

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет



ДИАГНОСТИКА И НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Методические указания

к практическим занятиям №1-3 по дисциплине
“Диагностика и надежность”

для студентов специальности 7.090901 “Приборы точной механики” дневной и заочной форм обучения

Севастополь
2009

УДК 681.05.09

Диагностика и надежность технических систем: Методические указания к практическим занятиям №1-3 по дисциплине «Диагностика и надежность» / Разраб. А. Н. Гаджибеков. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2009. – 56с.

Целью методических указаний является развитие у студентов практических навыков и творческого мышления при расчете показателей надежности технических систем и оценке их состояния (технической диагностике).

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры «Автоматизированные производственные системы» 28 декабря 2008 г., протокол № 4.

Допущено учебно-методическим центром и научно-методическим советом СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент: В.Я. Копп, зав. кафедрой «Автоматизированные приборные системы», доктор технических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Практическое занятие №1. Надежность невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов технических систем (5 часов).....	4
1.1. Цель работы	4
1.2. Теоретический раздел.....	4
1.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач.....	7
1.4. Содержание отчета.....	13
1.5. Контрольные вопросы	13
2. Практическое занятие № 2. Надежность технических систем из невосстанавливаемых элементов с учетом резервирования (5 часов)	14
2.1. Цель работы	14
2.2. Теоретический раздел	14
2.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач.....	20
2.4. Содержание отчета	32
2.5. Контрольные вопросы	32
3. Практическое занятие № 3. Техническая диагностика (5 часов)	34
3.1. Цель работы.....	34
3.2. Теоретический раздел.....	34
3.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач.....	44
3.4. Содержание отчета.....	54
3.5. Контрольные вопросы	54
Библиографический список.....	55

1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

НАДЕЖНОСТЬ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ И ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(5 часов)

1.1. Цель работы

1.1.1. Изучить основные определения теории надежности

1.1.2. Изучить показатели надежности невосстанавливаемых элементов технических систем.

1.1.3. Изучить показатели надежности восстанавливаемых элементов технических систем

1.1.4. Получить практические навыки расчета показателей надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов технических систем.

1.2. Теоретический раздел.

1.2.1. Основные определения теории надежности.

Под надежностью в технике понимают свойство технической системы сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность системы выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях эксплуатации. Надежность в свою очередь включает в себя понятия безотказности, ремонтпригодности, долговечности и сохраняемости [1, 2, 3]. При рассмотрении технических устройств с точки зрения надежности рассматривают их основные элементы, а также систему как совокупность элементов. Основным понятием теории надежности является отказ. Отказы группируются по 5 основным признакам. Элемент как составная часть системы может быть как восстанавливаемым, так и невосстанавливаемым. Основным источником информации о надежности элементов является время безотказной работы и время восстановления, представляющее из себя непрерывную случайную величину.

Для повышения надежности элементов применяют различные виды резервирования [1, 2]. Наиболее широко распространен способ активного резервирования замещением, когда вместо отказавшего элемента в работу включается резервный элемент или группа элементов. Надежность технических систем с резервированием рассчитывается с использованием вероятностных методов расчета надежности, учитывающих схему соединения отдельных элементов для схем с достаточно сложной структурой. Для схем со структурой повышенной сложности используют логико-вероятностные методы расчета надежности [2]. При расчете показателей надежности восстанавливаемых технических систем применяют математический аппарат теории массового обслуживания. При этом процесс, протекающий в технической системе с точки зрения перехода между возможными

состояниями системы, принимается Марковским процессом с непрерывным временем и конечным числом состояний [1, 2].

1.2.2. Показатели надежности невосстанавливаемых элементов технических систем

Показатели надежности (безотказности) невосстанавливаемых элементов системы можно разделить на две группы:

- показатели, представляющие собой функции от времени работы элемента,
- показатели, являющиеся числовыми характеристиками надежности [1, 2].

Основой для расчета показателей надежности первой группы является время непрерывной работы элемента до отказа, являющееся непрерывной случайной величиной T . К показателям первой группы относятся [1, 2]:

- вероятность отказа элемента (функция ненадежности) $R(t)$, имеющая смысл интегральной функции распределения времени безотказной работы,
- вероятность безотказной работы элемента $Q(t)$, (функция надежности), при этом $Q(t) = 1 - R(t)$,
- плотность вероятности отказа

$$q(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt},$$

- интенсивность отказа

$$\lambda(t) = \frac{\frac{dQ(t)}{dt}}{Q(t)} = -\frac{d}{dt} [\ln R(t)],$$

- частота отказа

$$a(t) = \lambda(t)R(t).$$

К показателям второй группы относятся:

- средняя наработка до отказа (математическое ожидание случайной величины T)

$$\bar{T} = M[T] = \int_0^{\infty} tq(t)dt = \int_0^{\infty} R(t)dt,$$

- частота отказов (оценка вероятности отказа)
-

$$P = \frac{n}{m},$$

где n – число элементов, отказавших в течении заданного времени испытаний, m – общее число элементов, поставленных на испытания.

Жизненный цикл элемента, работающего до первого отказа, можно разбить на три этапа: приработка, нормальный период работы и износ [2]. Каждому из этих этапов соответствует определенный закон распределения времени безотказной

работы. Этапу приработки соответствует распределение Вейбулла, этапу нормальной работы – распределение экспоненциальное (показательное), этапу износа – распределение Гаусса (нормальное). Предположение о том, что элементы находятся на этапе нормальной работы, значительно упрощает процесс вычислений, т.к. при этом формулы для расчета показателей надежности принимают достаточно простой вид:

$$\lambda = \text{const}; R(t) = 1 - \exp(-\lambda t); Q(t) = \exp(-\lambda t); q(t) = \lambda \exp(-\lambda t); \bar{T} = 1/\lambda.$$

Элементы, восстанавливаемые после отказа, имеют жизненный цикл, заключающийся в последовательных отказах и последующих восстановлениях за заданное время эксплуатации. Таким образом, к времени безотказной работы, характерному для невосстанавливаемых элементов, добавляется время восстановления, которое также является непрерывной случайной величиной. Показатели надежности восстанавливаемых элементов, зависящие от этой величины, вычисляются и имеют тот же смысл что и рассмотренные ранее показатели для невосстанавливаемых элементов. К ним относятся: вероятность восстановления $V(t)$, вероятность невосстановления $G(t)$, плотность вероятности невосстановлений $v(t)$, среднее время восстановления $\bar{T}_e$, частота восстановления $b(t)$, функции отказов и восстановлений $H(t)$ и $\Omega(t)$.

Кроме того, для восстанавливаемых элементов применяются комплексные показатели, характеризующие безотказность и ремонтпригодность одновременно. К ним относятся коэффициент готовности, коэффициент технического использования и коэффициент планируемого применения.

Коэффициент готовности

$$K_g = \frac{\bar{T}}{\bar{T} + \bar{T}_e}. \quad (1)$$

Коэффициент технического использования

$$K_{m.u.} = \frac{\bar{T}}{\bar{T} + \bar{T}_e + \bar{T}_n}, \quad (2)$$

где $\bar{T}_n$ – среднее время простоев, обусловленных техническим обслуживанием.

Коэффициент планируемого применения K_{nn}

$$K_{n.n.} = \frac{t_3 - (\bar{T}_n - \bar{T}_e)}{t_3}, \quad (3)$$

где t_3 – заданное время эксплуатации.

Жизненный цикл восстанавливаемого элемента может также рассматриваться как поток случайных событий, заключающихся в последовательных отказах и восстановлениях элемента. Поток случайных

событий (отказов и восстановлений) может обладать четырьмя основными свойствами: однородностью, ординарностью, стационарностью и степенью последствия. На практике часто прибегают к модели потока отказов (восстановлений), обладающих всеми четырьмя свойствами. Такой поток называют простейшим пуассоновским, а формулы для расчета показателей надежности имеют вид, удобный для практических расчетов:

$$R(t) = \exp(-\omega t) . \quad (4)$$

$$Q(t) = 1 - \exp(-\omega t) . \quad (5)$$

Возможно также определение вероятности появления заданного числа отказов на интервале времени t по формуле

$$P_k(t) = \frac{(\omega k)^k}{k!} \exp(-\omega t) , \quad (6)$$

где ω – интенсивность потока отказов , $\omega = \lambda = \text{const}$; k – заданное число отказов.

1.3 Порядок выполнения работы и набор типовых задач

1.3.1 Изучить основные определения теории надежности .

1.3.2 Изучить показатели надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов технических систем.

1.3.3. Рассмотреть типовые задачи по расчету показателей надежности и методы их решения.

1.3.4. Типовые задачи и методы решения.

1.3.4.1. Типовая задача № 1. Невосстанавливаемый элемент проработал время $t=10000$ часов и продолжает работать дальше. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону. Средняя наработка до отказа для данного типа элементов составляет $T=5000$ часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента в момент времени t .

Решение. Вероятность безотказной работы вычисляется по формуле

$R(t) = \exp(-\omega t)$, вероятность отказа вычисляется по формуле

$$Q(t) = 1 - \exp(-\omega t) . \quad \lambda = \frac{1}{T} = \frac{10000}{5000} \quad 1/\text{час}, \quad R = \exp(-2) = 0,13 ,$$

$$Q = 1 - 0,13 = 0,87 .$$

1.3.4.2. Типовая задача № 2. На испытание поставлена серия из 40 однотипных элементов. Через заданное время 10 элементов отказали. Оценить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента по результатам испытаний.

Решение. Вероятность отказа элемента $P = \frac{n}{m} = \frac{10}{40} = 0,25$. Вероятность

безотказной работы $Q = 1 - P = 0,75$.

1.3.4.3. Типовая задача № 3. Элемент с восстановлением имеет время восстановления, распределенное по показательному закону. Среднее время восстановления $\bar{T}_e = 300$ часов. Определить вероятность восстановления и вероятность невосстановления к моменту эксплуатации, равному 30000 часов.

Решение. Вероятность невосстановления

$$G(t) = \exp\left(\frac{-t}{\bar{t}_e}\right) = \exp\left(\frac{-30000}{300}\right) = \exp(-100) \approx 0.$$

Вероятность восстановления $V(t) = 1 - G(t) = 1 - 0 \approx 1$.

1.3.4.4. Типовая задача № 4. По результатам эксплуатации восстанавливаемого элемента получены следующие результаты:

- среднее время безотказной работы – 10000 часов,
- среднее время восстановления – 30 часов,
- среднее время простоев – 100 часов,
- среднее время плановых восстановлений – 10 часов,
- заданная продолжительность эксплуатации – 30000 часов.

Определить: коэффициент готовности K_G , коэффициент технического использования $K_{Т.И.}$, коэффициент планируемого применения $K_{П.П.}$.

Решение. $K_G = \frac{\bar{T}}{\bar{T} + \bar{T}_B} = \frac{10000}{10000 + 30} = 0,99$.

$$K_{Т.И.} = \frac{\bar{T}}{\bar{T} + \bar{T}_B + \bar{T}_{П.П.}} = \frac{10000}{10000 + 30 + 100} = 0,98.$$

$$K_{П.П.} = \frac{t_3 - (\bar{T}_{П.П.} - \bar{T}_B)}{t_3} = \frac{30000 - (100 - 30)}{30000} = 0,99.$$

1.3.4.5. Типовая задача № 5. Поток отказов и восстановлений для восстанавливаемого элемента является простейшим пуассоновским. Интенсивность потока отказов составляет $2 \cdot 10^{-4}$ 1/час. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы для периода времени, равного 10000 часов. Определить вероятность появления ровно 3 отказов на интервале времени, равном 10000 часов.

Решение. Вероятность безотказной работы

$$R(t) = \exp(-\lambda t) = \exp(2 \cdot 10^{-4} \cdot 10000) = 0,13.$$

Вероятность отказа $Q(t) = 1 - R(t) = 1 - 0,13 = 0,83$.

Вероятность трех отказов на участке t $P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{t!} \exp(-\lambda t) =$

$$= \frac{(2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \exp(-2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4) = 0,17.$$

1.3.4.6. Типовая задача № 6. По результатам наблюдений получена статистическая выборка, соответствующая времени безотказной работы элементов одного типа.

Объем выборки $n=100$.

Построить гистограмму распределения, определить принадлежность выборки к одному из законов распределения: экспоненциальному, нормальному, Вейбулла.

Решение. Последовательность построения гистограммы:

- определяем $x_{\min}=9,0$ и $x_{\max}=14,7$,
- устанавливаем величину классового интервала

$$\lambda = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,32 \lg n} = \frac{14,7 - 9}{1 + 3,2 \lg 100} = 0,8,$$

- определяем нижнюю границу нижнего класса

$$x_H = x_{\min} - \frac{\lambda}{2} = 9 - \frac{0,8}{2} = 8,6,$$

- определяем классовые интервалы: (8,6 – 9,3), (9,4 – 10,1), (10,2 – 10,9), (11,0 – 11,7), (11,8 – 12,5), (12,6 – 13,3), (13,4 – 14,1), (14,2 – 14,9),

- строим вспомогательную таблицу 1.1 с разнесением частот по классам.

