

УДК 667.64:678.026

А.И. Бохонский, К.Ю. Землянов*Севастопольский национальный технический университет**Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***КОЛЕБАНИЯ САМОПОДЪЕМНОЙ БУРОВОЙ УСТАНОВКИ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ***Исследованы колебания буровой платформы как линейной системы с тремя степенями свободы.*

Самоподъёмные буровые установки (СПБУ) эксплуатируются в сложных природных условиях, когда возможно сочетание различных факторов.

В практике эксплуатации объектов данного класса известны случаи аварийных ситуаций, обусловленных сочетанием отдельных силовых воздействий на конструкцию. Задача определения характеристик интенсивного воздействия волнения моря на погружную буровую установку рассмотрена в [1]; показано, что размыв грунта под СПБУ может привести к возникновению аварийных ситуаций. В [2], например, дан анализ эксплуатационных повреждений верхнего строения морской стационарной платформы, обусловленных различными внешними воздействиями.

Для оценки резервов несущей способности конструкции платформы при экстремальных динамических воздействиях необходимо исследование динамического поведения объектов и определение максимальных внутренних усилий как в линейной постановке задачи, так и с допущениями работы ответственных элементов конструкции за пределами упругости (учёт физической нелинейности конструкций, т.е. пластического деформирования элементов при экстремальных динамических нагрузках на конструкцию).

Целью статьи является исследование колебаний платформы, как системы с тремя степенями свободы (плоскопараллельное движение самой платформы), при больших импульсных воздействиях.

На первом этапе исследования представляет теоретический и практический интерес моделирование динамики платформы как линейной системы. В первом приближении предполагается, что платформа представляет собой абсолютно твёрдое тело на деформируемых колоннах, испытывающих изгиб и кручение при плоско-параллельном перемещении платформы; колонны жёстко защемлены в корпусе и грунте.

В качестве обобщённых координат приняты: поступательные перемещения центра масс вдоль горизонтальных осей и угол поворота платформы вокруг вертикальной оси, проходящей через центр масс (рисунок 1, а).

Перемещения платформы при её плоском движении предполагаются геометрически малым, т.е. $\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$. Дифференциальные уравнения динамики плоского движения платформы (рисунок 1, б) составлены на основе теорем о движении центра масс и об изменении главного момента количества движения системы, которые в векторном виде записываются как:

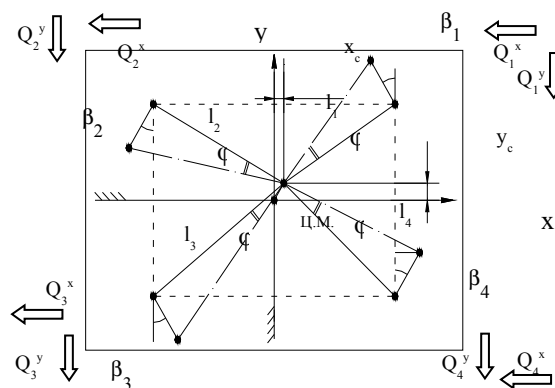
$$M_* \vec{a}_c = \vec{F}^e, \quad \frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{M}_0^e, \quad (1)$$

где M_* – общая масса платформы; $\vec{a}_c$ – ускорение центра масс; $\vec{F}^e$ – главный вектор внешних сил; $\vec{L}_0$ – главный момент количеств движения платформы (кинетический момент); $\vec{M}_0^e$ – главный момент внешних сил.



а)

Рисунок 1– Платформа: а) общий вид;



б)

б) ее плоское движение (вид сверху)

В проекциях на оси неподвижной системы координат $ox_c y_c$ уравнения (1) принимают вид:

$$M \ddot{x}_c = \sum_{k=1}^n F_{kx}^e, \quad M \ddot{y}_c = \sum_{k=1}^n F_{ky}^e, \quad I_z \ddot{\varphi} = \sum_{k=1}^n M_{oz}^e(\bar{F}_k).$$

Здесь $\ddot{x}_c, \ddot{y}_c$ – проекции ускорения центра масс на неподвижные оси; I_z – физический момент инерции относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; $\ddot{\varphi}$ – угловое ускорение.

