа временных рядов состоит в построении по возможности простых моделей, адекватно описывающих имеющиеся ряды наблюдений и составляющих базу для решения следующих задач:

1. Объяснение механизма формирования уровней (наблюдений) ряда.
2. Построение прогноза будущих значений временного ряда.

При анализе временного ряда выделяют детерминированную составляющую, элементы которой вычисляются по определённому правилу как функция времени, и случайную составляющую, которая представляет собой числовую последовательность временного ряда, отражающую воздействие многочисленных факторов случайного характера, u_t . В детерминированной составляющей может присутствовать следующие структурные компоненты:

- тренд, I_t – изменение, определяющее общее направления развития;
- сезонная компонента, s_t – кратковременные регулярные колебания;
- циклическая компонента, v_t – долгосрочные регулярные колебания.

Если временной ряд y_t представляется в виде суммы соответствующих компонент, то полученная модель называется аддитивной (1), а если в виде произведения – мультипликативной (2).

$$y_t = I_t + s_t + v_t + u_t .$$

(1)

$$y_t = I_t * s_t * v_t * u_t .$$

(2)

Среди наиболее распространённых методов анализа временных рядов можно выделить: метод авторегрессии (AR), ADL, ARIMA, ARIMA с интервенцией, анализ тренда, метод автокорреляции, метод декомпозиции ряда, спектральный (Фурье) анализ.

2.3. Виды моделей с лаговыми переменными

Во многих экономических задачах встречаются лаговые (взятые в предыдущий момент времени) переменные, например, выпуск предприятия y_t в год t может зависеть не только от инвестиций x_t в этот год, но и от инвестиций в предыдущий год x_{t-1} , формула (3)

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_{t-1} + u_t \quad (3)$$

Данная модель является примером **модели распределённых лагов, DL(1)**. Термин «модель распределённых лагов» означает, что на y_t влияет не только какой-либо фактор x_t , но и лаги этого фактора, например x_{t-1} . Лагом называется число периодов, на которое запаздывает воздействие фактора на текущее состояние процесса. В скобках указан порядок модели – максимальный лаг. Рассматриваемая модель встречается, когда эндогенная переменная y_t с запаздыванием реагирует на изменение экзогенной переменной x_t . Коэффициенты оцениваются одношаговым методом наименьших квадратов 1МНК по формуле (4).

$$\hat{\alpha} = [X^T \cdot X]^{-1} \cdot X^T \cdot Y, \quad (4)$$

где X – матрица экзогенных переменных, Y – матрица эндогенных переменных.

Также в модели могут использоваться лаговые значения эндогенной (5) или одновременной экзо- и эндогенных переменных (6). Первая модель носит название **авторегрессионной (AR (1) в данном примере)**, а вторая - **авторегрессионной модели распределённых лагов (ADL (1,1) в приведённом примере)**. В скобках указаны максимальные лаги эндогенной и экзогенной переменных.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 y_{t-1} + u_t \quad (5)$$

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 x_{t-1} + \alpha_3 y_{t-1} + u_t \quad (6)$$

Термин «авторегрессия» для обозначения моделей (5) и (6) используется потому, что они представляют собой модели регрессии, у которых в числе регрессоров находятся лаги изучаемого ряда y_t . Авторегрессионная модель распределённых лагов ADL является примером динамической регрессии, в которой помимо независимых переменных (x_t) и их лагов, в качестве регрессоров используются лаги зависимой переменной (y_{t-p}).

Для моделей (5) и (6) при оценке параметров $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ можно использовать одношаговый метод наименьших квадратов (1МНК) только если верно предположение о том, что y_{t-1} , x_t и x_{t-1} не коррелируют со случайной величиной u_t . Также ошибки u_t имеют нулевое математическое ожидание, не коррелированы друг с другом (отсутствует автокорреляция ошибок) и гомоскедастичны (дисперсия ошибок постоянна).

В большинстве случаев в моделях (5) и (6) эти правила нарушаются:



1. y_{t-1} включает в себя ошибку u_{t-1} , поэтому матрица X и вектор ошибок U коррелированы.

2. Возможны случаи автокорреляции ошибок u_t .

Т.о. нарушаются условия Гаусса—Маркова и оценки 1МНК становятся смещёнными и/или не консистентными.

