

УДК 621.313:519.81

В.К. Маригодов, профессор, д-р техн. наук,**Г.А. Тихонов, доцент, канд. техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sevastopol.ua***ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ ИГР**

Рассмотрена стратегическая кооперативная игра в задаче энергоснабжения региона при наличии коалиций из четырех поставщиков. При этом определяется количество денежных средств, которое необходимо вложить каждому поставщику для удовлетворения их общих потребностей.

Введение. Представляет интерес по аналогии с теоретико-игровой моделью системы водоснабжения [1] рассмотреть оценку эффективности системы энергоснабжения региона как стратегическую кооперативную игру n лиц, допускающую побочные платежи в возможных коалициях. Пусть в общем случае в отдельном регионе имеется n сельскохозяйственных объединений. При этом предположим, что сельскохозяйственное объединение нуждается в годовом потреблении электроэнергии γ_i кВт·ч, где $i \in L = (1, 2, \dots, n)$, а промышленное объединение нуждается в годовом потреблении электроэнергии δ_j кВт·ч, где $j \in M = (1, 2, \dots, m)$. Каждая из возможных коалиций (объединений) $S \in I = L \cup M$ может удовлетворить свои потребности либо строительством ряда новых электростанций, либо путем использования имеющихся источников электроэнергии в крупных центрах региона.

Цель статьи состоит в том, чтобы определить, сколько средств каждый игрок возможной коалиции должен вложить для удовлетворения требуемого энергоснабжения региона. При этом примем, что коалиция S выбирает путь строительства ГЭС в районах сельхозобъединений, где имеются условия использования водных ресурсов.

Пусть $U_1(S)$ – затраты коалиции S на удовлетворение потребности региона в электроэнергии. Эти затраты (грн.) складываются из затрат на строительство ГЭС в сельхозрайонах региона, затрат на транспортировку электроэнергии (например, строительство ЛЭП, силовых подстанций и систем ввода энергии потребителям), а также затрат на возмещение убытка сельхозобъединений в том случае, если им не будет хватать электроэнергии для своих нужд.

Целевая функция и минимизация затрат. Упрощая модель $U_1(S)$, считаем, что затраты на строительство ГЭС пропорциональны сумме киловатт-часов необходимой электроэнергии для нужд региона, затраты на транспортировку электроэнергии пропорциональны количеству транспортируемой электроэнергии, убытки от недостатка электроэнергии пропорциональны ее недостатку. Тогда затраты на строительство ГЭС коалицией S составят

$$\beta \sum_{j \in S \cap M} y_j, \quad (1)$$

где y_j – годовое количество электроэнергии, используемое промышленным объединением j из построенной ГЭС; β – стоимость единицы электроэнергии, потребляемой за год от этой ГЭС, если ее строит коалиция S .

Затраты коалиции S на транспортировку электроэнергии определяются как

$$\sum_{i \in S \cup L} \sum_{j \in S \cap M} l_{ij}^S \cdot x_{ij}, \quad (2)$$

где x_{ij} – годовое количество электроэнергии, потребляемое промышленным объединением j от сельскохозяйственного объединения i , в котором коалицией построена ГЭС; l_{ij}^S – годовая стоимость транспортировки единицы электроэнергии (1 кВт·час) из i в j .

Потери сельхозобъединения i от транспортировки электроэнергии в год равны:

$$Q_j \left(\sum_{j \in S \cap M} x_{ij} \right) = \begin{cases} K_i \left(\sum_{j \in S \cap M} x_{ij} - \alpha_i \right) & \text{при } \sum_{j \in S \cap M} x_{ij} > \alpha_i, \\ 0 & \text{при } \sum_{j \in S \cap M} x_{ij} < \alpha_i. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь α_i – необходимое количество электроэнергии для сельхозобъединения i ; K_i – цена потерянной сельскохозяйственной продукции вследствие нехватки энергии.

