

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет



**«ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ
ОДНОВРЕМЕННЫХ УРАВНЕНИЙ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к проведению практического занятия №6

по дисциплине «Эконометрия»

**для студентов специальности
6.050201 - «Менеджмент организаций»
дневной формы обучения**

Севастополь
2008



УДК 658

«Оценка параметров систем линейных одновременных уравнений»
методические указания к проведению практического занятия №6 по дисциплине «Эконометрия» для студентов специальности 8.050201 – «Менеджмент организаций» дневной формы обучения / Сост. А.В. Цуканов, Т.А. Кокодей. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008г. – 16 с.

Целью методических указаний является закрепление теоретических знаний и получение практических навыков в области оценки параметров систем линейных одновременных уравнений. Методические указания предназначены для студентов специальности «Менеджмент организаций» дневной формы обучения.

Методические указания утверждены на заседании кафедры менеджмента и экономико-математических методов, (протокол № 5 от 23.01.2008 г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент:

Фисун С.Н., канд. техн. наук, доцент кафедры «Кибернетика и вычислительная техника».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы.....	4
2. Теоретические основы и примеры расчётов.....	4
2.1. Системы эконометрических уравнений. Проблема идентификации	4
2.2. Методы решения систем одновременных уравнений: КМНК и 2МНК ..	7
3. Индивидуальные расчётно-практические задания.....	12
4. Содержание отчета о практическом занятии.....	14
Библиографический список.....	15
Приложение А. (справочное) Вопросы для обсуждения на семинарском занятии «Теоретические аспекты эконометрического анализа».....	16

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной работы является получение практических навыков описания и изучения сложных экономических систем при помощи систем линейных одновременных уравнений.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРИМЕРЫ РАСЧЁТОВ

2.1. Системы эконометрических уравнений. Проблема идентификации

При изучении сложных систем для их описания и объяснения механизмов их функционирования недостаточно построения изолированных уравнений регрессии. При использовании отдельных уравнений регрессии, например, для экономических расчетов, в большинстве случаев предполагается, что аргументы (факторы) можно изменять независимо друг от друга. Однако, это предположение является очень грубым: практически изменение одной переменной, как правило, не может происходить при абсолютной неизменности других. Ее изменение повлечет за собой изменение во всей системе взаимосвязанных признаков. Следовательно, отдельно взятое уравнение множественной регрессии не может характеризовать истинные влияния отдельных признаков на вариацию результирующей переменной. Этим объясняется необходимость использования не отдельных уравнений, а их систем.

Система уравнений в эконометрических исследованиях может быть построена различными способами:

1. Возможна система независимых уравнений, когда каждая зависимая переменная рассматривается как функция одного и того же набора факторов, модель (1):

$$\begin{cases} y_1 = a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1m} * x_m + e_1 \\ \dots\dots\dots \\ y_n = a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nm} * x_m + e_n \end{cases} \quad (1)$$

Примером такой модели может служить модель экономической эффективности сельскохозяйственного производства, где в качестве зависимых переменных выступают показатели эффективности производства (производительность, себестоимость продукции и т.д.), а в качестве факторов – характеристики самого хозяйства (количество голов скота, площадь пашни и т.д.). Для системы независимых уравнений каждое уравнение может рассматриваться самостоятельно, и его параметры определяются обычным образом по одношаговому методу наименьших квадратов (МНК).

2. Также возможна система рекурсивных уравнений – когда зависимая переменная одного уравнения выступает в виде фактора в другом уравнении, модель (2).

$$\begin{cases} y_1 = a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1m} * x_m + e_1 \\ y_2 = b_{21} * y_1 + a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2m} * x_m + e_2 \\ y_3 = b_{31} * y_1 + b_{32} * y_2 + a_{31} * x_1 + a_{32} * x_2 + \dots + a_{3m} * x_m + e_3 \\ \dots \\ y_n = b_{n1} * y_1 + b_{n2} * y_2 + \dots + b_{nn-1} * y_{n-1} + a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nm} * x_m + e_n \end{cases} \quad (2)$$

Для решения этой системы и нахождения ее параметров также используется 1МНК.