Таблица 1.1. – Разнесение частот по классам

Интервал	8,6- 9,3	9,4- 10,1	10,2- 10,9	11,0- 11,7	11,8- 12,5	12,6- 13,3	13,4- 14,1	14,2- 14,9
Частота	2	6	15	23	25	17	7	5

Характер распределения частоты по классам позволяет делать вывод, что гистограмма принадлежит нормальному закону распределения.

1.3.4.7. Типовая задача № 7. Время наработки до отказа невозстанавливаемого элемента подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda=2 \cdot 10^{-4}$ 1/час; $t=2000$ часов.

Определить: $R(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, $\bar{T}$.

Решение

$$R(t) = \exp(-\lambda t) = \exp(-2 \cdot 10^{-4} \cdot 2000) = 0,67. \quad a = \lambda \cdot R_C = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ 1/час.}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} = 5000 \text{ часов.}$$

1.3.4.8. Типовая задача №8. Время наработки до отказа невозстанавливаемого элемента подчинено закону Вейбулла с параметрами: $K=2$, $\lambda_0=10^{-4}$ 1/час; $t=100$ часов.

Определить $R(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$.

$$\text{Решение. } R(t) = \exp(-\lambda_0 t^K) = \exp(10^{-4} \cdot 100^2) = 0,36.$$

$$Q(t) = 1 - R(t) = 1 - 0,36 = 0,44.$$

$$a = \lambda_0 \cdot K \cdot t^{K-1} \cdot \exp(-\lambda_0 t^K) = 10^{-4} \cdot 2 \cdot 100 \cdot 0,36 = 0,72 \cdot 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

$$\lambda = a(t) / R(t) = 0,72 \cdot 10^{-3} / 0,36 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ час.}$$

1.3.5. Выбрать из таблицы 1.2. вариант контрольного задания, решить контрольные задачи, содержащиеся в задании, результаты представить в отсчете по форме, содержащейся в п. 1.3. настоящих указаний.

Таблица 1.2. – Варианты контрольных заданий

	Последний номер зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номера контрольных задач	4	2	1	5	6	3	7	8	9	10
	10	13	15	17	11	16	12	14	18	2
	25	23	20	19	21	4	22	2	21	24

1.3.6. Перечень контрольных задач

Контрольная задача № 1. Невосстанавливаемый элемент проработал $t=2000$ часов и работает дальше. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону. Средняя наработка до отказа для данного типа элементов составляет $\bar{T}=5000$ часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента в момент времени $t=2000$ часов.

Контрольная задача № 2. Невосстанавливаемый элемент проработал время $t=30000$ часов и продолжает исправно работать. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону. Средняя наработка до отказа для данного типа элементов составляет $\bar{T}=40000$ часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента в момент времени $t=30000$ часов.

Контрольная задача № 3. Невосстанавливаемый элемент проработал время $t=45000$ часов и продолжает исправно работать. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону. Средняя наработка до отказа для данного типа элементов составляет $\bar{T}=80000$ часов. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы в момент времени $t=45000$ часов.

Контрольная задача № 4. На испытание поставлена серия из 100 элементов одного типа. Через заданное время наблюдения 20 элементов отказали. Оценить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента по результатам испытаний.

Контрольная задача № 5. На испытание поставлена серия из 2000 элементов одного типа. Через заданное время наблюдения 10 элементов отказали. Оценить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента по результатам испытаний.

Контрольная задача № 6. На испытание поставлена серия из 3000 элементов одного типа. Через заданное время наблюдения 25 элементов отказали. Оценить вероятность безотказной работы и вероятность отказа элемента по результатам испытаний.

Контрольная задача № 7. Элемент с восстановлением имеет время восстановления, подчиненное показательному закону распределения. Среднее время восстановления $\bar{T}=20$ часов. Определить вероятность восстановления и вероятность невосстановления к моменту эксплуатации t , равному 40000 часов.

Контрольная задача № 8. Элемент с восстановлением имеет время восстановления, распределенное по показательному закону распределения. Среднее время восстановления $\bar{T}=35$ часов. Определить вероятность восстановления и вероятность невосстановления к моменту эксплуатации t , равному 50000 часов.

Контрольная задача № 9. По результатам эксплуатации восстанавливаемого элемента получены следующие результаты:

- среднее время безотказной работы $\bar{T}=10000$ часов,
- среднее время восстановления $\bar{T}_B=45$ часов,
- среднее время простоев $\bar{T}_П=150$ часов,
- среднее время плановых восстановлений $\bar{T}_{П.В.}=100$ часов,
- заданное время эксплуатации $t_3=10^6$ часов.

Определить: коэффициент готовности K_G , коэффициент технического использования $K_{Т.П.}$, коэффициент планируемого применения $K_{П.П.}$

Контрольная задача № 10. По результатам эксплуатации восстанавливаемого элемента получены следующие результаты:

- среднее время безотказной работы $\bar{T}=20000$ часов,
- среднее время восстановления $\bar{T}_B=50$ часов,
- среднее время простоев $\bar{T}_П=30$ часов,
- среднее время плановых восстановлений $\bar{T}_{П.В.}=40$ часов,
- заданное время эксплуатации $t_3=10^7$ часов.

Определить: коэффициент готовности K_G , коэффициент технического использования $K_{Т.П.}$, коэффициент планируемого применения $K_{П.П.}$

Контрольная задача № 11. По результатам эксплуатации восстанавливаемого элемента получены следующие результаты:

- среднее время безотказной работы $\bar{T}=70000$ часов,
- среднее время восстановления $\bar{T}_B=70$ часов,
- среднее время простоев $\bar{T}_П=75$ часов,
- среднее время плановых восстановлений $\bar{T}_{П.В.}=40$ часов,
- заданное время эксплуатации $t_3=2 \cdot 10^6$ часов.

Определить коэффициент готовности K_G , коэффициент технического использования $K_{Т.П.}$, коэффициент планируемого применения $K_{П.П.}$.

Контрольная задача № 12. Поток отказов и восстановлений для элемента с восстановлением является простейшим пуассоновским. Интенсивность потока отказов ω составляет $2 \cdot 10^{-6}$ 1/час. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы для периода эксплуатации, равного 25000 часов. Определить вероятность появления ровно 4 отказов на интервале времени 15000 часов.

Контрольная задача № 13. Поток отказов и восстановлений для элемента с восстановлением является простейшим пуассоновским. Интенсивность потока отказов ω составляет $3 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы для периода эксплуатации, равного 40000 часов. Определить вероятность появления ровно 10 отказов на интервале времени 20000 часов.

Контрольная задача № 14. Поток отказов и восстановлений для элемента с восстановлением является простейшим пуассоновским. Интенсивность потока отказов ω составляет $5 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы для периода эксплуатации, равного 140000 часов. Определить вероятность появления ровно 7 отказов на интервале времени 17000 часов.

Контрольная задача № 15. По результатам наблюдений получена статистическая выборка, объемом $n=30$. Состав выборки: 20, 35, 70, 24, 30, 85, 35, 10, 15, 40, 22, 20, 44, 80, 25, 45, 50, 44, 21, 50, 75, 10, 40, 44, 50, 60, 15, 38, 40, 42. Построить гистограмму распределения и определить принадлежность выборки к одному из трех законов распределения: показательному, нормальному, Вейбулла.

Контрольная задача № 16. По результатам наблюдений получена статистическая выборка, объемом $n=50$. Состав выборки: 5, 10, 30, 45, 46, 70, 8, 15, 40, 48, 40, 75, 25, 38, 49, 20, 77, 54, 50, 45, 15, 28, 32, 44, 50, 85, 90, 45, 42, 20, 10, 20, 35, 7, 55, 44, 49, 51, 80, 20, 12, 50, 55, 52, 70, 15, 52, 45, 65, 100. Построить гистограмму распределения и определить принадлежность выборки к одному из трех законов распределения: показательному, нормальному, Вейбулла.

Контрольная задача № 17. По результатам наблюдений получена статистическая выборка, объемом $n=40$. Состав выборки: 203, 3906, 412, 1632, 1007, 2640, 3815, 1167, 435, 2037, 4585, 1159, 1076, 328, 1808, 7815, 1632, 4379, 229, 3815, 1770, 122, 4715, 2708, 23, 168, 450, 5753, 3166, 6065, 328, 4715, 916, 1099, 2143, 3601, 1541, 277, 877, 1099. Построить гистограмму распределения и определить принадлежность выборки к одному из трех законов распределения: показательному, нормальному, Вейбулла.

Контрольная задача № 18. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено экспоненциальному закону распределения с параметрами: $\lambda=3 \cdot 10^{-4}$ 1/час; $t=10000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, $\bar{T}$.

Контрольная задача № 19. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено экспоненциальному закону распределения с параметрами: $\lambda=7 \cdot 10^{-5}$ 1/час, $t=20000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, $\bar{T}$.

Контрольная задача № 20. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено закону Вейбулла с параметрами: $K=3$, $\lambda_0=2 \cdot 10^{-4}$ 1/час, $t=2000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, $\bar{T}$.

Контрольная задача № 21. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено закону Вейбулла с параметрами: $K=5$, $\lambda_0=3 \cdot 10^{-5}$ 1/час, $t=10000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, $\bar{T}$.

Контрольная задача № 22. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено нормальному закону с параметрами: $\bar{T}=2 \cdot 10^{-5}$ 1/час, $\sigma=40$ часов. Время эксплуатации $t=10000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $\lambda(t)$.

Контрольная задача № 23. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено нормальному закону с параметрами: $\bar{T}=3 \cdot 10^{-6}$ 1/час, $\sigma=60$ часов. Время эксплуатации $t=45000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $\lambda(t)$.

Контрольная задача № 24. Время наработки до отказа невосстанавливаемого элемента подчинено нормальному закону с параметрами: $\bar{T}=7 \cdot 10^{-5}$ 1/час, $\sigma=90$ часов. Время эксплуатации $t=80000$ часов. Определить $R(t)$, $Q(t)$, $\lambda(t)$.

1.4. Содержание отчета

Титульный лист

1.4.1. Цель работы.

1.4.2. Перечень задач, содержащихся в контрольном задании, с решениями.

Выводы

Библиографический список

1.5. Контрольные вопросы

1.5.1. Дайте определение надежности и ее составных частей: безопасности, ремонтпригодности, долговечности, сохраняемости.

1.5.2. Дайте определение элемента и системы и их соотношения.

1.5.3. Дайте определение отказа, приведите их классификацию.

1.5.4. Перечислите показатели надежности невосстанавливаемого элемента, являющиеся функцией времени эксплуатации.

1.5.5. Перечислите показатели надежности восстанавливаемого элемента, являющиеся количественными оценками.

1.5.6. Перечислите показатели надежности восстанавливаемого элемента.

1.5.7. Опишите отдельные этапы жизненного цикла восстанавливаемого элемента с точки зрения теории надежности, их связь с

видом закона распределении времени безотказной работы.

1.5.8. Дайте определение потока случайных событий, перечислите его свойства и укажите на связь с теорией надежности.

1.5.9. Перечислите показатели надежности восстанавливаемого элемента, определяемые на основе использования понятия простейшего пуассоновского потока отказов (восстановлений).

2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ИЗ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

2.1. Цель работы

2.1.1. Изучить основные принципы построения технических систем с резервированием.

2.1.2. Рассмотреть вероятностные методы расчета показателей надежности технических систем при последовательном, параллельном, смешанном и мостиковом соединении элементов.

2.1.3. Рассмотреть логико-вероятностные методы расчета показателей надежности сложных технических систем.

2.1.4. Получить практические навыки расчета показателей надежности технических систем с учетом резервирования.

2.2. Теоретический раздел

2.2.1. Резервирование, определение и классификация. Активное и пассивное резервирование.

Для повышения надежности систем и элементов применяют резервирование, основанного на использовании того или иного вида избыточности. При резервировании применяют дополнительные средства и возможности для сохранения работоспособного состояния системы при отказе одного или нескольких элементов. Различают два метода резервирования: активное и пассивное [1]. При пассивном резервировании не используются дополнительные элементы, замещающие вышедшие из строя, а работоспособность системы поддерживается за счет перераспределения нагрузки между оставшимися элементами. При активном резервировании (резервировании замещением) для основного элемента существует один или группа элементов, которые включаются при отказе основного элемента. Различие при реализации этого метода заключается в условиях работы (нагрузки) резервных элементов до появления отказа (различают с этой точки зрения горячий, теплый и холодный резерв).

2.2.2. Вероятностные методы расчета показателей надежности технических систем при последовательном, параллельном, смешанном и мостиковом соединении

элементов.

Одним из рассмотренных ранее показателей надежности невосстанавливаемых элементов является вероятность безотказной работы элемента p , вероятность безотказной работы q , полученные по статистике отказавших за время наблюдения элементов. Из элементов, характеризуемых таким показателем надежности, можно составить две основные схемы их соединения: последовательное и параллельное [1, 2]. Последовательная схема соединения элементов представлена на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1 – Последовательное соединение элементов

Вероятность безотказной работы участка из n последовательно соединенных элементов R_c с известными вероятностями безотказной работы $P_1, P_2, \dots, P_n$.

$$R_c = \prod_{i=1}^n P_i = \prod_{i=1}^n (1 - q_i). \quad (1)$$

Параллельная схема соединения элементов представлена на рисунке 2.2.