Свободные колебания СПБУ

Дифференциальные уравнения свободных колебаний платформы как системы с тремя степенями свободы запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c + a_1 x_c + a_2 \varphi &= 0, \\ \ddot{y}_c + a_3 y_c + a_4 \varphi &= 0, \\ \ddot{\varphi}_c + a_5 x_c + a_6 y_c + a_7 \varphi &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где коэффициенты $a_1 \dots a_7$ зависят от геометрических и физических параметров платформы, а так же от жёсткости колонн на изгиб и кручение. Они вычисляются таким образом:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{k_1^x + k_2^x + k_3^x}{M}, \\ a_2 &= \frac{-k_1^x l_1 \sin(\beta_1) - k_2^x l_2 \sin(\beta_2) + 2k_4^x l_4 \sin(\beta_4)}{M}, \\ a_3 &= \frac{k_1^y + k_2^y + k_3^y + k_4^y}{M}, \\ a_4 &= \frac{k_1^y l_1 \cos(\beta_1) - k_2^y l_2 \cos(\beta_2) - k_3^y l_3 \cos(\beta_3) + k_4^y l_4 \cos(\beta_4)}{M}, \\ a_5 &= \frac{-k_1^x l_1 \sin(\beta_1) - k_2^x l_2 \sin(\beta_2) + k_3^y l_3 \sin(\beta_3) + k_4^y l_4 \sin(\beta_4)}{J}, \\ a_6 &= \frac{-k_3^y l_3 \cos(\beta_3) - k_1^y l_1 \cos(\beta_1) + k_4^y l_4 \cos(\beta_4) + k_2^y l_2 \cos(\beta_2)}{J}, \\ a_7 &= \frac{k_1^x l_1^2 \sin(\beta_1)^2 - k_4^y l_4 \cos(\beta_4)^2 + k_4^x l_4 \sin(\beta_4) + k_3^x l_3 \sin(\beta_3) + k_2^x l_2^2 \sin(\beta_2)^2}{J} + \\ &\quad + \frac{k_3^y l_3^2 \sin(\beta_3)^2 - k_4^y l_4 \cos(\beta_4)^2 + k_4^x l_4 \sin(\beta_4) + k_3^x l_3 \sin(\beta_3) + k_2^x l_2 \sin(\beta_2)}{J}. \end{aligned}$$

Частные решения системы (3) ищутся в виде

$$x_c = U_1 \sin \omega t; \quad y_c = U_2 \sin \omega t; \quad \varphi_c = U_3 \sin \omega t, \quad (3)$$

где U_1, U_2, U_3 – амплитуды перемещений; ω – частота.

После подстановки (3) в (2) и преобразований получен частотный определитель, который записывается следующим образом:

$$\begin{vmatrix} a_1 - \lambda & 0 & a_2 \\ 0 & a_3 - \lambda & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

а его характеристическое уравнение

$$\lambda^3 + b_1 \lambda^2 + b_2 \lambda + b_3 = 0,$$

где $\lambda = \omega^2$.

Квадраты частот и соответствующие периоды для численного примера найдены с использованием функции `fsolve` в системе `Maple`.

Решения уравнений (2), описывающих свободные колебания, согласно теории колебаний линейных систем с конечным числом степеней свободы имеют вид

$$\begin{aligned} x_c &= A \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1) + B \sin(\omega_2 t + \varepsilon_2) + C \sin(\omega_3 t + \varepsilon_3), \\ y_c &= A v_{21} \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1) + B v_{22} \sin(\omega_2 t + \varepsilon_2) + C v_{23} \sin(\omega_3 t + \varepsilon_3), \\ \varphi &= A v_{31} \sin(\omega_1 t + \varepsilon_1) + B v_{32} \sin(\omega_2 t + \varepsilon_2) + C v_{33} \sin(\omega_3 t + \varepsilon_3), \end{aligned} \quad (4)$$

где $A, B, C, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – константы, которые находятся с использованием начальных условий. Коэффициенты, определяющие формы колебаний ($v_{11}, v_{22}, v_{13}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{31}, v_{22}, v_{33}$), найдены из системы линейных алгебраических уравнений. Функции (4) и их производные при произвольных начальных условиях образуют систему шести трансцендентных уравнений, решение которой находится только численно.