3. Наибольшее распространение в эконометрических исследованиях получила система взаимосвязанных (одновременных) уравнений. В ней одни и те же зависимые переменные (у) в одних уравнениях входят в левую часть системы, а в других – в правую часть, модель (3). Тем самым подчеркивается, что в системе одни и те же переменные (у) одновременно рассматриваются как зависимые в одних уравнениях и как независимые в других.

$$\begin{cases} y_1 = b_{12} * y_2 + b_{13} * y_3 + \dots + b_{1n} * y_n + a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1m} * x_m + e_1 \\ y_2 = b_{21} * y_1 + b_{23} * y_3 + \dots + b_{2n} * y_n + a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2m} * x_m + e_2 \\ \dots \\ y_n = b_{n1} * y_1 + b_{n2} * y_2 + \dots + b_{nn-1} * y_{n-1} + a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \dots + a_{nm} * x_m + e_n \end{cases} \quad (3)$$

Данная система уравнений называется структурной формой модели. Эндогенные переменные (у) – взаимосвязанные переменные, которые определяются внутри модели (системы). Экзогенные переменные – независимые переменные, которые определяются вне системы. Предопределенные переменные (х) – экзогенные и лаговые (за предыдущие моменты времени) эндогенные переменные системы. Коэффициенты а и b при переменных – структурные коэффициенты модели.

Запишем данную модель в матричном виде, формула (4).

$$BY + AX = E, \quad (4)$$

где В – матрица порядка n на n коэффициентов при n эндогенных переменных;
А- матрица порядка n на m коэффициентов при m предопределённых переменных (в состав этих коэффициентов включён и свободный член);

Y- вектор-столбец эндогенных переменных;

X- вектор-столбец предопределённых переменных;

E - вектор-столбец случайных последовательно некоррелированных ошибок с нулевыми средними.

Система взаимосвязанных уравнений получила название системы одновременных (совместных) уравнений. Каждое уравнение такой системы не может рассматриваться самостоятельно, и для нахождения его параметров традиционный 1МНК неприменим. С этой целью используются его модификации: косвенный, двухшаговый и трехшаговый метод наименьших квадратов.

Если матрица В невырожденная (существует обратная матрица B^{-1}), тогда система (3,4) имеет приведённую форму (5). Система линейных функций

эндогенных переменных от всех predetermined переменных системы является приведенной формой модели.

$$\begin{cases} y_1 = p_{11} \cdot x_1 + p_{12} \cdot x_2 + \dots + p_{1m} \cdot x_m + v_1 \\ \dots\dots\dots \\ y_n = p_{n1} \cdot x_1 + p_{n2} \cdot x_2 + \dots + p_{nm} \cdot x_m + v_n, \end{cases} \quad (5)$$

где p_{ij} - коэффициенты приведенной формы модели.

Идентификация модели

Необходимое условие идентификации – выполнение счетного правила:

$D+1=N$ – уравнение точно идентифицируемо;

$D+1<N$ – уравнение неидентифицируемо;

$D+1>N$ – уравнение сверхидентифицируемо.

Где N – число эндогенных переменных в уравнении, D – число predetermined переменных, отсутствующих в уравнении, но присутствующих в системе.

Уравнение структурной формы называется:

1. Точно идентифицируемым $D+1=N$ – если все участвующие в нем неизвестные коэффициенты однозначно восстанавливаются по коэффициентам приведенной формы. Для решения системы точно идентифицируемых уравнений применяется косвенный МНК (КМНК)
2. Сверхидентифицируемым – если все участвующие в нем неизвестные коэффициенты восстанавливаются по коэффициентам приведенной формы, причем некоторые из них могут принимать одновременно несколько значений. Для решения сверхидентифицируемых уравнений применяется двухшаговый МНК (2МНК)
3. Неидентифицируемым – если хотя бы один из участвующих в нем неизвестных коэффициентов не может быть восстановлен по коэффициентам приведенной формы.

Эконометрическая модель называется точно идентифицируемой, если все уравнения ее структурной формы являются точно идентифицируемыми. Эконометрическая модель называется неидентифицируемой, если хотя бы одно уравнение ее структурной формы является неидентифицируемым.

Запишем приведённую систему в матричной форме (6):

$$Y = P \cdot X + V, \quad (6)$$

где P - матрица коэффициентов порядка n на m приведённой формы;

X - вектор-столбец predetermined переменных;

V - вектор случайных составляющих (ошибок) приведённой системы.