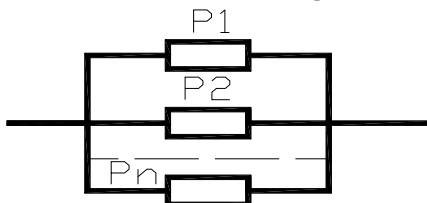


Рисунок 2.2 – Параллельное соединение элементов

Вероятность безотказной работы участка из n параллельно соединенных элементов R_c с известными вероятностями безотказной работы $P_1, P_2, \dots, P_n$.

$$R_c = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i). \quad (2)$$

Схема параллельного соединения элементов реализует принцип активного резервирования замещением.

На практике схема соединения элементов в технической системе представляет собой комбинацию из отдельных участков, в которых элементы соединены последовательно или параллельно (смешанное соединение) [1, 2], пример такой схемы приведен на рисунке 2.3.

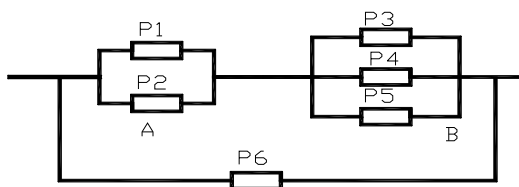


Рисунок 2.3 – Пример смешанного соединения элементов.

Вероятность безотказной работы в этом случае сводится к последовательному расчету надежности отдельных блоков по полученным ранее формулам, приводящему к упрощению схемы для получения окончательного результата. Для рассмотренного примера рассчитываются вероятности безотказной работы участка А и В по формулам для параллельного соединения, затем вероятность безотказной работы для участка АВ по формуле для последовательного соединения. Окончательный результат получается при расчете вероятности безотказно работы для параллельного соединения участков АВ и С.

Более сложным вариантом соединения элементов технической системы является мостиковое соединение [1, 2], представленное на рисунке 2.4. Схема мостикового соединения реализует принцип активного резервирования замещением.

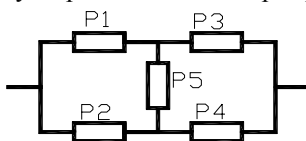


Рисунок 2.4 – Мостиковое соединение элементов

Вероятность безотказной работы участка при мостиковом соединении элементов рассчитывается двумя методами: с использованием формулы полной вероятности и методом перебора состояний [1, 2]. При использовании формулы полной вероятности принимаются две противоположные гипотезы о безусловной работоспособности H_0 или при отказе H_1 одного или группы элементов в мостиковой схеме. Тогда вероятность безотказной работы схемы $P(X)$ с учетом знания вероятности каждой гипотезы $P(H_0)$ и $P(H_1)$ и условных вероятностей безотказной работы $P(X/H_0)$ и $P(X/H_1)$ рассчитывается по формуле

$$P(X) = \sum_{i=1}^2 P(H_i)P(X/H_i).$$

Обычно расчет делается относительно пятого элемента схемы, а при этом формула для расчета R_c принимает вид

$$R_c = P_5(1 - q_1 q_2)(1 - q_3 q_4) + q_5(P_1 P_2 + P_3 P_4 - P_1 P_2 P_3 P_4). \quad (3)$$

При использовании метода перебора состояний строится таблица 2.1., имеющая 16 строк, соответствующих работоспособному состоянию системы (налицо цепочки последовательно соединенных работоспособных элементов

между входом a и выходом b схемы). В графе «вероятности состояний» записываются вероятности безотказной работы для каждого из работоспособных состояний. Вероятность безотказной работы схемы R_c подсчитывается как сумма вероятностей безотказной работы всех 16 состояний:

$$R_c = \sum_{i=1}^{16} R_i .$$

Если о входящих в схемы последовательного и параллельного соединения элементах известно, что их время безотказной работы распределено по показательному (экспоненциальному) закону, известны их интенсивности отказов и задано время эксплуатации, то возможно определение вероятности безотказной работы системы, состоящих из таких соединений, как функции времени. При последовательном соединении элементов вероятность безотказной работы схемы $R_c(t)$ определяется по формуле

$$R_c = \exp[-(n_1 \lambda_1 + n_2 \lambda_2 + \dots + n_m \lambda_m)t] , \quad (4)$$

где n_i – количество элементов i -го типа, λ_i – интенсивность отказов элемента i -го типа.

Таблица 2.1- Таблица для подсчета вероятности безотказной работы при мостиковом соединении элементов

Номер работоспособного состояния	Состояния элементов					Вероятность состояния
	1	2	3	4	5	
1	+	+	+	+	+	$R_1 = P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$
2	-	+	+	+	+	$R_2 = q_1 P_2 P_3 P_4 P_5$
3	+	-	+	+	+	$R_3 = P_1 q_2 P_3 P_4 P_5$
4	+	+	-	+	+	$R_4 = P_1 P_2 q_3 P_4 P_5$
5	+	+	+	-	+	$R_5 = P_1 P_2 P_3 q_4 P_5$
6	+	+	+	+	-	$R_6 = P_1 P_2 P_3 P_4 q_5$
7	-	+	-	+	+	$R_7 = q_1 P_2 q_3 P_4 P_5$
8	-	+	+	-	+	$R_8 = q_1 P_2 P_3 q_4 P_5$
9	-	+	+	+	-	$R_9 = q_1 P_2 P_3 P_4 q_5$
10	+	-	-	+	+	$R_{10} = P_1 q_2 q_3 P_4 P_5$
11	+	-	+	-	+	$R_{11} = P_1 q_2 P_3 q_4 P_5$
12	+	-	+	+	-	$R_{12} = P_1 q_2 P_3 P_4 q_5$
13	+	+	-	+	-	$R_{13} = P_1 P_2 q_3 P_4 q_5$
14	+	+	+	-	-	$R_{14} = P_1 P_2 P_3 q_4 q_5$
15	-	+	-	+	-	$R_{15} = q_1 P_2 q_3 P_4 q_5$
16	+	-	+	-	-	$R_{16} = P_1 q_2 P_3 q_4 q_5$
						$R_c = \sum_{i=1}^{16} R_i$

При параллельном соединении элементов вероятность отказа схемы $Q(t)$ определяется по формуле

$$Q(t) = [1 - \exp(-\lambda_1 t)]^{n_1} [1 - \exp(-\lambda_2 t)]^{n_2} \dots [1 - \exp(-\lambda_m t)]^{n_m} \quad (5)$$

и вероятность безотказной работы $R_c = 1 - Q(t)$.

2.2.3. Логико-вероятностные методы расчета показателей надежности технических систем.

Рассмотренные в п. 2.2.2 методы расчета показателей надежности технических систем применимы для достаточно простых структур. Для систем, имеющих в своем составе более сотни элементов и соединенных сложными связями, разработаны логико-вероятностные методы расчета надежности [1, 2, 7]. Логико-вероятностные методы основаны на представлении о том, что каждому элементу технической системы может быть поставлена в соответствие логическая переменная x , могущая принимать значение 1, если элемент работоспособен, и 0, если элемент неработоспособен. Совокупности таких элементов соответствует функция работоспособности системы (ФРС), являющаяся функцией алгебры логики и принимающая значение 1 или 0 в зависимости от того, работоспособна или неработоспособна система в целом при различных вариантах работоспособности ее отдельных элементов. Основой представления ФРС является выделение в логической схеме соединения элементов кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ), как цепочек из последовательного соединения элементов системы, связывающих вход и выход(1,2). КПУФ, обозначаемый P , может быть записан в терминах алгебры логики как конъюнкция логических переменных, в него входящих

$$P = \bigcap_{i=1}^n x_n.$$

Поскольку возможно наличие нескольких КПУФ в логической схеме системы, функция работоспособности системы ФРС может быть представлена в виде дизъюнкции соответствующих P_i

$$\Phi PC = Y[X] = \bigcup_{j=1}^m P_j. \quad (6)$$

Наличие нескольких возможных КПУФ в схеме реализует принцип активного резервирования замещением. В связи с тем, что ранг элементарных конъюнкций, входящих в формулу (6) в общем случае неодинаков, такое представление ФРС называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ). Так, функция работоспособности для примера схемы на рисунке 2.5, представленная в ДНФ, имеет вид

$$\Phi PC = Y[X] = x_1 x_2 \cup x_1 x_3.$$

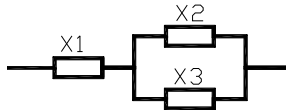


Рисунок 2.5 – Пример логической схемы для записи функции работоспособности системы

Конечной целью логико-вероятностных методов является переход от ФРС к вероятностной функции системы, позволяющей определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа [1, 2]. Переход от ФРС к вероятностной функции должен быть осуществлен путем замены в записи ФРС знаков логических операций $\cup$ и $\cap$ на знаки арифметической операций $+$ и $*$, и замены логических переменных x и $\bar{x}$ на вероятности безотказной работы P и отказа q соответственно. Для того, чтобы осуществить такой переход, необходимо преобразовать ФРС, представленную в ДНФ, в ортогональную ДНФ. Соответствующее преобразование может быть осуществлено с использованием метода отрицания конъюнкций [1, 2]. Метод заключается в преобразовании исходной ДНФ в виде $K_1 \cup K_2 \cup \dots \cup K_n$, где K_i – элементарная конъюнкция, к виду $K_1 \cup \bar{K}_1 K_2 \cup \bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3 \cup \dots \bar{K}_1 \bar{K}_2 \dots \bar{K}_{n-1} K_n$, где $\bar{K}$ – отрицание элементарной конъюнкции K , с последующим раскрытием каждого отрицания элементарных конъюнкций по правилу: если $K = abc \dots m$, то

$$\bar{K} = \bar{a} \cup \bar{a} \bar{b} \cup \bar{a} \bar{b} \bar{c} \cup \dots \cup \bar{a} \bar{b} \bar{c} \dots \bar{m}.$$

К логико-вероятностным методам относится также табличный метод получения вероятностной функции [1, 2]. Метод заключается в нахождении по исходной логической схеме кратчайших путей успешного функционирования P_i и записи их в виде элементарных конъюнкций с последующим заполнением таблицы 2.2

Таблица 2.2 -Таблица для расчета вероятностной функции технической системы

КПУФ и их сочетание	Знак Σ	Наличие элементов в путях							Вероятностная функция ВФ
		1	2	3	4	5		n	
1	2	3	4	5	6	7		n+4	n+5

В столбце 1 представляются найденные P_i и все их возможные сочетания. В графе 2 проставляются знак $+$, если в сочетание P входит нечетное число членов. Графы с 3 по n+4 соответствуют каждому из n элементов, входящих в схему, при этом знаком $+$ помечаются элементы, входящие в конкретное сочетание P . В графе n+5 подсчитывается вероятностная функция для каждого сочетания P , как произведение вероятностей безотказной работы элементов, входящих в это сочетание, и помеченных знаком $+$ в соответствующей строке. Вероятностная функция системы в целом, соответствующая вероятности ее безотказной работы, подсчитывается как сумма вероятностных функций отдельных сочетаний, т.е. сумма

позиций в крайнем правом столбце.

2.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач.

2.3.1. Изучить основные методы резервирования технических систем.

2.3.2. Изучить вероятностные методы расчета надежности технических систем с учетом резервирования.

2.3.3. Изучить логико-вероятностные методы расчета надежности технических систем с учетом резервирования.

2.3.4. Рассмотреть типовые задачи по расчету показателей надежности технических систем с учетом резервирования и методы их решения.

2.3.5. Типовые задачи и методы их решения.

2.3.5.1. Типовая задача №1. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа для технической системы со смешанным соединением элементов, схема соединения элементов представлена на рисунке 2.6.

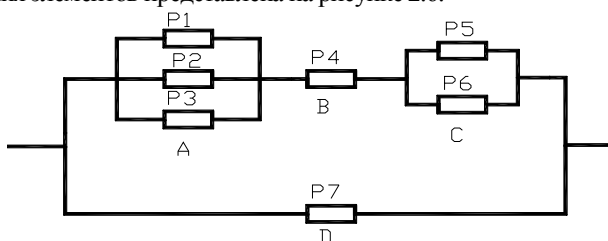


Рисунок 2.6 – Схема соединения элементов

Решение: Разбиваем исходную логическую схему на участки, при расчете вероятности безотказной работы которых можно применить простейшие формулы для последовательного и параллельного соединения элементов. Такими участками будут участки A, B, C и D. Определяем вероятности безотказной работы этих участков.

$$P_D = P_7; P_A = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3); P_B = P_4; P_C = 1 - (1 - P_5)(1 - P_6).$$

Определяем вероятность безотказной работы участка ABC с учетом их последовательного соединения.

$$P_{ABC} = P_A \cdot P_B \cdot P_C = [1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)] \cdot P_4 \cdot [1 - (1 - P_5)(1 - P_6)].$$

Определим вероятность безотказной работы системы с учетом параллельного соединения участков ABC и D.

$$R_c = [1 - (1 - P_{ABC})(1 - P_D)] = \{1 - \{1 - [1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)] \cdot P_4 [1 - (1 - P_5)(1 - P_6)]\}(1 - P_7)\}.$$

2.3.5.2. Типовая задача №2. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа для технической системы с мостиковым соединением элементов на основе формулы полной вероятности. Схема соединения элементов представлена на рисунке 2.7.