Выполнен численный эксперимент в системе Maple при варьировании начальных условий и параметров платформы.

Исходные данные.

Геометрические параметры известны (рисунок 1, б). Размеры платформы: $l_1=22$ м, $l_2=24$ м, $l_3=25$ м, $l_4=23$ м. Координаты центра масс: $x_c=1$ м, $y_c=2$ м. Высота колонн: $H=60$ м. Диаметры колонн: наружный $d_n=3$ м, внутренний $d_v=2,9$ м. Углы, определяющие положение колонн: $\beta_1=\pi/6$, $\beta_2=\pi/7$, $\beta_3=\pi/8$, $\beta_4=\pi/5$. Начальные условия: $x_c(0)=0,1$ м; $\dot{x}_c(0)=0,1$ м/с; $y_c(0)=0,2$ м; $\dot{y}_c(0)=2$ м/с; $\varphi(0)=0,01$ рад; $\dot{\varphi}(0)=1$ рад/с.

Физические параметры: масса платформы $M_*=11\,000\,000$ кг, модуль упругости $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Вычисленные величины: физический момент инерции платформы (I_z), осевые моменты инерции поперечных сечений колонн, коэффициенты жесткости (k_x, k_y), коэффициенты в дифференциальных уравнениях ($a_1 \dots a_7$), частоты собственных колебаний (ω), коэффициенты мод колебаний ($v_{11}, v_{22}, v_{13}, v_{21}, v_{22}, v_{23}, v_{31}, v_{22}, v_{33}$), произвольные постоянные интегрирования. Графики колебания платформы изображены на рисунках 2 – 4.

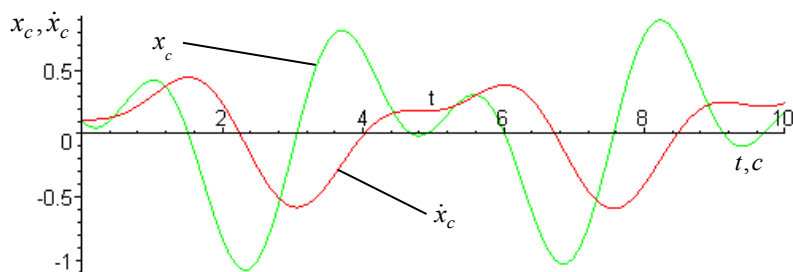


Рисунок 2 – Графики зависимости $x_c(t)$, $\dot{x}_c(t)$

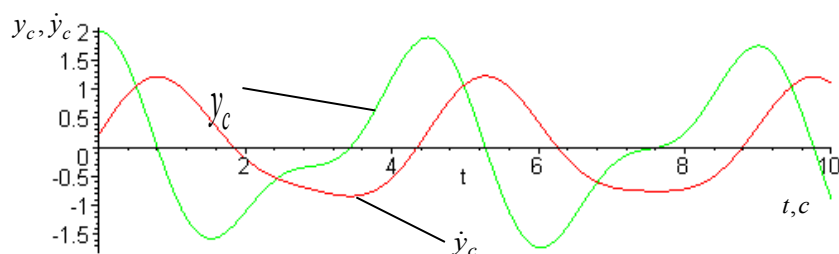


Рисунок 3 – Графики зависимости $y_c(t)$, $\dot{y}_c(t)$

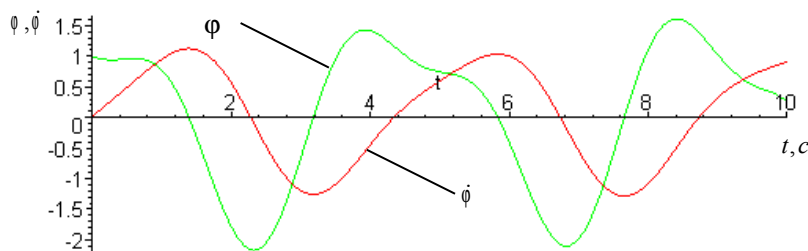


Рисунок 4 – Графики зависимости $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$

По известным перемещениям заземлений колонн определяются интегральные внутренние усилия и напряжения. Например, если перемещение равно Δ , то максимальный изгибающий момент в упругой стадии работы равен:

$$M_k = \frac{6EI\Delta}{H^2},$$

где E – модуль упругости материала колонны; I – осевой момент инерции; H – высота колонны. Из графиков следует, что при таких больших линейных и угловых перемещениях в сечениях колонн с максимальными внутренними усилиями неизбежно будут возникать пластические деформации, что приведет к появлению на фазовой плоскости блуждающих фокусов либо неустойчивых центров.