Имеет место соотношение коэффициентов приведённой и структурной формы, формула (7).

$$P = -B^{-1}A, \quad (7)$$

Все условия Гаусса-Маркова выполняются. Имеет место соотношение ошибок приведённой и структурной формы, формула (8).

$$V = B^{-1}E. \quad (8)$$

2.2. Методы решения систем одновременных уравнений: КМНК и 2МНК

Косвенный МНК (КМНК)

КМНК применяется в случае точно идентифицируемой модели для одновременного оценивания коэффициентов всех уравнений системы. Процедура применения КМНК предполагает выполнение следующих этапов:

1. Составляют приведенную форму модели (5,6) и определяют численные значения параметров для каждого ее i -го уравнения обычным 1МНК по формуле (9).

$$\hat{\beta}_i = (X^T X)^{-1} X^T y_i, \quad (9)$$

где $\hat{\beta}_i$ - вектор оценок параметров i -го уравнения системы (5), $i=1 \dots n$.

Пример 1. Пусть дана система одновременных уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha + \lambda y_2 + \gamma x_2 + \varepsilon_1; \\ y_2 = \beta + \omega y_1 + \nu x_3 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Приведём её к структурному виду (3), введя обозначения:

$$\alpha = a_{11}; \lambda = b_{12}; \gamma = a_{12}; x_1 = 1; b_{11} = 1; a_{13} = 0$$

$$\beta = a_{21}; \omega = b_{21}; \nu = a_{23}; a_{22} = 0; b_{22} = 1$$

$$\begin{cases} 1 \cdot y_1 = b_{12} y_2 + a_{11} \cdot 1 + a_{12} x_2 + 0 \cdot x_3 + \varepsilon_1; \\ 1 \cdot y_2 = b_{21} y_1 + a_{21} \cdot 1 + 0 \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + \varepsilon_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \cdot y_1 - b_{12} y_2 - a_{11} \cdot 1 - a_{12} x_2 - 0 \cdot x_3 = \varepsilon_1; \\ -b_{21} y_1 + 1 \cdot y_2 - a_{21} \cdot 1 - 0 \cdot x_2 - a_{23} \cdot x_3 = \varepsilon_2. \end{cases}$$

тогда

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & 0 \\ -a_{21} & 0 & -a_{23} \end{pmatrix}.$$

$$B \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}.$$

Отметим, что оба уравнения точно идентифицируемы:

1: $D+1=N=2$,

2: $D+1=N=2$.

Следовательно, для решения системы применяем КМНК.

Составим приведённую форму данной системы:

$$\begin{cases} y_1 = p_{11} \cdot x_1 + p_{12} \cdot x_2 + p_{13} \cdot x_3 + v_1; \\ y_2 = p_{21} \cdot x_1 + p_{22} \cdot x_2 + p_{23} \cdot x_3 + v_2. \end{cases}$$

Пусть методом 1МНК, формула (9), были получены оценки параметров приведённой формы системы, тогда она примет вид:

$$\begin{cases} y_1 = 1 + 2x_2 + 3x_3 + v_1; \\ y_2 = -2 + 1x_2 + 4x_3 + v_2. \end{cases}$$

2. Путем алгебраических преобразований переходим от уравнений приведенной формы к уравнениям структурной формы модели, получая тем самым численные оценки структурных параметров.

Воспользовавшись формулой (7), найдём структурные параметры через приведённые, Р.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & 0 \\ -a_{21} & 0 & -a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{1-b_{21}b_{12}} & \frac{-b_{12}}{1-b_{21}b_{12}} \\ \frac{-b_{21}}{1-b_{21}b_{12}} & \frac{-1}{1-b_{21}b_{12}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & 0 \\ -a_{21} & 0 & -a_{23} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{a_{11} + b_{12}a_{21}}{1-b_{21}b_{12}} & \frac{a_{12}}{1-b_{21}b_{12}} & \frac{b_{12}a_{23}}{1-b_{21}b_{12}} \\ \frac{b_{21}a_{11} + a_{21}}{1-b_{21}b_{12}} & \frac{b_{21}a_{12}}{1-b_{21}b_{12}} & \frac{a_{23}}{1-b_{21}b_{12}} \end{pmatrix}$$