Авторегрессионные модели порядка n (AR(n), формула (7)) предпочтительнее использовать в сочетании с **моделью скользящей средней порядка q (MA (q), формула (8))**, что позволяет сосредоточить внимание на самых последних наблюдениях в отличие от процессов чистой авторегрессии. Обе модели применяются для стационарных процессов.

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_n y_{t-n} + u_t. \quad (7)$$

$$y_t = \mu + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \dots + \beta_q u_{t-q}, \quad (8)$$

из которой следует, что текущее значение временного ряда y_t является комбинацией μ (математического ожидания (среднего) y_t), текущей случайной ошибки u_t и всех прошлых её значений (предполагается, что ошибка является белым шумом, а процесс - стационарен). При этом прогнозирование следующего наблюдения с помощью скользящего среднего основывается на оценке текущего случайного шума (ошибки) u_t .

Модель, которая представляет собой комбинацию моделей авторегрессии AR(n) и скользящей средней MA (q) называется **авторегрессионной моделью со скользящим средним ARMA (n, q) (autoregressive moving average)**, которую называют применяют для стационарных процессов (9).

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_n y_{t-n} + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \dots + \beta_q u_{t-q}. \quad (9)$$

В случае нестационарного процесса, когда средние значения и дисперсии стохастических (случайных) рядов изменяются во времени, используется **авторегрессионная модель интегрированного скользящего среднего ARIMA (n, d, q) (autoregressive integrated moving average)**, формула (10), которая получается суммированием модели авторегрессии AR(n), модели скользящего среднего MA (q) и модели принудительного интегрирования временного ряда, обладающего d -м порядком гладкости или степенью интеграции ряда, т.е. ряд становится стационарным после применения d раз операции взятия последовательной разности $y_t - y_{t-1}$.

$$\alpha_n(L)(1-L)^d y_t = \beta_q(L)u_t, \quad (10)$$

где n -параметр AR-части;

d - степень интеграции;

q - параметр MA части;

u_t -случайный шум (ошибка)

L - оператор сдвига, $LY_t = Y_{t-1}$. Действие оператора сдвига на временной ряд даёт значение временного ряда в предыдущий момент времени, т.о. после применения оператора сдвига i раз получаем значение ряда в момент времени на i периодов ранее, что позволяет ввести степень оператора сдвига $L^i Y_t = Y_{t-i}$

Иерархия моделей **AR(n)+MA(q) $\rightarrow$ ARMA(n, q) $\rightarrow$ ARIMA(n, d, q) $\rightarrow$...** получила название моделей Бокса-Дженкинса (Box-Jenkins).

Данные модели (Бокса-Дженкинса) являются мощным инструментом для построения точных прогнозов с малой дальностью прогнозирования, т.к. достаточно гибкие и могут описывать широкий спектр характеристик временных рядов, которые встречаются на практике. На рисунке 1 представлены курсы валют EUR-USD валютного рынка FOREX с 01.05.2002 по 18.09.2002 и прогнозы, составленные при помощи моделей: ARIMA(1,1,1); ARIMA(1,0,0), которая представляет собой модель AR(1); ARIMA(0,0,1), которая представляет собой модель MA(1); ARIMA(1,0,1), которая представляет собой модель ARMA(1,1). Общий недостаток прогнозирования при помощи этих моделей заключается в том, что все они независимо от применяемых методов вычисления используют исторические данные. И если условия на рынке (например, корреляция между активами) резко меняются, то эти изменения будут учтены только через определенный промежуток времени, а до этого момента предсказания будут некорректны.