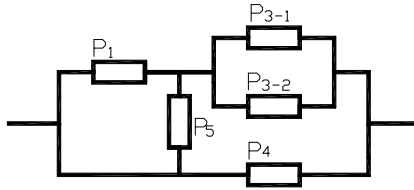


Рисунок 2.7 – Схема соединения элементов

Решение. В заданной схеме в отличие от исходной отсутствует элемент P_2 , вместо элементов P_3 имеет место параллельное соединение элементов P_{3-1} и P_{3-2} . Отсутствие элемента P_2 предполагает, что в формуле для расчета R_c следует принимать $P_2=1$. Вместо P_3 в формуле для расчета следует подставить значение $P_{эKB}$, получаемое при расчете вероятности безотказно работы участка с параллельным соединением элементов P_{3-1} и P_{3-2} .

$$P_{эKB} = 1 - (1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2}) .$$

Подставляя полученные значения в формулу (3) для подсчета R_c при мостиковом соединении элементов получим

$$\begin{aligned} R_c &= P_5 \{ (1 - q_1 \cdot 0)(1 - q_4(1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})) \} + \\ &+ q_5 \{ P_1 [1 - (1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})] + 1 \cdot P_4 - P_1 P_4 \cdot 1 \cdot [1 - (1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})] \} = \\ &= P_5 (1 - q_4(1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})) + \\ &q_5 \{ P_1 [1 - (1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})] + P_4 - P_1 P_4 [1 - (1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})] \} . \\ Q_c &= 1 - R_c . \end{aligned}$$

2.3.5.3. Типовая задача №3. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа для технической системы с мостиковым соединением элементов на основе метода перебора состояний. Схема соединения элементов представлена на рисунке 2.8.

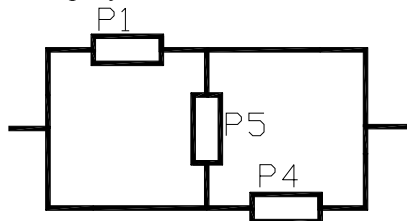


Рисунок 2.8 – Схема соединения элементов

Решение. Составляем таблицу 2.3 по принципу, использованному при составлении таблицы 2.1. При ее заполнении все позиции, соответствующие второму и третьему элементам, помечаем знаком +.

Таблица 2.3. Расчет вероятности безотказной работы

Номер работоспособного состояния	Состояния элементов					Вероятность состояния
	1	2	3	4	5	
1	+	+	+	+	+	$R_1=P_1P_2P_3P_4P_5$
2	+	+	+	+	+	$R_2=P_1P_2P_3P_4P_5$
3	+	+	+	+	+	$R_3=P_1P_2P_3P_4P_5$
4	+	+	-	+	+	$R_4=P_1P_2q_3P_4P_5$
5	+	+	+	+	+	$R_5=P_1P_2P_3P_4P_5$
6	+	+	+	+	-	$R_6=P_1P_2P_3P_4q_5$
7	-	+	-	+	+	$R_7=q_1P_2q_3P_4P_5$
8	-	+	+	+	+	$R_8=q_1P_2P_3P_4P_5$
9	-	+	+	+	-	$R_9=q_1P_2P_3P_4q_5$
10	+	+	-	+	+	$R_{10}=P_1P_2q_3P_4P_5$
11	+	+	+	+	+	$R_{11}=P_1P_2P_3P_4P_5$
12	+	+	+	+	-	$R_{12}=P_1P_2P_3P_4q_5$
13	+	+	-	+	-	$R_{13}=P_1P_2q_3P_4q_5$
14	+	+	+	+	-	$R_{14}=P_1P_2P_3P_4q_5$
15	-	+	-	+	-	$R_{15}=q_1P_2q_3P_4q_5$
16	+	+	+	+	-	$R_{16}=P_1P_2P_3P_4q_5$

При подсчете R_c позиции в крайнем правом столбце повторяются, что упрощает расчет.

$$R_c = 4(P_1P_2P_3P_4P_5) + 2(P_1P_2q_3P_4P_5) + 4(P_1P_2P_3P_4q_5) + q_1P_2q_3P_4P_5 + q_1P_2P_3P_4P_5 + q_1P_2P_3P_4q_5 + P_1P_2q_3P_4q_5 + q_1P_2q_3P_4q_5.$$

2.3.5.4. Типовая задача №4. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа для технической системы, приведенной в примере 2.3.5.2 на основе метода перебора состояний.

Решение. Для подсчета результата необходимо в таблице 2.1 во всех позициях соответствующему 2-му элементу, поставить знак +, а в формулах для расчета вероятностей состояний вместо P_3 поставить значение $P_{ЭКВ} = 1 - (1 - P_{3-1})(1 - P_{3-2})$.

2.3.5.5. Типовая задача №5. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных последовательно в смысле надежности. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 10 элементов с интенсивностью отказов $2 \cdot 10^{-5}$ 1/час, 20 элементов с интенсивностью отказов $5 \cdot 10^{-5}$ 1/час и 25 элементов с интенсивностью отказов 10^{-5} 1/час. Время работы системы $t = 20000$ часов. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы за указанное время

эксплуатации.

Решение. Вероятность безотказной работы рассчитывается по формуле $R_c = \exp[-(n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 + n_3\lambda_3)]t$. После подстановки данных получаем $R_c = \exp[-(10 \cdot 2 \cdot 10^{-5} + 20 \cdot 5 \cdot 10^{-5} + 25 \cdot 10^{-5})]20000$. После подсчетов получаем $R_c=0,95$; $Q=1-R_c=0,05$.

2.3.5.6. Типовая задача №6. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных параллельно в смысле надежности. Время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 5 элементов с интенсивностью отказов $3 \cdot 10^{-5}$ 1/час и 10 элементов с интенсивностью отказов $4 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Время работы системы $t=30000$ часов. Определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы за указанное время эксплуатации.

Решение. Вероятность безотказной работы рассчитывается по формуле $R_c = 1 - Q(t)$.

$$Q(t) = [1 - \exp(-\lambda_1 t)]^{n_1} [1 - \exp(-\lambda_2 t)]^{n_2}.$$

При подстановки данных из условия получаем

$$Q(t) = [1 - \exp(-3 \cdot 10^{-5} \cdot 30000)]^5 [1 - \exp(-4 \cdot 10^{-5} \cdot 30000)]^{10}.$$

После подсчетов получаем: $Q_c=2 \cdot 10^{-4}$; $R_c=1-2 \cdot 10^{-4} \approx 1$.

2.3.5.7. Типовая задача №7. Логическая схема технической системы представлена на рисунке 2.9.

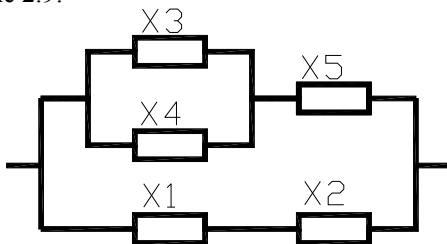


Рисунок 2.9 – Логическая схема для контрольной задачи №7

Найти кратчайшие пути успешного функционирования, представить функцию работоспособности системы в дизъюнктивной нормальной форме и определить вероятность безотказной работы табличным методом.

Решение. Находим КПУФ и записываем их в виде элементарных конъюнкций $P_1 = x_3 x_5$; $P_2 = x_4 x_5$; $P_3 = x_1 x_2$.

Для расчета вероятности безотказной работы заполняем таблицу 2.4.

Таблица 2.4 – Таблица для расчета вероятности безотказной работы

Пути и их сочетания	Знак Σ	Наличие элемента в путях					Вероятностная функция
		1	2	3	4	5	
P_1	+			x		x	$P_3 P_5$
P_2	+				x	x	$P_4 P_5$
P_3	+	X	x				$P_1 P_2$
$P_1 P_2$	-			x	x	x	$P_3 P_4 P_5$
$P_1 P_3$	-	X	x	x		x	$P_1 P_2 P_3 P_5$
$P_2 P_3$	-	X	x		x	x	$P_1 P_2 P_4 P_5$
$P_1 P_2 P_3$	+	X	x	x	x	x	$P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$

$$R_c = P_3 P_5 + P_4 P_5 + P_1 P_2 - P_3 P_4 P_5 - \\ - P_1 P_2 P_3 P_5 - P_1 P_2 P_3 P_5 + P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 .$$

$$Q_c = I - R_c . \quad \Phi PC = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = x_3 x_5 \cup x_4 x_5 \cup x_1 x_2 .$$

2.3.5.8. Типовая задача №8. Функция работоспособности технической системы, представленная в дизъюнктивной нормальной формальной форме (ДНФ) через кратчайшие пути успешного функционирования (КПУФ), имеет вид

$$\Phi PC = Y[X] = P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4 = (x_1 x_2 x_3 x_4) \cup (x_3 x_4) \cup (x_2 x_3) \cup (x_1 x_3 x_4) .$$

Преобразовать ДНФ записи в ортогональную ДНФ и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы) системы.

Решение.

$$Y[X] = P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4 = \begin{vmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 x_2 x_3 x_4 \\ x_3 x_4 \\ x_2 x_3 \\ x_1 x_3 x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ \overline{K_1} K_2 \\ \overline{K_1} K_2 K_3 \\ \overline{K_1} K_2 K_3 K_4 \end{vmatrix} .$$

Проведем преобразования исходной формы записи, используя отрицание конъюнкций. Последующие действия сводятся к последовательному расчету произведений конъюнкций $\overline{K_1} K_2$, $\overline{K_1} K_2 K_3$, $\overline{K_1} K_2 K_3 K_4$ и к подставлению полученных результатов в исходную формулу.

$$\overline{K_1} = \begin{vmatrix} \overline{x_1} & \overline{} \\ x_1 x_2 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix}; \quad \overline{K_1} K_2 = \begin{vmatrix} \overline{x_1} & \overline{} \\ x_1 x_2 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} (x_3 x_4) =$$

= (умножение производится с учетом правила $\overline{a} \cdot a = 0$) =

$$= \begin{vmatrix} \overline{x_1 x_3 x_4} & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix}.$$

$$\overline{K_2} = \begin{vmatrix} \overline{x_3} & \overline{} \\ x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix}; \quad \overline{K_1} \overline{K_2} K_3 = \begin{vmatrix} \overline{x_1} & \overline{} \\ x_1 x_2 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \overline{x_3} & \overline{} \\ x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} (x_2 x_3) =$$

$$= \begin{vmatrix} \overline{x_1} & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} (x_3 x_4) (x_2 x_3) = \begin{vmatrix} \overline{x_1 x_3 x_4 x_2 x_3} & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 x_3 x_4 x_2 x_3 & \overline{} \end{vmatrix} =$$

= (удаляются повторяющиеся члены в конъюнкциях по правилу $a \cdot a = a$) =

$$= \begin{vmatrix} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix}; \quad \overline{K_2} = \begin{vmatrix} \overline{x_2} & \overline{} \\ x_2 x_3 & \overline{} \end{vmatrix}; \quad \overline{K_1} \overline{K_2} \overline{K_3} \overline{K_4} = \begin{vmatrix} \overline{x_1} & \overline{} \\ x_1 x_2 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 & \overline{} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \overline{x_3} & \overline{} \\ x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \overline{x_2} & \overline{} \\ x_2 x_3 & \overline{} \end{vmatrix} (x_1 x_3 x_4) = 0 \quad (\text{с})$$

учетом того, что $\overline{K_1} = \begin{vmatrix} \overline{x_3} & \overline{} \\ x_3 x_4 & \overline{} \end{vmatrix} (x_1 x_3 x_4) = 0$).

Подставляя промежуточные результаты в исходную формулу, получим

$$Y[X] = \begin{vmatrix} \overline{K_1} \\ \overline{K_1} K_2 \\ \overline{K_1} K_2 K_3 \\ \overline{K_1} K_2 K_3 K_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \\ \overline{x_1 x_3 x_4} \\ \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \\ \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \end{vmatrix}.$$

Правильность полученного результата проверяется путем попарной проверки всех входящих в конечный результат элементарных конъюнкций на ортогональность. Две конъюнкции являются ортогональными, если в каждой из них имеется хотя бы одна переменная, входящая в них с противоположными значениями. Например, конъюнкции $x_1 x_2$ и $\overline{x_2} x_3$

являются ортогональными по переменной x_2 . Для рассматриваемой задачи это условие выполняется.

Получим вероятности безотказной работы системы (вероятностную функцию) заменив в ОДНФ знаки логического сложения и умножения $\cup$ и $\cap$ на знаки $+$ и $*$, значения переменных x и $\bar{x}$ - на вероятности безотказной работы P и вероятности отказа Q соответственно.

$$R_c = P_1 P_2 P_3 P_4 + q_1 P_2 P_3 + P_1 q_2 P_3 P_4 + q_1 P_2 P_3 q_4 + P_1 P_2 P_3 q_4,$$

$Q_c = 1 - R_c$. После подстановки в полученную формулу конкретных значений P и q можно рассчитать R_c и Q_c .