Подставим в приведённую форму модели полученные выражения:

$$\begin{cases} y_1 = \frac{a_{11} + b_{12}a_{21}}{1-b_{21}b_{12}} + \frac{a_{12}}{1-b_{21}b_{12}}x_2 + \frac{b_{12}a_{23}}{1-b_{21}b_{12}}x_3 + v_1; \\ y_2 = \frac{b_{21}a_{11} + a_{21}}{1-b_{21}b_{12}} + \frac{b_{21}a_{12}}{1-b_{21}b_{12}}x_2 + \frac{a_{23}}{1-b_{21}b_{12}}x_3 + v_2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a_{11} + b_{12}a_{21}}{1-b_{21}b_{12}} = 1; \\ \frac{a_{12}}{1-b_{21}b_{12}} = 2; \\ \frac{b_{12}a_{23}}{1-b_{21}b_{12}} = 3; \\ \frac{b_{21}a_{11} + a_{21}}{1-b_{21}b_{12}} = -2; \\ \frac{b_{21}a_{12}}{1-b_{21}b_{12}} = 1; \\ \frac{a_{23}}{1-b_{21}b_{12}} = 4. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 2,5; b_{21} = 0,5; a_{21} = -2,5; \\ b_{12} &= 0,75; a_{12} = 1,25; a_{23} = 2,5; \end{aligned}$$

Тогда структурная форма примет вид:

$$\begin{cases} y_1 = 0,75y_2 + 2,5 + 1,25x_2 + \varepsilon_1; \\ y_2 = 0,5y_1 - 2,5 + 2,5x_3 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Воспользовавшись формулой (8), выразим ошибки структурной формы системы через ошибки приведённой:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b_{12} \\ \frac{1-b_{21}b_{12}}{b_{21}} & \frac{1-b_{21}b_{12}}{1-b_{21}b_{12}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_1 + b_{12}\varepsilon_2}{1-b_{21}b_{12}} \\ \frac{b_{21}\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{1-b_{21}b_{12}} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} v_1 = \frac{\varepsilon_1 + b_{12}\varepsilon_2}{1-b_{21}b_{12}}; \\ v_2 = \frac{b_{21}\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{1-b_{21}b_{12}}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,625v_1 = \varepsilon_1 + 0,75\varepsilon_2; \\ 0,625v_2 = 0,5\varepsilon_1 + \varepsilon_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon_2 = v_2 - 0,5v_1; \\ \varepsilon_1 = v_1 - 0,75v_2. \end{cases}$$

Тогда получим следующие параметры и ошибки системы структурной формы:

$$\begin{cases} y_1 = 0,75y_2 + 2,5 + 1,25x_2 + v_1 - 0,75v_2; \\ y_2 = 0,5y_1 - 2,5 + 2,5x_3 + v_2 - 0,5v_1. \end{cases}$$

Двухшаговый МНК (2МНК)

Данный метод используется для оценивания коэффициентов отдельного уравнения системы. Основная идея 2МНК — на основе приведенной формы модели получить для отдельного уравнения сверхидентифицируемой системы теоретические значения (оценки) эндогенных переменных $\hat{Y}_i$, содержащихся в правой части уравнения.

Запишем каждое уравнение сверхидентифицируемой системы структурной формы (3) в виде, представленном формулой (10).

$$\bar{y}_i = Y_i \bar{\beta}_i + X_i \bar{\alpha}_i + \bar{\varepsilon}_i, \quad (10)$$

$\bar{y}_i$ – вектор значений одной эндогенной переменной в левой части уравнения;

Y_i - матрица значений оставшихся эндогенных переменных в правой части i -го уравнения;

X_i - матрица значений предопределённых переменных i -го уравнения.

Эндогенные регрессоры (Y_i в правой части уравнения) «очищаются» от влияния возмущений $\bar{\varepsilon}_i$, т.е. проводится регрессия каждого столбца матрицы Y_i на все предопределённые переменные - методом 1МНК оцениваются параметры модели (11).

$$Y_i = X \cdot P_i + V_i, \quad (11)$$

где P_i – подматрица матрицы P параметров приведенной формы, соответствующих эндогенным переменным, включённым в правую часть i -го структурного уравнения;

V_i - подматрица матрицы V , соответствующая тем же эндогенным переменным.