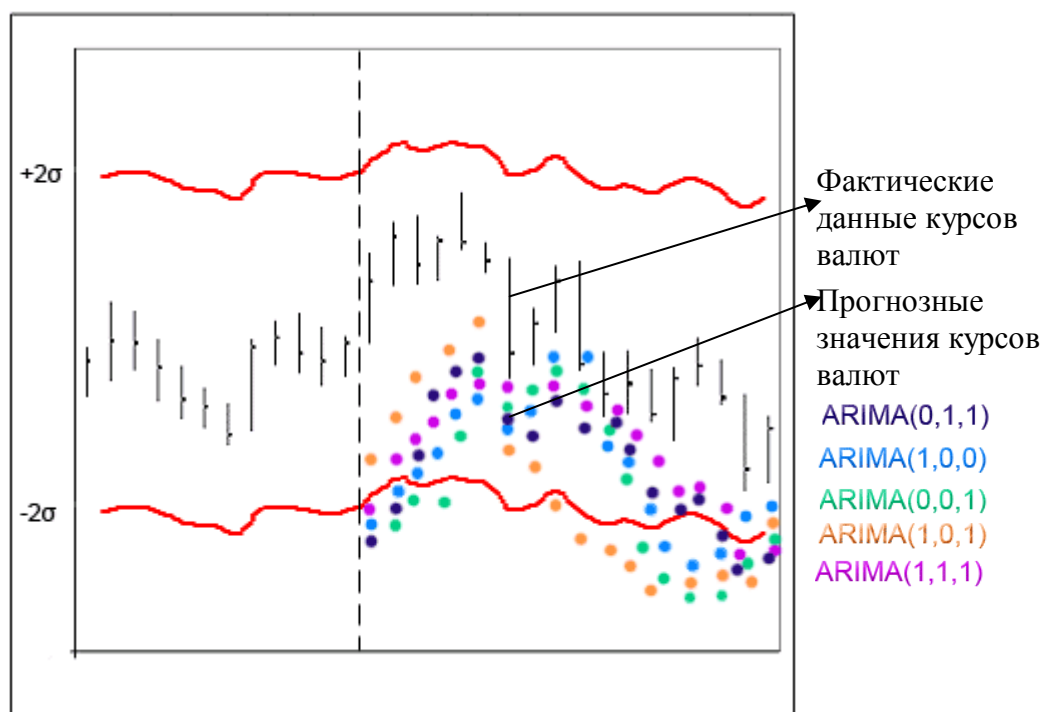


Рисунок 1 - Прогноз курсов валют EUR-USD с помощью моделей ARIMA(1,0,0) [или AR(1)], ARIMA(0,0,1) [или MA(1)], ARIMA(1,0,1) [или ARMA(1,1)] и ARIMA(1,1,1)

2.4. Оценка авторегрессионных моделей (AR) – y_{t-1} и u_t коррелируют. Метод инструментальных переменных

Одним из методов расчета параметров уравнения авторегрессии является метод инструментальных переменных. Сущность этого метода состоит в том, чтобы заменить переменную y_{t-1} из правой части модели, для которой нарушается предпосылка 1МНК (об отсутствии корреляции регрессоров с ошибкой), на новую переменную $\hat{y}_{t-1}$ или x_{t-1} включение которой в модель регрессии не приводит к нарушению этих предпосылок.

Искомая новая переменная, которая будет введена в модель вместо y_{t-1} , должна иметь два свойства. Во-первых, она должна тесно коррелировать с y_{t-1} , во-вторых, она не должна коррелировать с остатками u_t . Поскольку в модели (5) переменная y_t зависит не только от y_{t-1} , но и от x_t , можно предположить, что имеет место зависимость y_{t-1} от x_{t-1} (11).

$$y_{t-1} = d_0 + d_1 \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (11)$$

Таким образом, переменную y_{t-1} можно выразить следующим образом (12):

$$y_{t-1} = \mathcal{F}_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ где} \quad (12)$$

$$\mathcal{F}_{t-1} = d_0 + d_1 \cdot x_{t-1}$$

Переменная $\mathcal{F}_{t-1}$ тесно коррелирует с y_{t-1} и представляет собой линейную комбинацию переменной x_{t-1} , которая не коррелирует с ошибкой ε_t (параметры модели (11) можно определить с помощью МНК). Следовательно, переменная $\mathcal{F}_{t-1}$ также не будет коррелировать с ошибкой ε_t .

Подставим в модель (5) вместо y_{t-1} его выражение из уравнения (11), получим формулу (13)

$$y_t = (\alpha_0 + \alpha_2 \cdot d_0) + \alpha_1 \cdot x_t + \alpha_2 \cdot d_1 \cdot x_{t-1} + (\alpha_2 \cdot \varepsilon_t + u_t) \quad (13)$$

Уравнение (13) представляет собой модель распределённых лагов (DL), для которой не нарушаются предпосылки обычного МНК. Определив параметры моделей (11) и (13), можно рассчитать параметры α_i исходной модели (5).