В дальнейших исследованиях предполагается учёт физической нелинейности материала конструкций СПБУ, что возможно при неблагоприятном сочетании нескольких внешних воздействий, например: ветра, волнения моря и сейсмических воздействий, когда элементы СПБУ неизбежно работают за пределами упругости.

Для рассмотренной модели в первом приближении можно предположить, что пластические деформации локализируются в виде стационарных «пластических шарниров» в местах максимальных внутренних усилий в колоннах, т.е. конкретно в защемлениях колонн. Пластические деформации в колоннах появляются при выполнении условий пластичности

$$\left(\frac{M_i^k}{M_i^{kT}} \right)^2 + \left(\frac{M_i^u}{M_i^{uT}} \right)^2 = 1, \quad (5)$$

где M_i^{kT} – предельный крутящий момент сечения (для i -ой колонны) в отсутствии изгибающего; M_i^{uT} – предельный изгибающий момент в отсутствии крутящего. Если условия (8) выполняются, то приращение компонентов внутренних усилий [2] в j -м шаге вычисляются по зависимостям

$$\Delta M_j^k = -(Q_{j-1} \Delta \phi - k M_{j-1}^k \Delta x_j^*) Q_{j-1} H^2 / M^{uT}; \quad (6)$$

$$\Delta Q_j = (k M_{j-1}^k \Delta x_j^* - Q_{j-1} c \Delta \phi) M_{j-1}^k / (M^{kT})^2,$$

где c – коэффициент жесткости колонны при кручении; k – коэффициент жесткости на изгиб. При этом приращение крутящего момента $\Delta M_j^k = \Delta Q_j H$, где H – высота колонны; Δx_j^* – общее перемещение j -й колонны. Внутренние усилия при выполнении условия (8) вычисляются таким образом:

$$M_j^k = M_{j-1}^k + \Delta M_j^k; \quad M_j^u = M_{j-1}^u + \Delta M_j^u. \quad (7)$$

Предельный изгибающий момент, например, для круглого сечения равен $M^{uT} = 4\sigma_T R^3 / 3$, а предельный крутящий момент соответственно $M^{kT} = 4\tau_T R^3 / 3$.

Такая модель позволяет исследовать процесс накопления пластических деформаций и оценить величины остаточных перемещений после динамического воздействия. Реализация данной модели предполагает численное интегрирование нелинейных неоднородных дифференциальных уравнений с учётом контроля появлений пластических деформаций согласно условиям (5) – (7).

Библиографический список

1. Кушнir В.М. Характеристики воздействия поверхностных волн и течений на погружную буровую установку / В.М. Кушнir, В.Р. Душко // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2006. — Вып. 75 — С. 65 – 73.
2. Игнатович В.С. Анализ эксплуатационных повреждений конструкций морских стационарных платформ и методы их устранения / В.С. Игнатович // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: Сб. науч. тр. — Севастополь, 2005. — Вып. 67. — С. 68 – 73.
3. Бохонский А.И. Анализ реакций самоподъёмной плавучей буровой установки на сейсмическое воздействие / А.И. Бохонский, В.Г. Железняк // Экспресс-инф. Сер. 14. Строительство в особых условиях. Сейсмостойкое строительство. ВНИИС. — М., 1984. — Вып. 21. — С. 16 – 18.
4. Бохонский А.И. Крутильно-поступательные колебания упругопластических систем / А.И. Бохонский // Строительство и архитектура. Сер. 13.59. Строительство в особых условиях. Сейсмостойкое строительство. Экспресс-информация. — 1983. — Вып. 1. — С. 21 – 24.

Поступила в редакцию 22.11.2006 г.