X - матрица значений всех предопределённых переменных системы.

Затем рассчитываются значения $\hat{Y}_i$, формула (12).

$$\hat{Y}_i = X \cdot \hat{\beta}_i. \quad (12)$$

Далее, осуществляется регрессия (10) с заменой в правой части Y_i на $\hat{Y}_i$, т.е. строятся 1МНК оценки структурных параметров $\bar{\beta}_i, \bar{\alpha}_i$ в регрессии (13).

$$\bar{y}_i = \bar{\beta}_i \bar{x}_i + \bar{\alpha}_i + \bar{\varepsilon}_i \quad (13)$$

Метод получил название двухшагового МНК, поскольку дважды используется 1МНК: на первом шаге при определении приведенной формы модели и нахождении на ее основе оценок теоретических значений эндогенной переменной $\hat{x}_i = p_{i1}x_1 + p_{i2}x_2 + \dots + p_{im}x_m$ и на втором шаге применительно к структурному сверхидентифицируемому уравнению при определении структурных параметров модели по данным теоретических (расчетных) значений эндогенных переменных.

Сверхидентифицируемая структурная модель может быть двух типов:

- все уравнения системы сверхидентифицируемы;
- система содержит наряду со сверхидентифицируемыми точно идентифицируемые уравнения.

В обоих случаях для оценки структурных параметров к каждому уравнению системы может применяться 2МНК метод.

Пример 2. Опустим свободный член в первом уравнении системы в примере 1, тогда первое уравнение станет сверхидентифицированным ($D=2+1=3 > (N=2)$), а второе останется точно идентифицированным ($D+1=N=2$). Оценим методом 2МНК параметры первого уравнения (параметры второго могут быть найдены аналогичным образом). Также используем другие исходные данные по x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 , представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные для примера 2

x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	$\hat{x}_2$
1	1	2	1	1	1,056574448
1	1	3	2	2	1,93472179
1	4	8	8	8	8,011967672
1	12	4	5	9	8,99673609

$$\begin{cases} y_1 = \lambda y_2 + \gamma x_2 + \varepsilon_1; \\ y_2 = \beta + \omega y_1 + \nu x_3 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Представим систему в структурном виде (3):

$$a_{11} = 0; \lambda = b_{12}; \gamma = a_{12}; x_1 = 1; b_{11} = 1; a_{13} = 0.$$

$$\beta = a_{21}; \omega = b_{21}; \nu = a_{23}; a_{22} = 0; b_{22} = 1.$$

$$\begin{cases} 1 \cdot y_1 = b_{12}y_2 + 0 \cdot x_1 + a_{12}x_2 + 0 \cdot x_3 + \varepsilon_1; \\ 1 \cdot y_2 = b_{21}y_1 + a_{21} \cdot 1 + 0 \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + \varepsilon_2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \cdot y_1 - b_{12}y_2 - 0 \cdot x_1 - a_{12}x_2 - 0 \cdot x_3 = \varepsilon_1; \\ -b_{21}y_1 + 1 \cdot y_2 - a_{21} \cdot 1 - 0 \cdot x_2 - a_{23} \cdot x_3 = \varepsilon_2. \end{cases}$$

Также представим систему в приведённой форме (5):

$$\begin{cases} y_1 = p_{11} \cdot x_1 + p_{12} \cdot x_2 + p_{13} \cdot x_3 + v_1; \\ y_2 = p_{21} \cdot x_1 + p_{22} \cdot x_2 + p_{23} \cdot x_3 + v_2. \end{cases}$$

Используя данные таблицы 1 и метод 1МНК для расчёта параметров, формула (9), получим:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,218682 & -0,03559 & -0,19024 \\ -0,03559 & 0,0129 & -0,00528 \\ -0,19024 & -0,00528 & 0,050357 \end{pmatrix},$$

для первого уравнения:

$$X^T y_1 = \begin{pmatrix} 16 \\ 95 \\ 92 \end{pmatrix},$$

для второго уравнения:

$$X^T y_2 = \begin{pmatrix} 20 \\ 143 \\ 108 \end{pmatrix},$$

и следующую приведённую форму системы:

$$\begin{cases} y_1 = -1,38436 + 0,169879x_2 + 1,087038x_3 + v_1; \\ y_2 = -1,26189 + 0,56217x_2 + 0,878147x_3 + v_2. \end{cases}$$

Найдём оценки (модельные значения) $\hat{y}_2$ по второму уравнению приведённой формы и запишем их в таблицу 1.