Т.о. сущность изложенного выше метода инструментальных переменных для оценки параметров моделей авторегрессии заключается в том, что данный метод приводит к замене модели авторегрессии на модель с распределённым лагом (DL).

Пример 1.

На основании данных о ВВП и объёме денежной массы (таблица 1) построим уравнение авторегрессии $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 y_{t-1} + u_t$, учитывая только корреляцию y_{t-1} и u_t .

Изначально оценим параметры функции $y_{t-1} = d_0 + d_1 \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t$ используя метод МНК по формуле (4), получим значения коэффициентов $d_0 = 72$ и $d_1 = 7,09$. Затем оценим значения коэффициентов функции (13), используя метод МНК по формуле (4), получим:

$$(\alpha_0 + \alpha_2 \cdot d_0) = -254 \quad \alpha_1 = 6,52 \quad \alpha_2 \cdot d_1 = 3,65$$

Тогда, подставив $d_0 = 72$ и $d_1 = 7,09$ в приведённые выше уравнения, получим:

$$\alpha_2 = 0,5148 \quad \text{и} \quad \alpha_0 = -291,07, \text{ а также авторегрессионное уравнение с учётом}$$

корреляции y_{t-1} и u_t

$$y_t = -291,07 + 6,52x_t + 0,5148y_{t-1} + u_t$$

Таблица 1 - Исходные данные: ВВП и денежная масса, млн.грн.

t	ВВП(y_t)	ДМ (x_t)	y_{t-1}	x_{t-1}	u_t	u_{t-1}
1	1,4	0,12	-	-	-	-
2	19	0,95	1,4	0,12	303,1553	-
3	171,5	9,2	19	0,95	392,8048	303,1553
4	610,75	33,2	171,5	9,2	597,0678	392,8048
5	152,4	98,7	610,75	33,2	-514,468	597,0678
6	2146	500	152,4	98,7	-901,386	-514,468
7	2478	288,3	2146	500	-215,407	-901,386
8	2741	374,1	2478	288,3	-682,736	-215,407
9	4757	448,3	2741	374,1	714,0872	-682,736
10	7063	704,7	4757	448,3	310,5224	714,0872

2.5. Оценка авторегрессионных моделей (AR) с автокорреляцией ошибок. Нелинейный МНК

При анализе временных рядов наблюдений (данных упорядоченных во времени) ошибки наблюдения оказываются коррелированными во времени, вследствие корреляции исходных данных. Таким образом, нарушается одна из предпосылок классического регрессионного анализа, что приводит к уменьшению эффективности оценок параметров регрессионной модели. Например, график зависимости объема продаж мороженого y от дохода x по ежемесячным данным о доходе имеет вид, представленный на рисунке 2. Спрос на мороженое с ростом доходов в среднем растет, однако имеет место положительная корреляция остатков, обусловленная сезонностью. Летом остатки в среднем положительны (т.е. объем продаж мороженого превышает предсказанный линией регрессии, а зимой остатки обычно меньше нуля).

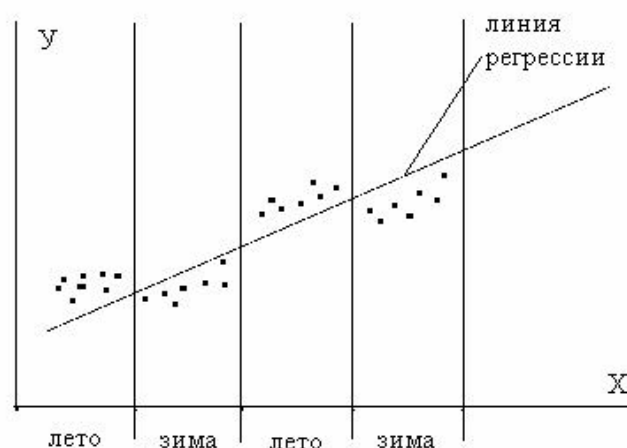


Рисунок 2 – Пример нарушения предпосылки 1МНК об отсутствии автокорреляции остатков