2.3.6. Выбрать из таблицы 2.5 варианты контрольного задания, решить контрольные задачи, содержащиеся в задании, результаты представить в отчете по форме, содержащейся в п. 2.4.

Таблица 2.5 – Варианты контрольных заданий

	Последняя цифра зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номера	1	3	5	7	9	2	4	6	8	0
контроль	10	12	14	16	1	20	11	12	14	16
ных задач	18	22	24	13	25	14	23	20	24	10

2.3.7. Перечень контрольных задач

2.3.7.1. Контрольная задача №1. По заданной схеме соединения элементов системы, представленной на рисунке 2.10, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над их условными обозначениями.

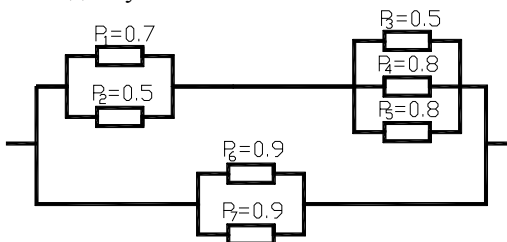


Рисунок 2.10 – Логическая схема системы для контрольной задачи №1

2.3.7.2. Контрольная задача №2. По заданной схеме соединения элементов системы, представленной на рисунке 2.11, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над их условными обозначениями.

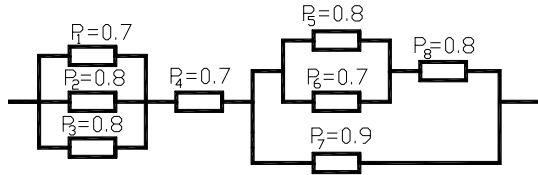


Рисунок 2.11 – Логическая схема системы для контрольной задачи №2

2.3.7.3. Контрольная задача №3. По заданной схеме соединения элементов системы, представленной на рисунке 2.12, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над их условными обозначениями.

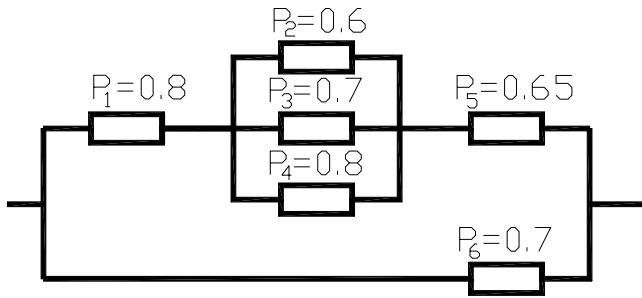


Рисунок 2.12 – Логическая схема системы

2.3.7.4. Контрольная задача №4. По заданной схеме соединения элементов системы, представленной на рисунке 2.13, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над их условными обозначениями.

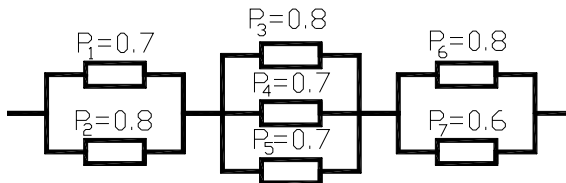


Рисунок 2.13 – Логическая схема системы

2.3.7.5. Контрольная задача №5. По заданной схеме соединения элементов системы, представленной на рисунке 2.14, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над условными обозначениями.

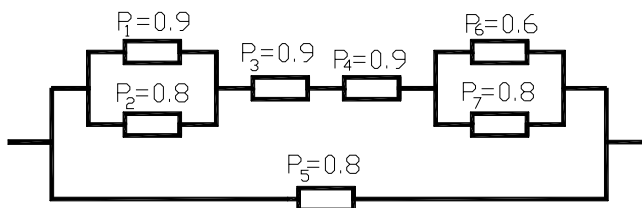


Рисунок 2.14 – Логическая схема системы

2.3.7.6. Контрольная задача №6. По заданной схеме мостикового соединения элементов, представленной на рисунке 2.15, определить вероятность отказа и вероятность безотказной работы с использованием формулы полной вероятности. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над условными обозначениями.

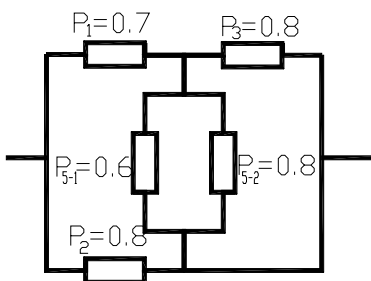


Рисунок 2.15 – Логическая схема соединения элементов

2.3.7.7. Контрольная задача №7. По приведенной в контрольной задаче № 6 схеме определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа с использованием метода перебора состояний.

2.3.7.8 Контрольная задача №8. По заданной схеме мостикового соединения элементов, представленной на рисунке 2.16, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа с использованием формулы полной вероятности. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над условными обозначениями.

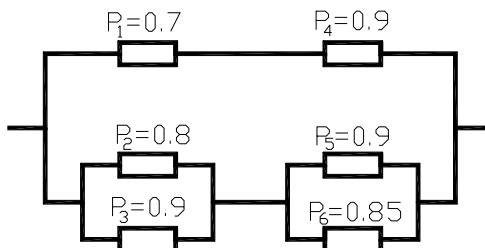


Рисунок 2.16 – Логическая схема соединения элементов

2.3.7.9. Контрольная задача №9. По приведенной в контрольной задаче № 8 схеме определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа с использованием метода перебора состояний.

2.3.7.10. Контрольная задача №10. По заданной схеме мостикового соединения элементов, представленной на рисунке 2.17, определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа с использованием формулы полной вероятности. Вероятности безотказной работы элементов проставлены над условными обозначениями.

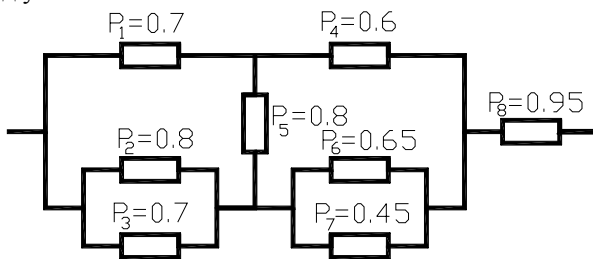


Рисунок 2.17 – Логическая схема соединения элементов

2.3.7.11. Контрольная задача №11. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных последовательно в смысле надежности. Время безотказной работы элементов распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 10 элементов с интенсивностью отказа $2 \cdot 10^{-4}$ 1/час, 25 элементов с интенсивностью отказа $4 \cdot 10^{-5}$ 1/час, 30 элементов с интенсивностью отказа $3 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Время работы системы 50000 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за указанное время эксплуатации.

2.3.7.12. Контрольная задача №12. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных последовательно в смысле надежности. Время безотказной работы элементов распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 25 элементов с интенсивностью отказа $2 \cdot 10^{-5}$ 1/час и 35 элементов с интенсивностью отказа $7 \cdot 10^{-4}$ 1/час. Время работы системы 80000 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за заданное время эксплуатации.

2.3.7.13. Контрольная задача №13. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных последовательно в смысле надежности. Время безотказной работы элементов распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 30 элементов с интенсивностью отказа $5 \cdot 10^{-6}$ 1/час, 45 элементов с интенсивностью отказа $6 \cdot 10^{-6}$ 1/час, 35 элементов с интенсивностью отказа $5 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Время работы системы 45000 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за заданное время эксплуатации.

2.3.7.14. Контрольная задача №14. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных параллельно в смысле надежности. Время

безотказной работы элементов распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 25 элементов с интенсивностью отказа $2 \cdot 10^{-4}$ 1/час и 30 элементов с интенсивностью отказа $5 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Время работы системы 50000 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за указанное время эксплуатации.

2.3.7.15. Контрольная задача №15. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных параллельно в смысле надежности. Время безотказной работы элементов распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 50 элементов с интенсивностью отказа $5 \cdot 10^{-5}$ 1/час, 20 элементов с интенсивностью отказа $3 \cdot 10^{-5}$ 1/час и 10 элементов с интенсивностью отказа $4 \cdot 10^{-6}$ 1/час. Время работы системы 55000 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за указанное время эксплуатации.

2.3.7.16. Контрольная задача №16. Система состоит из разнотипных элементов, соединенных параллельно в смысле надежности. Время безотказной работы элементов распределено по экспоненциальному закону. При этом в систему входят 25 элементов с интенсивностью отказа $6 \cdot 10^{-6}$ 1/час и 50 элементов с интенсивностью отказа $5 \cdot 10^{-5}$ 1/час. Время работы системы 60000 часов. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа за указанное время эксплуатации.

2.3.7.17. Контрольная задача №17. Логическая схема технической системы имеет вид, представленный на рисунке 2.18.

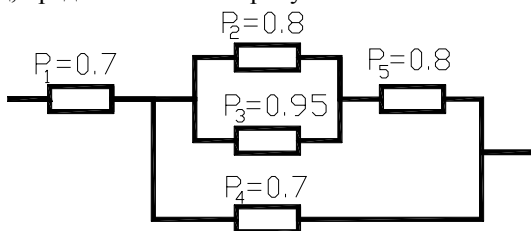


Рисунок 2.18 – Логическая схема соединения элементов

Вероятности безотказной работы элементов представлены над условными обозначениями. Найти кратчайшие пути успешного функционирования, представить функцию работоспособности системы (ФРС) в дизъюнктивной нормальной форме. Определить вероятности безотказной работы и вероятность отказа табличным методом.

2.3.7.18. Контрольная задача №18. Логическая схема технической системы имеет вид, представленный на рисунке 2.19.

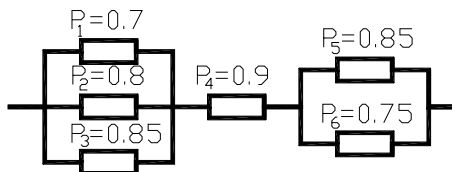


Рисунок 2.19 – Логическая схема соединения элементов

Вероятности безотказной работы элементов представлены над условными обозначениями. Найти кратчайшие пути успешного функционирования (КПУФ), представить функцию работоспособности системы (ФРС) в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ). Определить вероятности безотказной работы и вероятность отказа табличным методом.

2.3.7.19 Контрольная задача №19. Логическая схема технической системы имеет вид, представленный на рисунке 2.20.

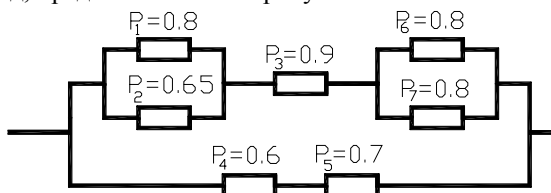


Рисунок 2.20 – Логическая схема соединения элементов

Вероятности безотказной работы элементов представлены над условными обозначениями. Найти кратчайшие пути успешного функционирования (КПУФ), представить функцию работоспособности системы (ФРС) в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ). Определить вероятности безотказной работы и вероятность отказа табличным методом.

2.3.7.20. Контрольная задача №20. По логической схеме, представленной в задаче № 17 найти кратчайшие пути успешного функционирования(КПУФ), представить функцию работоспособности системы (ФРС) в дизъюнктивной нормальной форме(ДНФ). Преобразовать ДНФ в ортогональную ДНФ (ОДНФ) и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы системы). По указанным на схеме данным произвести расчет R_c .

2.3.7.21. Контрольная задача №21. По логической схеме, представленной в задаче № 18 найти кратчайшие пути успешного функционирования(КПУФ), представить функцию работоспособности системы (ФРС) в дизъюнктивной нормальной форме(ДНФ). Преобразовать ДНФ в ортогональную ДНФ (ОДНФ) и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы системы). По указанным на схеме данным произвести расчет R_c .

2.3.7.22. Контрольная задача №22. По логической схеме, представленной в задаче № 19 найти кратчайшие пути успешного функционирования(КПУФ), представить функцию работоспособности системы (ФРС) в дизъюнктивной

нормальной форме(ДНФ). Преобразовать ДНФ в ортогональную ДНФ (ОДНФ) и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы системы). По указанным на схеме данным произвести расчет R_c .

2.3.7.23. Контрольная задача №23. Функция работоспособности системы(ФРС), представленная в дизъюнктивной нормальной форме(ДНФ) через кратчайшие пути успешного функционирования(КПУФ) имеет вид:

$$\Phi PC = P_1 \cup P_2 \cup P_3 = x_1x_3x_4 \cup x_1x_3x_6x_4 \cup x_1x_7x_4.$$

Преобразовать ДНФ записи ФРС в ортогональную ДНФ (ОДНФ) и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы системы R_c). Произвести расчет R_c с учетом следующих данных: $P_1=0,9$, $P_3=0,8$, $P_4=0,75$, $P_5=0,8$, $P_6=0,7$, $P_7=0,65$.