Представим первое уравнение структурной формы $y_1 = \lambda y_2 + \gamma x_2 + \varepsilon_1$ в виде (10), заменим y_2 его модельными значениями $\hat{y}_2$, формула (13), и применим 1МНК.

$$(X^{*T} X^*)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,04208 & -0,03715 \\ -0,03715 & 0,038961 \end{pmatrix},$$

$$X^{*T} y_1 = \begin{pmatrix} 114,0054 \\ 95 \end{pmatrix}.$$

Получим первое структурное уравнение:

$$y_1 = 1,268618y_2 - 0,53341x_2 + \varepsilon_1,$$

где $b_{12} = 1,268618; a_{11} = 0; a_{12} = -0,53341$.

Параметры $b_{21}; a_{21}; a_{23}$ второго точно идентифицируемого уравнения $y_2 = \beta + \omega y_1 + \nu x_3 + \varepsilon_2$ структурной системы могут быть найдены аналогичным образом методом 2МНК. Получим $y_2 = 3,31y_1 + 3,32 - 2,72x_3 + \varepsilon_2$.

Тогда структурная форма системы примет вид:

$$\begin{cases} y_1 = 1,268618y_2 - 0,53341x_2 + \varepsilon_1; \\ y_2 = 3,31y_1 + 3,32 - 2,72x_3 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

2МНК является наиболее общим и широко распространенным методом решения системы одновременных уравнений.

3. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ РАСЧЁТНО-ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Задание 1. Ответьте на вопросы:

А) Какие Вы знаете системы эконометрических уравнений?

Б) Когда используется 2МНК и КМНК для оценки параметров одновременных эконометрических уравнений?

В) Рассматривается следующая модель краткосрочного равновесия типа IS-LM

$$\begin{cases} y_t = c_t + i_t + g_t + nx_t \\ c_t = a_{11} + \beta_{11}y_t + \varepsilon_{1t} \\ i_t = a_{21} + a_{21}r_t + \varepsilon_{2t} \\ nx_t = a_{31} + \beta_{31}y_t + \beta_{32}r_t + \varepsilon_{3t} \\ m_t = a_{40} + \beta_{41}y_t + a_{41}r_t + \varepsilon_{4t} \end{cases},$$

где эндогенными переменными являются валовый доход y , объём личных потребительских расходов c , объём инвестиций I , чистый экспорт nx и ставка процента r . Экзогенные переменные: g - совокупные государственные расходы и m – предложение денег. Опишите процедуру оценивания модели с помощью двухшагового метода наименьших квадратов.

Г) Приведите пример системы одновременных уравнений, к которой можно применить косвенный МНК (с объяснением обозначений).

Д) Приведите пример сверхидентифицируемой системы одновременных уравнений (с объяснением обозначений).

Е) Рассмотрите модель

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + \varepsilon_2 \end{cases},$$

где X – экзогенные переменные, а вектор E – случайные последовательно некоррелированные ошибки с нулевыми средними. Обращая в нуль некоторые коэффициенты, определите три альтернативные структуры, для которых простейшими состоятельными процедурами оценивания являются соответственно обычный 1МНК, косвенный МНК и двухшаговый МНК.

Ж) Имеется следующая макроэкономическая модель:

$$\begin{cases} c = a_{10} + \beta_{11}y + \varepsilon_1 \\ i = a_{20} + \beta_{21}y + \beta_{22}y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ y = c + i + g \end{cases}$$

где c , i , y - объём потребления, инвестиции и доход, соответственно, а y_{t-1} - доход предыдущего периода, g - государственные расходы.

1. Классифицируйте типы переменных;
2. Определите типы структурных уравнений;
3. Запишите модель в приведённой форме;
4. Определите метод оценки параметров структурной формы модели.