Тест на наличие автокорреляции ошибок

Рассмотренное выше нарушением предпосылки 1МНК в эконометрических исследованиях представляет собой автокорреляцию остатков – ситуацию, когда

дисперсия остатков постоянная, но наблюдается их корреляция, которую можно выразить зависимостью (14).

$$u_t = \rho \cdot u_{t-1} + v_t, \quad \text{где} \quad (14)$$

v_t – случайная величина, нормально распределённая с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией. Данная зависимость называется автокорреляционным процессом первого порядка;

ρ – коэффициент или параметр автокорреляции (коэффициент авторегрессии), рассчитывается методом 1МНК или по формуле (15), $-1 \leq \rho \leq 1$;

$$\hat{\rho} = 1 - 0,5d, \quad \text{где} \quad (15)$$

$\hat{\rho}$ – приближительная оценка коэффициента автокорреляции;

d – значение d-теста Дарбина-Уотсона, $0 \leq d \leq 4$ (16);

N – общее число наблюдений.

$$d = \frac{\sum_{t=3}^N (u_t - u_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^N u_t^2}. \quad (16)$$

Если автокорреляция отсутствует, то $\rho = 0$, и значение d должно быть близким к 2. Так как значение ρ находится между -1 и 1 , то значение d должно лежать между 0 и 4.

Применительно к авторегрессионным моделям (5) для проверки гипотезы об автокорреляции остатков первого порядка (14) d-test Дарина – Уотсона неприменим, а используется h-критерий Дарбина (17) при условии больших выборок.

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{(N-1)}{1 - (N-1)\sigma_{\alpha_2}^2}}, \quad (17)$$

где $\hat{\rho}$ – оценка коэффициента автокорреляции, рассчитанная по формуле (15),

N – количество наблюдений,

$\sigma_{\alpha_2}^2$ – оцененная дисперсия коэффициента при лаговой зависимой переменной.

Оценка коэффициента α_2 при y_{t-1} получается непосредственно применением метода 1МНК к модели (5). Дисперсия коэффициента при y_{t-1} является третьим элементом главной диагонали дисперсионной матрицы S_{α_i} (18).

$$S_{\alpha_i} = \frac{RSS}{n-k} \cdot [X^T \cdot X]^{-1}. \quad (18)$$

Число коэффициентов уравнения (5) $k=3$.

Сумма квадратов ошибок $RSS = Y^T \cdot Y - \hat{\alpha}^T \cdot X^T \cdot Y$

В больших выборках h распределяется как $N(0;1)$, т.е. как нормальная переменная со средним значением 0 и дисперсией, равной 1. Следовательно, гипотеза отсутствия автокорреляции может быть отклонена при уровне значимости 5%, если значение h-статистики по модулю больше 1,96, и при уровне 1%, если оно больше, чем 2,58.

- если $h > 1.96$, то есть позитивная автокорреляция 1-го порядка;
- если $h < -1.96$, то есть негативная автокорреляция 1-го порядка;
- если $-1.96 \leq h \leq 1.96$, то нет автокорреляции 1-го порядка;

Пример 2.

В выборке $N=201$, $d=1.8$, $\sigma_{\alpha_2}^2=0.001$, тогда

$$h = (1 - \frac{1}{2} \cdot 1.8) \sqrt{\frac{200}{1 - 200 \cdot 0.001}} = 1.581$$

Таким образом, для уровня значимости 1% и 5% можно принять гипотезу о том, что нет автокорреляции первого порядка.

Пример 3.

По исходным данным и построенному уравнению авторегрессии с учётом корреляции y_{t-1} и u_t в примере 1

$$y_t = -291,07 + 6,52x_t + 0,5148y_{t-1} + u_t$$

проверим наличие автокорреляции в остатках, используя h-тест Дарбина (несмотря на небольшой размер выборки). Принять $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,0417$, $\alpha = 5\%$.

Рассчитаем величины u_t и u_{t-1}

$$u_t = y_t - (-291,07 + 6,52x_t + 0,5148y_{t-1})$$

Полученные данные также запишем в таблицу 1.