2.3.7.24. Контрольная задача №24. Функция работоспособности системы (ФРС), представленная в дизъюнктивной нормальной форме(ДНФ) через кратчайшие пути успешного функционирования (КПУФ) в дизъюнктивной нормальной форме(ДНФ) имеет вид:

$$\Phi PC = P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4 = x_1x_2x_4x_5x_6 \cup x_1x_3x_6x_7 \cup x_1x_4x_5x_7 \cup x_1x_4x_5x_6x_7$$

Преобразовать ДНФ записи ФРС в ортогональную ДНФ (ОДНФ) и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы системы R_c). Произвести расчет R_c с учетом следующих данных: $P_1=0,8$, $P_2=0,75$, $P_3=0,6$, $P_4=0,8$, $P_5=0,75$, $P_6=0,8$, $P_7=0,85$.

2.3.7.25. Контрольная задача №25. Функция работоспособности системы (ФРС), представленная через кратчайшие пути успешного функционирования (КПУФ) в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) имеет вид:

$$\Phi PC = p_1 \vee p_2 \vee p_3 = x_1x_3x_4x_6 \vee x_1x_2x_4x_5 \vee x_1x_3x_5.$$

Преобразовать ДНФ записи ФРС в ортогональную ДНФ и получить вероятностную функцию (вероятность безотказной работы системы R_c). Произвести расчет R_c с учетом следующих данных: $P_1=0,8$, $P_2=0,7$, $P_3=0,85$, $P_4=0,9$, $P_5=0,9$, $P_6=0,95$.

2.4. Содержание отчета

Титульный лист

2.4.1. Цель работы

2.4.2. Перечень задач, содержащихся в контрольном задании, с решениями.

Выводы

Библиографический список

2.5 Контрольные вопросы

2.5.1. Дать определение понятию резервирования и его видам: активному

и пассивному резервированию.

2.5.2. Привести пример параллельного соединения элементов и произвести для него расчет показателей надежности.

2.5.3. Привести пример последовательного соединения элементов и произвести для него расчет показателей надежности.

2.5.4. Привести пример смешанного соединения элементов, раскрыть методику расчета показателей надежности.

2.5.5. Описать мостиковое соединение элементов и методику расчета показателей надежности на основе формулы полной вероятности.

2.5.6. Описать мостиковое соединение элементов и методику расчета показателей надежности с использованием метода перебора состояний.

2.5.7. Дать определение надежности (вероятности безотказной работы и вероятности отказа) в функции времени эксплуатации, если время безотказной работы распределено по экспоненциальному закону, система состоит из разнотипных элементов, известны их количество и интенсивности отказов, а элементы соединены:

а) последовательно в смысле надежности,

б) параллельно в смысле надежности.

2.5.8. Дать определение логико-вероятностным методам расчета надежности технических систем, охарактеризовать функцию работоспособности системы и способы ее получения.

2.5.9. Дать определение кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ) системы и составлению на их основе функции работоспособности системы.

2.5.10. Описать процесс перехода от функции работоспособности системы к вероятной функции.

2.5.11. Привести методику расчета вероятностной функции с использованием табличного метода.

2.5.12. Охарактеризовать методику преобразования дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) в ортогональную ДНФ с помощью метода отрицания конъюнкции.

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3 ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА

(5 часов)

3.1. Цель работы

- 3.1.1. Изучить основные определения, цели и задачи технической диагностики.
- 3.1.2. Изучить методику расчёта и выбора диагностических признаков, их чувствительность и ценность.
- 3.1.3. Изучить показатели определения полноты контроля и глубины поиска отказов.
- 3.1.4. Изучить правила принятия решений при диагностике технического состояния.
- 3.1.5. Получить практические навыки расчета и определения показателей по пунктам 3.1.2.- 3.1.4.

3.2. Теоретический раздел

3.2.1. Основные цели, задачи и определения технической диагностики.

Целью технической диагностики является обнаружение отказов и неисправностей на ранних этапах их развития [4, 5, 6].

При реализации этой цели техническое диагностирование выполняет три основные функции:

- получение информации о техническом состоянии диагностируемого объекта;
- обработка и анализ полученной от диагностируемого объекта информации;
- подготовка или принятие решений по объектам и срокам технического обслуживания объектов и ремонта.

Первая функция предназначена для измерения диагностических параметров, оценивающих техническое состояние объекта и установления качественных и количественных признаков состояния.

Вторая функция предназначена для обработки и сравнения полученных параметров с допускаемыми.

Третья функция предназначена для анализа результатов сравнения и установления характера, объёма и срока выполнения операций по техническому обслуживанию и ремонту.

Перечисленные функции диагностирования решают диагностические системы.

При разработке диагностических систем решаются следующие задачи:

- разработка алгоритмов диагностирования;
- прогнозирование технического состояния объектов при эксплуатации;
- выбор методов диагностирования;
- разработка средств диагностирования.

Разработке алгоритмов диагностирования предшествует анализ реальных условий работы и физических процессов изменения состояния объекта. Затем

производится построение диагностической модели, выбор и обоснование диагностических признаков.

Далее производится разработка алгоритма оценки его технического состояния по диагностическим признакам, выбор методов диагностирования (выбор правил принятия решений при диагностировании).

Для определения технического состояния объектов используются методы непосредственного (функционального) диагностирования и методы косвенного диагностирования. В первом случае – испытательные воздействия, поступающие на входы диагностируемой системы, заданы её рабочим алгоритмом функционирования и не могут выбираться произвольно, исходя из условий диагноза. Во втором случае воздействия, поступающие на входы диагностируемой системы, являются тестовыми, которые могут подаваться как в период времени, когда объект используется по прямому назначению, так и в процессе выполнения им рабочего алгоритма функционирования. Ответы системы на тестовые или функциональные воздействия поступают на средства диагноза. Средства диагноза реализуют алгоритм диагноза, задающий состав и очередность реализации, а также способ анализа результатов элементарных проверок. Результаты элементарных проверок представлены в виде значений сигналов в контрольных точках диагностируемой системы. В простейшем случае анализ результатов проверки может состоять в обычном сравнении физических значений сигналов в контрольных точках с эталонными значениями [4, 5, 6].

3.2.2. Выбор и расчёт диагностических признаков, их чувствительности и ценности.

При более глубоком анализе результатов проверок технических систем появляется необходимость в выборе системы диагностических признаков, позволяющих оценить функциональное состояние диагностируемой системы. При диагностировании обычно рассматривается система возможных состояний E , и связанная с ними система признаков K . Под диагностическим признаком будем понимать признак, используемый для определения состояния диагностируемой системы и её отдельных элементов. Каждое состояние (исправное или неисправное) может характеризоваться одним или несколькими признаками. Диагностические признаки должны иметь однозначную связь с состоянием диагностируемой системы. Возможен выбор системы диагностических признаков с использованием методов теории информации. Имея систему возможных состояний E и систему признаков, их характеризующих, можно ввести понятие энтропии системы E [4, 5, 6]:

$$H(E) = - \sum_{i=1}^n P(E_i) \log P(E_i) , \quad (1)$$

где $P(E_i)$ - вероятность отдельного состояния.

Если $\log_2$, то H измеряется в битах.

Другая форма записи $H(E)$ имеет вид:

$$H(E) = \sum_{i=1}^n P(E_i) H(E_i). \quad (2)$$

В технической диагностике информацию о техническом состоянии диагностируемой системы определяют как разность энтропии системы до и после проведения контроля:

$$J = H(E) - H^*(E). \quad (3)$$

Поскольку эту информацию получают с помощью системы признаков K , вводится понятие информативности системы признаков K относительно системы состояний E , этот показатель оценивается по формуле

$$J_E(K) = H(E) - H(E/K), \quad (4)$$

где $H(E/K)$ – условная энтропия системы состояний E относительно системы признаков K .

В то же время имеет место свойство:

$$J_E(K) = J_k(E) \quad \text{или} \quad J_E(K) = H(K) - H(K/E). \quad (5)$$

После произведения соответствующих преобразований можно получить четыре показателя информативности диагностических признаков, использующих форму записи энтропии из формулы (5):

$$1) \quad J_E(K) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(E_i K_j) \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i) P(K_j)} \quad (6)$$

-информация, полученная о системе состояний E в результате контроля системы признаков K .

$$2) \quad J_{E_i}(K) = \sum_{j=1}^m P(K_j / E_i) \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i) P(K_j)} \quad (7)$$

-информация, относительно состояния системы E_i , полученная в результате контроля системы признаков K .

$$3) \quad J_E(K_i) = \sum_{j=1}^m P(K_j / E_i) \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i) P(K_j)} \quad (8)$$

-информация относительно системы состояний E , полученная в результате контроля признака K_i .

$$4) J_{E_i}(K_j) = \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)P(K_j)} \quad (9)$$

-информация относительно состояния E_i , полученная в результате контроля признака K_j .

Здесь $P(E_i)$ - вероятность i -го состояния: $\sum_{i=1}^n P(E_i) = 1$,

$P(K_j)$ - вероятность появления j -го признака,

$P(E_i K_j)$ - вероятность появления j -го признака для i -го состояния.

$$P(K_j / E_i) = \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)}.$$

При диагностировании область значений измеряемого параметра (признака) в большинстве случаев разбивается на интервалы, и характерным является наличие значения параметра в данном интервале. В связи с этим результат количественного определения измеряемого параметра может рассматриваться как признак, принимающий несколько возможных состояний (имеющий несколько разрядов). Разряды признака часто называют диагностическими интервалами. В общем случае m -разрядный K_j признак имеет m возможных состояний: $K_{j1}, \dots, K_{jm}$. Если в результате диагностирования выявлено, что для данного состояния объекта E_i признак K_j имеет значение K_{js} , то это значение называется реализацией признака. Диагностическая ценность признака определяется информацией, которая вносится признаком в систему состояний. В качестве диагностического веса реализации K_{js} признака K_j для состояния E_i принимают (4):

$$D_{E_i}(K_{js}) = \log_2 \frac{P(E_i / K_{js})}{P(E_i)} = \log_2 \frac{P(K_{js} / E_i)}{P(K_{js})}, \quad (10)$$

где $P(E_i / K_{js})$ - вероятность определения состояния E_i при условии, что признак K_j получил значение K_{js} ;

$P(E_i)$ - априорная вероятность диагноза;

$P(K_{js} / E_i)$ - вероятность попадания признака K_j в интервал s для состояния E_i ;

$P(K_{js})$ - вероятность появления интервала K_{js} у всех состояний E .

Чувствительность диагностического признака определяется степенью изменения его значения при изменении структурных параметров системы. Количественно

чувствительность признака K_j оценивается коэффициентом чувствительности v_j , который в первом приближении может быть определён как

$$v_j = \Delta K_{js} / \Delta Y_j, \quad (11)$$

где Y_j - структурный параметр объекта диагностирования, связанный с диагностическим признаком зависимостью $K_j = F(Y_j)$,

ΔY_j - изменение структурного параметра Y_j ,

ΔK_{js} - приращение реализации признака K_{js} .

Очевидно, что чем больше чувствительность признака v_j , тем на более ранней стадии развития неисправности она может быть обнаружена. Выходные параметры объекта, чувствительность которых к изменению структурных параметров мала, нецелесообразно выбирать в качестве диагностических признаков.

3.2.3. Достоверность и полнота контроля. Глубина поиска.

Под достоверностью контроля понимают показатель степени объективности отображения результатов контроля действительного технического состояния объекта. Достоверность контроля определяется по формуле (4,5,6):

$$D = 1 - [P_u \cdot P_n + (1 - P_u)P_n], \quad (12)$$

где P_u - вероятность неисправного состояния объекта; P_n - вероятность невыдачи информации об отказе; $P_{л.}$ - вероятность ложной информации об отказе.

В свою очередь

$$P_n = P_{с.к.} \cdot K_{н.к.} \cdot P_{н.о.} + P_{с.к.} (1 - K_{н.к.}) + (1 - P_{с.к.}) P_{с.к2.}, \quad (13)$$

$$P_{л.} = (1 - P_{с.к.}) P_{с.кн2.} + P_{с.к.} \cdot K_{н.к.} \cdot P_{л.о.}, \quad (14)$$

где $P_{с.к.}$ - вероятность неисправного состояния системы контроля, $P_{н.о.}$ - вероятность необнаруженного отказа вследствие погрешностей измерений, $K_{н.к.}$ - полнота контроля, $P_{с.к2.}$ - вероятность отказа системы контроля, при которой она постоянно выдаёт информацию «годен», $P_{с.кн2.}$ - вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию «не годен», $P_{л.о.}$ - вероятность ложного отказа вследствие погрешностей измерений.

Необнаружение отказа может быть связано с погрешностью измерений при исправной системе контроля. В то же время, обнаружение отказа может произойти также в результате недостаточного охвата объекта системой контроля или вследствие отказа системы контроля типа “постоянно годен”.

Ложный отказ возможен вследствие отказа системы контроля типа “не годен” или в результате погрешностей измерений. При полном охвате объекта контролем и при идеальной системе контроля :

$$P_{л} = P_{л.о.} \quad \text{и} \quad P_{н.} = P_{н.о.} \quad (15)$$

Под полнотой контроля понимают методическую достоверность контроля технического состояния, характеризующую возможность выявления отказов объекта при выбранном методе контроля. Значение полноты контроля $K_{н.к.}$ представляет собой условную вероятность обнаружения факта отказа, если отказ действительно произошёл:

$$K_{н.к.} = \lambda_{к.ч.} / \lambda_{о.к.},$$

где $\lambda_{о.к.}$ – интенсивность отказов объекта контроля в целом; $\lambda_{к.ч.}$ – интенсивность отказов контролируемой части объекта контроля.