Задание 2. По исходным данным таблиц 2 и 3 оценить параметры структурной формы следующей системы одновременных уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = \chi + \lambda y_2 + \mu x_2 + \varepsilon_1; \\ y_2 = \omega y_1 + \nu x_3 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Таблица 2 – Исходные данные

x1	x2	x3	y1
1	2	2	1
1	1	3	2
1	4	8	8
1	12	4	5

Таблица 3 – Значения y_2 по вариантам

Вариант	y_2			
1	1	2	8	9
2	1	1	8	9
3	1	3	8	9
4	1	2	9	9
5	1	2	18	9
6	1	4	8	9
7	2	2	8	9
8	3	2	8	9
9	1	6	8	9
10	1	1	8	19
11	1	2	18	9
12	2	3	8	9
13	1	3	9	9
14	3	2	9	9
15	1	3	8	10
16	2	2	9	9
17	10	20	80	90
18	11	21	80	90
19	2	3	9	10
20	1	7	8	9
21	5	8	8	9
22	5	9	8	9
23	4	3	8	10
24	11	21	30	40
25	12	12	18	19
26	1	2	9	16

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ПРАКТИЧЕСКОМ ЗАНЯТИИ

- 1) Название и цель работы.
- 2) Условия индивидуальных заданий.
- 3) Ход решения индивидуальных заданий.
- 3) Выводы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики. /С.А.Айвазян, В.С.Мхитарян. - М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
2. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. -М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
3. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Исследование зависимостей / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. -М.: Финансы и статистика, 1985. – 487с.
4. Магнус Я.Р Эконометрика. Начальный курс: учебное пособие. Изд. 3-е, испр. и доп./ Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий- М.: Дело, 2000. - 248 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

Вопросы для обсуждения на семинарском занятии «Теоретические аспекты эконометрического анализа»

1. Матричная алгебра: сложение и умножение матриц, нахождение определителя и обратной матрицы. Запись системы уравнений в матричном виде.
2. Прикладная статистика: дисперсия и среднее квадратическое отклонение; случайная величина; функция распределения вероятностей и функция распределения плотности вероятностей случайной величины (распределения Стьюдента и Фишера); генеральная совокупность и выборка.
3. Прикладная статистика: статистическая гипотеза; нулевая и альтернативная гипотезы; статистические критерии (t-критерий Стьюдента и F-критерий Фишера); ошибки первого и второго рода; уровень значимости; величина P-value; этапы проверки статистических гипотез.
4. Постановка задачи множественной линейной регрессии. Оценка коэффициентов методом наименьших квадратов (МНК).
5. Проверка статистических гипотез о значимости параметров множественной линейной регрессии (Т-критерий Стьюдента).
6. Показатели адекватности модели множественной линейной регрессии в целом (коэффициент детерминации, F-критерий Фишера).
7. Система показателей качества модели множественной линейной регрессии.
8. Основные предпосылки метода МНК (условия Гаусса-Маркова).
9. Анализ регрессионных моделей с гетероскедастичной случайной составляющей.
10. Обнаружение гетероскедастичности в регрессионных моделях (тест Голдфелда-Квандта и тест Уайта).
11. Использование взвешенного метода наименьших квадратов (ВМНК) для оценки моделей с гетероскедастичностью.
12. Спектральный (Фурье) анализ временных рядов. Периодограмма.
13. Понятие, виды и методы анализа временных рядов.
14. Сущность и основные этапы анализа тренда.
15. Метод декомпозиции временного ряда.
16. Метод коррелограммы: автокорреляционная и частная автокорреляционная функции.
17. Виды моделей с лаговыми переменными и их применение: $DL(n)$, $ADL(n, m)$, модели Бокса-Дженкинса $(AR(n) + MA(q) \rightarrow ARMA(n, q) \rightarrow ARIMA(n, d, q))$
18. Методика применения метода инструментальных переменных для оценки параметров модели авторегрессии (AR).
19. Методика тестирования модели авторегрессии (AR) на автокорреляцию в остатках (h-критерий Дарбина).
20. Анализ главных компонент как метод редукции данных.
21. Системы одновременных линейных уравнений. Структурная и приведенная формы. Условия идентифицируемости. Примеры моделей.
22. Опишите процедуру оценивания модели с помощью КМНК.
23. Опишите процедуру оценивания модели с помощью двухшагового метода наименьших квадратов (2МНК).

Заказ № _____ от « _____ » _____ 2008. Тираж _____ экз.

Изд-во СевНТУ