Если цель потребителей состоит в удовлетворении потребностей в электроэнергии, то все они должны стремиться к минимизации затрат (1), (2). Следовательно, в такой ситуации нахождение $U_1(S)$ адекватно решению следующей задачи математического программирования:

найти минимум величины

$$\beta \sum_{j \in S \cap M} y_j + \sum_{i \in S \cap L} \sum_{j \in S \cap M} l_{ij}^S x_{ij} + \sum_{i \in S \cap L} Q_j \left(\sum_{j \in S \cap M} x_{ij} \right) \quad (4)$$

при ограничениях экономического типа

$$y_j + \sum_{i \in S \cap L} x_{ij} \geq \gamma_i, \quad j \in S \cap M; \quad (5)$$

$$y_j \geq 0; \quad j \in S \cap M; \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad j \in S \cap M, \quad i \in S \cap L. \quad (7)$$

Таким образом, $U_1(S)$ соответствует минимуму целевой функции (4). Если принять $U(S) = -U_1(S)$, то имеет место кооперативная игра n лиц, которая допускает *побочные платежи* в коалициях. Под последними можно подразумевать не только денежные средства, но также и передачу ресурсов и передового научно-технического опыта, обмен стратегической информацией и базами знаний, а также системами управления. Такая игра представляет собой *модель конфликтной ситуации* между объединениями для множества различных коалиций. При этом необходимо определить, сколько средств каждый игрок или коалиция должен затратить на обеспечение гарантированного энергоснабжения региона. Следовательно, требуется найти такой дележ x^* , при котором бы выполнялись условия:

$$x_j^* \geq U(\{j\}); \quad \sum_{j=1}^m x_j^* = U(I). \quad (8)$$

Условие (8) соответствует справедливому распределению платежей [1,2].

Предположим далее, что s -ядро не пусто. Под последним следует понимать множество недоминируемых дележей кооперативной игры. Тогда любой дележ из n -ядра будет удовлетворительным для всех игроков коалиции, где под n -ядром понимается максимальный элемент предпочтения $\succ_e$ для вектора e при выполнении неравенств [1]

$$e(S_1, x) \geq e(S_2, x) \geq \dots \geq e(S_{2^n-1}, x).$$

В результате такого дележа ни одна из коалиций S_i не захочет отделиться, поскольку для любого $x^* \in c$ выполняются неравенства:

$$\sum_{j \in S} x_j^* \geq U(S), \quad S \subset I. \quad (9)$$

Из (9) следует, что расходы любой коалиции $U_1(S)$ согласно дележу x^* будут не больше, чем при ее отделении. В качестве x^* целесообразно выбрать вектор Шепли [2], если он содержится в s -ядре, либо использовать n -ядро. Такой выбор, естественно, зависит от совместного решения всех игроков или от решения арбитра, в роли которого может выступать администрация региона, либо государство.

Если неравенства (9) для некоторой коалиции не выполняются, то задача нахождения цены игры становится сложной. В такой ситуации коалиция, для которой не удовлетворяется (9), будет стремиться к отделению, поскольку это ей обойдется дешевле. Возможно также, что ни одна из коалиций не имеет права на обособление. Последнее возникает, например, в том случае, если арбитр стремится поддерживать одни объединения за счет других. Тогда целесообразно сделать это с *наименьшими потерями*, т.е. так, чтобы максимальный из эксцессов (мера неудовлетворенности игроков, входящих в коалицию S , дележом x^*) $U(x) - x(S)$, $S \in I$ был минимальным.

Таким образом, выражения (1)–(9) позволяют решить поставленную задачу, если дополнительно задать параметры n -ядра.

Характеристическая функция и распределение электроэнергии между коалициями. Предположим, что n -ядро соответствует вектору Шепли со следующими параметрами: $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_4^*)$; $x_1^* = 45$; $x_2^* = -200$; $x_3^* = -250$; $x_4^* = -300$. Числа $x_i^* (i = 1)$ можно трактовать как сумму платежей за убытки от потерь сельскохозяйственной продукции и дивидендов. Под величиной $U_1(S) - x_j^* (j = 2, 3, 4)$ понимается выгода промышленных объединений j от создания коалиций с остальными участниками конфликта.

Пусть, например, в качестве 1-го игрока выступает одно сельхозобъединение, в котором коалицией строится ГЭС. Остальные игроки 2 – 4 представляют собой промышленные объединения региона. Тогда перечисленные игроки составляют множество $I = \{1,2,3,4\}$. В качестве примера зададим параметры рассмотренной игры в виде таблицы 1.