Исходными данными для оценки $K_{н.к.}$ являются:

- функциональная схема системы контроля и описание принципа работы,
- перечень контролируемых параметров и внешних воздействий,
- перечень видов отказов элементов объекта контроля и их интенсивностей.

Если объект контроля имеет сложную структуру, которую можно условно разбить на блоки, то полноту контроля можно оценить по формуле:

$$K_{н.к.} = \sum_{i=1}^n \lambda_{к.ч.i} / \sum_{j=1}^m \lambda_{о.к.j}, \quad (16)$$

где n – общее число блоков, на которые условно разбивается объект контроля;

m – число блоков объекта, охваченных системой контроля.

Под глубиной контроля понимают приспособленность объекта и его системы контроля к поиску отказавших элементов (техническому диагностированию). Глубина поиска характеризуется коэффициентом глубины поиска отказов $K_{г.}$, который определяет разрешающую способность совокупности диагностических признаков, заложенных в систему контроля, и оценивается условной вероятностью обнаружения отказа с заданной подробностью (до одного, двух и более элементов) при условии, что у объекта контроля произошёл отказ. При контроле у каждого из m элементов объекта может произойти отказ с интенсивностью $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, m)$.

Система контроля должна идентифицировать отказ с точностью до определенного количества блоков, на которые условно разбивается объект контроля. Самая высокая точность контроля достигается в случае, когда отказы определяются с точностью до одного блока.

3.2.4. Оценка технического состояния объектов (правила принятия решений при диагностике состояний)

Оценка технического состояния объекта и его отдельных элементов осуществляется по значениям диагностических признаков, номинальные значения которых регламентируются ТУ. Существенным для диагностирования является то, что частные реализации K_{js} диагностического признака K_j являются случайными величинами, зависящими от технического состояния объекта диагностирования. В связи с этим оценки технического состояния объекта в общем случае является вероятностной задачей, для решения которой используются статистические методы диагностирования. К ним относятся метод Байеса и метод статистических решений.

3.2.4.1. Метод Байеса

Пусть изменение диагностического признака K_j связано с одним из событий (диагнозом) $D_1, D_2, \dots, D_m, \dots, D_n$, образующих полную группу несовместных событий, причём события $D_1, D_2, \dots, D_m$ входят в подмножество E' исправных состояний, а события $D_{m+1}, \dots, D_n$ - входят в подмножество неисправных состояний E'' . Предполагается, что одновременный отказ двух и более элементов объекта невозможен (4,5,6).

Заранее известны вероятности появления событий: $D_i : P(D_1), P(D_2), \dots, P(D_n)$. Введем понятие вероятности одновременного появления диагноза D_i и диагностического признака K_j

$$P(D_i K_j) = P(D_i)P(K_j / D_i) = P(K_j)P(D_i / K_j), \quad (17)$$

где $P(K_j)$ - вероятность появления диагностического признака K_j , $P(K_j / D_i)$ - вероятность появления признака K_j у объектов с состоянием D_i , $P(D_i / K_j)$ - вероятность диагноза D_i после того, как будет выявлено наличие признака K_j .

Тогда формула Байеса имеет вид :

$$P(D_i / K_j) = P(D_i) \frac{P(K_j / D_i)}{P(K_j)}. \quad (18)$$

Каждый признак K_j при контроле дает реализацию $K_j^* = K_{js}^*$, совокупность K_{js}^* дает комплекс признаков K^* .

В этом случае формула Байеса имеет вид (4,5,6):

$$P(D_i / K^*) = \frac{P(D_i)P(K^* / D_i)}{P(K^*)} \quad (i=1,2,\dots,n), \quad (19)$$

где $P(K^* / D_i)$ - вероятность появления комплекса признаков K^* для состояния D_i ;

$P(D_i / K^*)$ - вероятность нахождения объекта в состоянии D_i после того, как были определены значения признаков, входящих в K^* .

Полагая независимость диагностических признаков, входящих в K^* , имеем:

$$P(K^* / D_i) = P(K_1^* / D_i) \cdot P(K_2^* / D_i) \dots P(K_m^* / D_i). \quad (20)$$

Вероятность появления комплекса признаков K^* определяется по формуле:

$$P(K^*) = \sum_{v=1}^n P(D_v) P(K^* / D_v). \quad (21)$$

С учетом последней формулы формула Байеса будет иметь вид:

$$P(D_i / K^*) = \frac{P(D_i) P(K^* / D_i)}{\sum_{v=1}^n P(D_v) P(K^* / D_v)}. \quad (22)$$

С учетом выполнения условия

$$\sum_{i=1}^n P(D_i / K^*) = 1 \quad (23)$$

правило принятия решения о диагнозе (о принадлежности состояния объекта к одному из событий D_i) на основе формулы Байеса будет иметь вид:

$$P(D_i / K^*) \geq P\partial. \quad (24)$$

Практическое применение формулы Байеса в этом случае выглядит следующим образом.

Значение $P\partial$ принимают равным 0,8...0,9.

Определяют значения $P(D_i / K^*)$ для каждого из D_i .

Сравнивают каждое из полученных значений $P(D_i / K^*)$ с $P\partial$.

Если для одного из D_i условие (24) выполняется, то остальные $P(D_i / K^*)$ будут значительно меньше $P\partial$ из-за условия (23) и принимается решение о диагнозе D_i .

При невыполнении условия (24) для всех D_i требуются дополнительные исследования.

3.2.4.2 Метод статистических решений

В случае, когда априорных статистических сведений по отказам и неисправностям диагностируемых объектов недостаточно, метод Байеса неэффективен. Обычно по результатам измерения значения K_{js} диагностического признака K_j требуется принять решение о том, находится ли объект в исправном состоянии (гипотеза Н1) или в неисправном состоянии (гипотеза Н2). Принимаем,

что результат измерений K_j является случайной величиной, имеющей нормальный закон распределения (закон Гаусса). Тогда расположение статистических распределений плотности вероятности диагностического признака K_j для неисправного и исправного объекта имеет вид [4, 5, 6]:

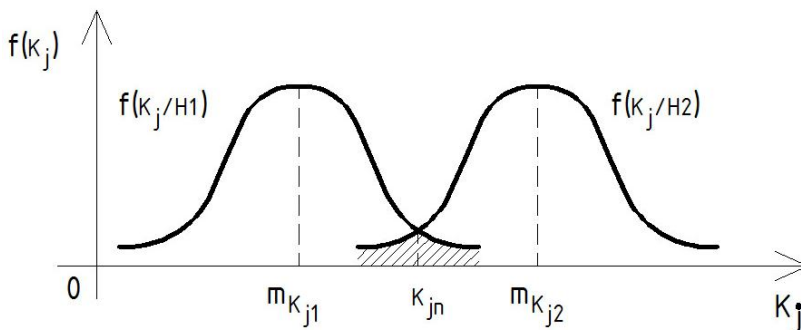


Рисунок 3.1 – Статистические распределения плотности вероятности $f(K_j)$ диагностического признака K_j .

Необходимо определить правило выбора одного из состояний объекта при любом значении K_j . Таким правилом обычно является выбор порогового значения K_{jn} , разбивающего интервал возможных значений признака K_j на две области H1 и H2. Считается, что объект находится в исправном состоянии ($H=H1$), если $K_{js} < K_{jn}$ и в неисправном ($H=H2$), если $K_{js} > K_{jn}$.

Однако области диагностирования технического состояния объекта по значению K_j пересекаются, поэтому невозможно выбрать значение K_{jn} , при котором выбор гипотез в соответствии с $K_{js} < K_{jn}$ и $K_{js} > K_{jn}$ не давал бы ошибочных решений. При этом имеют место два вида ошибок:

- ошибка первого рода (ложная тревога, риск поставщика) совершается, когда принимается решение о неисправности объекта, тогда как на самом деле он исправен
- ошибка второго рода (пропуск дефекта, риск заказчика) совершается, когда принимается решение об исправности объекта, тогда как он неисправен.

Обозначим H_{ij} возможные состояния объекта, где i – индекс принятого диагноза, j – индекс действительного состояния объекта. Тогда H_{12} – пропуск дефекта; H_{21} – ложная тревога; H_{11} и H_{22} – правильное определение технического состояния объекта.

Вероятности неправильных решений могут быть найдены из следующих соотношений [4, 5, 6]:

$$P(H_{21}) = P(E')P(K_{js} > K_{jn} / E') = P_1 \int_{K_{jn}}^{\infty} f(K_j / E') dK_j. \quad (25)$$

$$P(H_{12}) = P(E'')P(K_{js} < K_{jn} / E'') = P_2 \int_{-\infty}^{K_{jn}} f(K_j / E'') dK_j. \quad (26)$$

Здесь E' – исправное состояние объекта; E'' – неисправное состояние объекта; $P(E')=P_1$ – априорная вероятность состояния E' ; $P(E'')=P_2$ – априорная вероятность состояния E'' ; $P(K_{js} > K_{jn} / E')$ – условная вероятность ситуации $K_{js} > K_{jn}$ при исправном состоянии объекта ($E=E'$); $P(K_{js} < K_{jn} / E'')$ – условная вероятность ситуации $K_{js} < K_{jn}$ при неисправном состоянии объекта ($E=E''$); $f(K_j)$ – плотность вероятности диагностического признака K_j .

Вероятность принятия ошибочного решения складывается из вероятностей ложной тревоги и пропуска дефекта. Поставим каждой из этих вероятностей в соответствие коэффициенты, которые назовем:

C_{21} – цена ложной тревоги,

C_{12} – цена пропуска дефекта,

C_{11} и C_{22} – цены правильных решений.

В задачах надежности обычно принимают:

$$C_{12} \gg C_{21}; C_{11} < 0; C_{22} < 0. \quad (27)$$

Тогда можно получить выражение для так называемого ”среднего риска” в виде [4]:

$$R = C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{K_{jn}} f(K_j / E') dx + C_{21}P_1 \int_{K_{jn}}^{\infty} f(K_j / E') dx + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{K_{jn}} f(K_j / E'') dx + C_{22}P_2 \int_{K_{jn}}^{\infty} f(K_j / E'') dx \quad (28)$$

Найдем граничное значение K_{jn} из условия минимума среднего риска. Дифференцируя выражение (28) по K_{jn} и приравняв производную к нулю, получим условие экстремума (4,5,6):

$$\frac{f(K_{jn} / E')}{f(K_{jn} / E'')} = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (29)$$

Из этого условия следует, что решение об отнесении объекта к состоянию E' или E'' можно связать с величиной отношения правдоподобия λ , при этом:

$$\lambda = \frac{f(K_j / E')}{f(K_j / E'')}. \quad (30)$$

Тогда правило принятия решения будет иметь вид:

$$\lambda > \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (31)$$

С учетом того, что в большинстве практических задач C_{11} и C_{22} не вводятся, правило принятия решения принимает вид (4,5,6):

$$\lambda > \frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1}. \quad (32)$$

Практическое применение метода статистических решений в этом случае выглядит следующим образом:

Подсчитывают значение $\frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1}$, используя заранее известные величины C_{12} , C_{21} , P_1 ,

P_2 .

Экспериментальным путем получают реализацию значения измеряемого признака K_{js} .

Подставляют полученные значения признака K_{js} в формулы для расчёта $f(K_{js}/E')$ и $f(K_{js}/E'')$. Методика расчета $f(K_{js}/E')$ и $f(K_{js}/E'')$ предусматривает использование в формуле расчета плотности вероятности для закона Гаусса $f(K_{js})$ значений m (математического ожидания) и σ (среднеквадратичного отклонения) признака K_j , соответствующих исправному и неисправному состоянию объекта. Расчет их отношения с использованием измеренного значения K_{js} дает значение отношения правдоподобия λ .

Сравнивают полученное значение отношения правдоподобия λ с вычисленным ранее пороговым значением $\lambda_{пор} = \frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1}$. При выполнении условия $\lambda > \lambda_{пор}$

принимают решение о том, что объект находится в исправном состоянии, при невыполнении – объект находится в неисправном состоянии.

3.3 Порядок выполнения работы и набор типовых задач.

3.3.1. Изучить основные цели, задачи и определения технической диагностики;

3.3.2. Изучить показатели, используемые для диагностирования технических систем;

3.3.3. Рассмотреть типовые задачи по расчету показателей, используемых при диагностировании технических систем и методы их решения.

3.3.4. Типовые задачи и их решения.

3.3.4.1. Типовая задача №1.

Для диагностируемой системы существуют три диагностических признака (K_1, K_2, K_3), а сама система может находиться в двух диагностируемых состояниях (E_1, E_2). Известно, что $P(K_1)=0,4$, $P(K_2)=0,26$, $P(K_3)=0,34$, $P(E_1)=0,7$, $P(E_2)=0,3$, $P(E_1K_1)=0,4$, $P(E_1K_2)=0,2$, $P(E_1K_3)=0,1$, $P(E_2K_1)=0$, $P(E_2K_2)=0,06$, $P(E_2K_3)=0,24$.