Используя формулу (16) рассчитаем значение d-теста Дарбина-Уотсона:
 $d = (8037,036436 + 41723,37317 + 1235512,057 + 149705,0899 + 470566,8043 + 218396,955 + 1951116,17 + 162864,5478) / (91903,12379 + 154295,6109 + 356489,9578 + 264677,4259 + 812495,8557 + 46400,08949 + 466128,9919 + 509920,5292 + 96424,1609) = 1,514227$

По формуле (14) рассчитаем $\hat{\rho} = 1 - 0,5 \cdot 1,514227 = 0,242886$. По формуле (17) рассчитаем величину h-критерия Дарбина.

$$h = 0,242886 \cdot \sqrt{\frac{9}{1 - 9 \cdot 0,0417}} = 0,242886 \cdot 3,7956 = 0,9219$$

Поскольку $|0,9219| < 1,96$, то нет автокорреляции остатков 1-го порядка.

Исправление автокорреляции ошибок и оценка параметров авторегрессии

Применение 1МНК к автокоррелированной модели приводит к неправомерному занижению оценки дисперсии ошибок. Рассмотрим автокорреляцию на примере модели (5).

Предположим, что случайный член в этой модели подвержен автокорреляционному процессу. Для освобождения от автокорреляции и корректного применения МНК преобразуем исходную систему наблюдений, добиваясь независимости случайного члена.

Для момента времени (t-1) домножим левую и правую части на ρ (получим формулу (19)) и вычтем её из (5). Получим (20).

$$\rho y_{t-1} = \rho \alpha_0 + \rho \alpha_1 x_{t-1} + \rho \alpha_2 y_{t-2} + \rho u_{t-1}, \quad (19)$$

$$y_t - \rho y_{t-1} = \alpha_0(1 - \rho) + \alpha_1(x_t - \rho x_{t-1}) + \alpha_2(y_{t-1} - \rho y_{t-2}) + u_t, \quad (20)$$

где v_t нормально распределены и независимы. Т.о. мы перешли к модели (20), где нет проблемы автокорреляции, но такая модель не линейна по параметрам, поэтому МНК неприменим и необходимо использовать нелинейный МНК. Он заключается в минимизации суммы квадратов ошибок (минимизации функции F) (21) по параметрам α_i и p.

$$F = \sum_{t=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1}))^2. \quad (21)$$

Необходимо решить систему нелинейных уравнений, получаемых из необходимых условий экстремума функции F. Эти условия заключаются в равенстве нулю частных производных функции F по параметрам модели α_i и p, т.е. $F_{\alpha_i} = 0, j = 1, 2, 3$ Получаем систему уравнений (22).

$$\begin{aligned} & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot \\ & \cdot f'_{p,aj}(\alpha_0(1-p) + \alpha_1(x_t - px_{t-1}) + \alpha_2(y_{t-1} - py_{t-2})) = 0 \\ & j=1,2,3 \end{aligned} \quad \equiv \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (1-p) = 0 \\ & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (x_t - px_{t-1}) = 0 \\ & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (y_{t-1} - py_{t-2}) = 0 \\ & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (-\alpha_0 - \alpha_1 x_{t-1} - \alpha_2 y_{t-2}) = 0 \end{aligned} \right.$$

Таким образом, применяя метод нелинейного МНК для оценки параметров модели, мы одновременно находим еще и оценку параметра автокорреляции p.

При известном значении коэффициента автокорреляции p система примет вид (23).

$$\left\{ \begin{aligned} & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (1-p) = 0 \\ & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (x_t - px_{t-1}) = 0 \\ & -2 \sum_{i=1}^N (y_t - py_{t-1} + \alpha_0(p-1) + \alpha_1(px_{t-1} - x_t) + \alpha_2(py_{t-2} - y_{t-1})) \cdot (y_{t-1} - py_{t-2}) = 0 \end{aligned} \right. \quad (23)$$

3. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ РАСЧЁТНО-ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Задание 1. Ответить на следующие вопросы:

1. Для обнаружения автокорреляции в авторегрессионных моделях применяется:
☐ h-статистика ☐ t-статистика ☐ d-статистика
2. 1МНК - оценки параметров авторегрессии при автокорреляции:
☐ не смещены и эффективны ☐ смещены и эффективны ☐ не смещены и неэффективны ☐ смещены и неэффективны
3. О чем говорит значение h-статистики, равное 2,59?
☐ в модели с лаговой зависимой переменной с вероятностью 99% есть автокорреляция ☐ в модели с лаговой зависимой переменной с вероятностью 99% нет автокорреляции
4. Какие тесты используются для обнаружения автокорреляции?
☐ Дарбина ☐ Дарбина-Уотсона ☐ Глейзера
5. Каково среднее значение остатков автокорреляционного процесса первого порядка?
☐ равно значению оценки дисперсии регрессии ☐ равно нулю
6. Какое распределение имеет h-статистика?
☐ нормальное распределение ☐ равномерное распределение ☐ распределение Стьюдента
7. Чем грозит игнорирование автокорреляции?