Таблица 1 – Параметры игры α_i и β_j

Игроки коалиции	α_i , кВт·ч/год	δ_j , кВт·ч/год
Игрок 1	$5 \cdot 10^{14}$	0
Игрок 2	0	$4 \cdot 10^{14}$
Игрок 3	0	$5 \cdot 10^{14}$
Игрок 4	0	$6 \cdot 10^{14}$

В таблицах 2, 3 приведены соответственно коэффициенты стоимости одного киловатт-часа электроэнергии для различных коалиций и годовой стоимости электроэнергии из построенной в сельхозобъединении ГЭС, которое поставляют ее в промышленные объединения (таблица 2), а также характеристическая функция $U(S)$ и распределение электроэнергии между различными коалициями (таблица 3).

Данные таблицы 2 соответствуют для каждого отдельного игрока и типа коалиции условиям поставленной выше задачи.

Таблица 2 – Коэффициенты стоимости единицы электроэнергии в год

Типы коалиций S или отдельные игроки	β , грн./кВт·ч/год	l_{ij}^S , грн./кВт·ч/год
2	700	$l_{12}^2 = 600$
3	750	$l_{13}^3 = 650$
4	800	$l_{14}^4 = 500$
2, 3	720	$l_{12}^{23} = 300$; $l_{13}^{23} = 340$
2, 4	600	$l_{12}^{24} = 280$; $l_{14}^{24} = 380$
3, 4	580	$l_{13}^{34} = 200$; $l_{14}^{34} = 310$
2, 3, 4	450	$l_{12}^{234} = 240$; $l_{13}^{234} = 250$; $l_{14}^{234} = 290$

В таблице 3 x_{ij} – годовое количество электроэнергии, потребляемое промышленным объединением j из сельхозобъединения i ; y_k – годовое количество электроэнергии, используемое предприятием k из построенной в сельхозобъединении ГЭС.

Таблица 3 – Характеристическая функция $U(S)$ и распределение электроэнергии

Тип коалиции S	$U(S) \cdot 10^{15}$ грн.	$x_{ij}, y_k \cdot 10^{14}$ кВт·ч/год								
		x_{12}	y_2	x_{13}	y_3	x_{14}	x_{23}	x_{24}	x_{34}	y_4
1	0									
2	2800	4	4,65							
3	3750			5	5,75					
4	4800					6				9,6
1, 2	2800	4	4,66							
1, 3	3750			5	5,76					
1, 4	4800					6				9,6
2, 3	6446				10,2		9	10,07		9,75
2, 4	6000		9,1					10		9,1
3, 4	6400				12,57				11	12,57
1, 2, 3	6560	9,4	10,03	8,76	10,09					
1, 2, 4	6000	8,6	9,1			7,5				9,1
1, 3, 4	6400			8,54	12,52	8				12,52
2, 3, 4	6760	9,67	8,66	9	8,66	8,43				8,64
1, 2, 3, 4	6740	9,63	8,64	9	8,64	5,7				8,64

Выводы

1. Приведены результаты кооперативной игры четырех игроков с учетом возможных побочных платежей (таблица 3). Найдены значения характеристической функции (цены игры) для каждой из рассмотренных коалиций.

2. Предложенную методику можно применять и для других кооперативных игр n лиц, а также множества возможных коалиций.

3. Задачами дальнейших исследований в данном направлении могут быть арбитражные игры распределения энергоресурсов, т.е. игры без побочных платежей, которые дадут возможность решать задачи многокритериальной оптимизации с нахождением векторных критериев оценки эффективности [3,4].

Библиографический список

1. Дюбин Г.Н. Введение в прикладную теорию игр / Г.Н. Дюбин, В.Г. Суздаль. — М.: Наука, 1981. — 336 с.
2. Нейман Дж. фон. Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн. — М.: Наука, 1970. — 708 с.
3. Маригодов В.К. Теоретико-игровой синтез систем передачи и обработки информации / В.К. Маригодов, Э.Ф. Бабуров, Ю.В. Матвеев; Под общ. ред. В.К. Маригодова. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. — 187 с.
4. Маригодов В.К. Теоретико-игровая оценка эффективности системы энергоснабжения / В.К. Маригодов, Г.А. Тихонов // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2006. — Вып. 75. — С. 198–204.

Поступила в редакцию 22.09.2006 г.