- ☐ потерей несмещенности оценок модели
- ☐ занижением дисперсии оценок остатков

8. Почему при оценивании методом 1МНК модели с лагами эндогенной переменной результаты хуже, чем при оценивании модели без лагов?

9. Охарактеризуйте понятие автокорреляции в остатках. Какими причинами может быть вызвана автокорреляции в остатках?

10. Что такое h - критерий Дарбина? Изложите алгоритм его применения.

11. Перечислите основные этапы нелинейного МНК.

12. Приведите примеры экономических задач, эконометрическое моделирование которых требует применения моделей с распределенным лагом и моделей авторегрессии.

13. Какова интерпретация параметров модели с распределенным лагом

14. Какова интерпретация параметров модели авторегрессии?

15. Изложите методику применения метода инструментальных переменных для оценки параметров модели авторегрессии.

16. Изложите методику тестирования модели авторегрессии на автокорреляцию в остатках

17. В чем состоит специфика построения моделей регрессии по временным рядам данных?

Задание 2. На основании данных таблицы 2 для соответствующего варианта выполнить:

1. Построить уравнение авторегрессии $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 y_{t-1} + u_t$, учитывая только корреляцию y_{t-1} и u_t , $\alpha = 5\%$.
2. Проверить наличие автокорреляции в остатках.

Таблица 2 – Исходные данные

x	0,1	2	3	10	98,7
Вариант	Значения y				
1	6	10	19	29	40
2	6	10	19	29	40,1
3	6	10	19	29	40,2
4	6	10	19	29	40,3
5	6	10	19	29	40,4
6	6	10	19	29	40,5
7	6	10	19	29	40,6
8	6	10	19	29	40,7
9	6	10	19	29	40,8
10	6	10	19	29	40,9
11	6	10	19	29	39
12	6	10	19	29	39,1
13	6	10	19	29	39,2
14	6	10	19	29	39,3
15	6	10	19	29	39,4
16	6	10	19	29	39,5
17	6	10	19	29	39,6
18	6	10	19	29	39,7
19	6	10	19	29	39,8
20	6	10	19	29	39,9
21	6,01	10	19	29	40
22	6,02	10	19	29	40
23	6,03	10	19	29	40
24	6,04	10	19	29	40
25	6,05	10	19	29	40
26	6,06	10	19	29	40

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ПРАКТИЧЕСКОМ ЗАНЯТИИ

- 1) Название и цель работы.
- 2) Условия индивидуальных заданий.
- 3) Ход решения индивидуальных заданий.
- 3) Выводы.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит специфика построения моделей регрессии по временным рядам данных?
2. Приведите примеры экономических задач, эконометрическое моделирование которых требует применения моделей с распределенным лагом и моделей авторегрессии.
3. Какова интерпретация параметров модели с распределенным лагом?
4. Какова интерпретация параметров модели авторегрессии?
5. Охарактеризуйте понятие автокорреляции в остатках. Какими причинами может быть вызвана автокорреляция в остатках?
6. Изложите методику тестирования модели авторегрессии на автокорреляцию в остатках.
7. Изложите методику применения метода инструментальных переменных для оценки параметров модели авторегрессии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Елисеева И. И. Эконометрика: учебное пособие /И. И. Елисеева, С. В. Курышева Д. М. Гордиенко и др. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 400с.
2. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс / Я. Р. Магнус, П. К. Катыхев, А. А. Пересецкий. – М.: Дело, 1997. – 246с.
3. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти – М.: ИНФРА-М, 1997. – 401с.

Заказ № _____ от «_____» _____ 2008. Тираж _____ экз.

Изд-во СевНТУ