Найти показатели информативности признаков:

$$J_E(K), J_{E_1}(K), J_E(K_j), J_{E_1}(K_j).$$

Решение. Показатели информативности вычисляются по формулам:

$$J_E(K) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(E_i K_j) \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)P(K_j)}.$$

$$J_{E_1}(K) = \sum_{j=1}^m \frac{P(E_1 K_j)}{P(E_1)} \log_2 \frac{P(E_1 K_j)}{P(E_1)P(K_j)}.$$

$$J_E(K_j) = \sum_{i=1}^n \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)} \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)P(K_j)}.$$

$$J_{E_1}(K_j) = \log_2 \frac{P(E_1 K_j)}{P(E_1)P(K_j)}.$$

После подстановки и вычислений получим:

$$J_E(K)=0,384,$$

$$J_{E_1}(K)=0,154, J_{E_2}(K)=0,895,$$

$$J_E(K_1)=0,285, J_E(K_2)=-0,033, J_E(K_3)=0,78, J_{E_1}(K_1)=0,48, J_{E_2}(K_1)=-\infty,$$

$$J_{E_2}(K_3)=1,2, J_{E_1}(K_2)=-0,06, J_{E_2}(K_2)=-0,5, J_{E_1}(K_3)=-1,23.$$

3.3.4.2. Типовая задача №2.

Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака K_1 и K_2 , а сама система может находиться в трех диагностируемых состояниях (E_1, E_2, E_3). Известно, что $P(K_1)=0,5$, $P(K_2)=0,5$, $P(E_1)=0,6$, $P(E_2)=0,3$, $P(E_3)=0,1$, $P(E_1K_1)=0,2$, $P(E_1K_2)=0,4$, $P(E_2K_1)=0,2$, $P(E_2K_2)=0,1$, $P(E_3K_1)=0,1$, $P(E_3K_2)=0$.

Определить показатели информативности признака K_j относительно системы E диагностируемых состояний $J_E(K_j)$ и выбрать наиболее информативный признак.

Решение. Показатель информативности $J_E(K_j)$ определяется по формуле:

$$J_E(K_j) = \sum_{i=1}^n \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)} \log_2 \frac{P(E_i K_j)}{P(E_i)P(K_j)}.$$

После подстановки и вычислений получим:

$$J_E(K_1)=1,07, J_E(K_2)=0,07.$$

На основании полученных результатов выбираем признак K_1 , как наиболее информативный.

3.3.4.3. Типовая задача №3.

Определить достоверность контроля, если известно, что:

- вероятность неисправного состояния системы контроля $P_{с.к.}=0,003$,
- вероятность необнаруженного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{н.о.}=0,02$,
- полнота контроля $K_{п.к.}=0,1$,
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдает информацию «годен» $P_{с.к.г.}=0,004$,
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдает информацию «не годен» $P_{с.к.н.г.}=0,007$,
- вероятность ложного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{л.о.}=0,004$,
- вероятность неисправного состояния объекта $P_{н.}=0,005$.

Решение: Достоверность контроля определяется по формуле:

$$D = 1 - [P_u \cdot P_l + (1 - P_u)P_n], \text{ где}$$

$$P_n = P_{с.к.} \cdot K_{п.к.} \cdot P_{н.о.} + P_{с.к.} \cdot (1 - K_{п.к.}) + (1 - P_{с.к.})P_{с.к.г.};$$

$$P_l = (1 - P_{с.н.})P_{с.к.н.г.} + P_{с.к.} \cdot K_{п.к.} \cdot P_{л.о.}.$$

В результате после подстановки и вычислений получим: $P_n=0,0073$, $P_l=0,007$, $D=0,993$.

3.3.4.4 Типовая задача №4.

Имеются три диагностируемых состояния технического объекта (D_1 , D_2 , D_3), причем известны вероятности состояний $P(D_1)=0,2$, $P(D_2)=0,1$, $P(D_3)=0,7$ и

$$\sum_{i=1}^3 P(D_i) = 1.$$

Принять по измеренному комплексу признаков K^* решение о наличии одного из диагностических состояний D_1 , D_2 , D_3 с использованием формулы Байеса, если $P(K^*/D_1)=0,3$, $P(K^*/D_2)=0,2$, $P(K^*/D_3)=0,5$.

Решение. Формула Байеса имеет вид:

$$P(D_i / K^*) = \frac{P(D_i)P(K^* / D_i)}{\sum_{i=1}^3 P(D_i)P(K^* / D_i)}.$$

После подстановки и вычислений получим

$$P(D_1/K^*)=0,13, P(D_2/K^*)=0,046, P(D_3/K^*)=0,81.$$

Правило принятия решений имеет вид

$$P(D_i/K^*) > P_d, \text{ где } P_d=0,8$$

и решение в пользу наличия одного из диагностируемых состояний D_i выносится после проверки этого неравенства. Поскольку оно выполняется для $i=3$, то система находится в состоянии D_3 .

3.3.4.5. Типовая задача №5.

Известно, что диагностируемая техническая система может находиться в двух состояниях: E' – в работоспособном и E'' – в неработоспособном. Известны также вероятности этих состояний $P(E') = 0,8$, $P(E'') = 0,2$ и $P(E') + P(E'') = 1$. Состояние системы контролируется с помощью диагностического признака K , который является непрерывной случайной величиной, распределенной по закону Гаусса. Параметры распределения – математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ принимают значения $m_1 = 20$, $\sigma_1 = 40$ для состояния E' и $m_2 = 60$, $\sigma_2 = 40$ для состояния E'' . Заданы значения цены ложной тревоги $C_{21} = 20$ и цены пропуска дефекта $C_{12} = 200$. Измеренное значение диагностического признака $K = 30$.

Определить на основании метода статистических решений, в каком из двух состояний находится техническая система.

Решение:

$$\frac{C_{12}P(E'')}{C_{21}P(E')} = \frac{200 \cdot 0,2}{20 \cdot 0,8} = 2,5.$$

$$f(K_j / E') = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - m_1)^2}{2\sigma_1^2} \right] = \frac{1}{40\sqrt{6,28}} \exp \left[-\frac{(30 - 20)^2}{2 \cdot 40^2} \right] = 0,0096.$$

$$f(K_j / E'') = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - m_2)^2}{2\sigma_2^2} \right] = \frac{1}{40\sqrt{6,28}} \exp \left[-\frac{(30 - 60)^2}{2 \cdot 40^2} \right] = 0,0075.$$

$$\lambda = \frac{f(K_j / E')}{f(K_j / E'')} = 1,28.$$

Поскольку выполняется условие $\lambda < \frac{C_{12}P(E'')}{C_{21}P(E')}$, система находится в состоянии E'' .

3.3.5. Выбрать из таблицы 3.1 вариант контрольного задания, решить контрольные задачи, содержащиеся в задании, результаты представить в отчете по форме, содержащейся в п.3.4 настоящих указаний.

Таблица 3.1- Варианты контрольных заданий.

Номера контрольных задач	Последний номер зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4	2	1	5	6	3	7	8	9	10
	10	13	15	17	11	16	12	14	18	2
	25	23	20	19	21	4	22	2	21	24

3.3.6. Перечень контрольных задач.

3.3.6.1. Контрольная задача №1. Для диагностируемой системы существуют три диагностических признака (K_1, K_2, K_3) , а сама система может находиться в двух диагностируемых состояниях $(E_1 u E_2)$. Известно, что $P(K_1) = 0,4$, $P(K_2) = 0,4$; $P(K_3) = 0,2$; $P(E_1) = 0,4$, $P(E_2) = 0,6$, $P(E_1 K_1) = 0,2$, $P(E_1 K_2) = 0,1$, $P(E_1 K_3) = 0,1$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,3$, $P(E_2 K_3) = 0,1$.

Найти показатели информативных признаков $J_E(K)$, $J_{E_1}(K)$, $J_{E_2}(K)$, $J_E(K_1)$, $J_E(K_2)$, $J_E(K_3)$, $J_{E_1}(K_1)$, $J_{E_1}(K_2)$, $J_{E_1}(K_3)$, $J_{E_2}(K_1)$, $J_{E_2}(K_2)$, $J_{E_2}(K_3)$.

3.3.6.2. Контрольная задача №2. Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака (K_1, K_2) , а сама система может находиться в двух диагностируемых состояниях $(E_1 u E_2)$. Известно, что $P(K_1) = 0,3$, $P(K_2) = 0,7$, $P(E_1) = 0,2$, $P(E_2) = 0,8$, $P(E_1 K_1) = 0,1$, $P(E_1 K_2) = 0,1$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,6$.

Найти показатели информативных признаков $J_E(K)$, $J_E(K_1)$, $J_E(K_2)$, $J_{E_1}(K)$, $J_{E_2}(K)$, $J_{E_1}(K_1)$, $J_{E_1}(K_2)$, $J_{E_2}(K_1)$, $J_{E_2}(K_2)$.

3.3.6.3. Контрольная задача №3. Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака $(K_1 u K_2)$, а сама система может находиться в трёх диагностируемых состояниях (E_1, E_2, E_3) . Известно, что $P(K_1) = 0,6$, $P(K_2) = 0,4$, $P(E_1) = 0,3$, $P(E_2) = 0,5$, $P(E_3) = 0,2$, $P(E_1 K_1) = 0,1$, $P(E_1 K_2) = 0,2$, $P(E_2 K_1) = 0,4$, $P(E_2 K_2) = 0,1$, $P(E_3 K_1) = 0,1$, $P(E_3 K_2) = 0,1$.

Найти показатели информативных признаков $J_E(K)$, $J_{E_1}(K)$, $J_{E_2}(K)$, $J_{E_3}(K)$, $J_E(K_1)$, $J_E(K_2)$, $J_{E_1}(K_1)$, $J_{E_1}(K_2)$, $J_{E_2}(K_1)$, $J_{E_2}(K_2)$, $J_{E_3}(K_1)$, $J_{E_3}(K_2)$.

3.3.6.4. Контрольная задача №4. Для диагностируемой системы существуют три диагностических признака (K_1, K_2, K_3) , а сама система может находиться в двух диагностируемых состояниях $(E_1 u E_2)$. Известно, что $P(K_1) = 0,6$, $P(K_2) = 0,2$, $P(K_3) = 0,2$, $P(E_1) = 0,7$, $P(E_2) = 0,3$, $P(E_1 K_1) = 0,4$, $P(E_1 K_2) = 0$, $P(E_1 K_3) = 0,2$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,1$, $P(E_2 K_3) = 0$.

Найти показатели информативных признаков $J_E(K)$, $J_{E_1}(K)$, $J_{E_2}(K)$, $J_E(K_1)$, $J_E(K_2)$, $J_E(K_3)$, $J_{E_1}(K_1)$, $J_{E_1}(K_2)$, $J_{E_1}(K_3)$, $J_{E_2}(K_1)$, $J_{E_2}(K_2)$, $J_{E_2}(K_3)$.

3.3.6.5. Контрольная задача №5. Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака $(K_1 u K_2)$, а сама система может находиться в двух

диагностируемых состояниях ($E_1 u E_2$). Известно, что $P(K_1) = 0,6$, $P(K_2) = 0,4$, $P(E_1) = 0,5$, $P(E_2) = 0,5$, $P(E_1 K_1) = 0,4$, $P(E_1 K_2) = 0,1$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,3$.

Найти показатели информативных признаков $J_E(K)$, $J_{E_i}(K)$, $J_E(K_j)$, $J_{E_i}(K_j)$, $J_{E_1}(K)$, $J_{E_2}(K)$, $J_E(K_1)$, $J_E(K_2)$, $J_{E_1}(K_1)$, $J_{E_1}(K_2)$, $J_{E_2}(K_1)$, $J_{E_2}(K_2)$.

3.3.6.6. Контрольная задача №6. Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака ($K_1 u K_2$), а сама система может находиться в трёх диагностируемых состояниях (E_1, E_2, E_3). Известно, что $P(K_1) = 0,5$, $P(K_2) = 0,5$, $P(E_1) = 0,4$, $P(E_2) = 0,3$, $P(E_3) = 0,3$, $P(E_1 K_1) = 0,2$, $P(E_1 K_2) = 0,2$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,1$, $P(E_3 K_1) = 0,1$, $P(E_3 K_2) = 0,2$.

Определить $J_E(K_j)$ - показатели информативности признака K_j относительно системы диагностируемых состояний E и выбрать наиболее информативный признак.

3.3.6.7. Контрольная задача №7. Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака ($K_1 u K_2$), а сама система может находиться в двух диагностируемых состояниях ($E_1 u E_2$). Известно, что $P(K_1) = 0,6$, $P(K_2) = 0,4$, $P(E_1) = 0,6$, $P(E_2) = 0,4$, $P(E_1 K_1) = 0,4$, $P(E_1 K_2) = 0,3$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,2$.

Определить $J_E(K_j)$ - показатели информативности признака K_j относительно системы диагностируемых состояний E и выбрать наиболее информативный признак.

3.3.6.8. Контрольная задача №8. Для диагностируемой системы существуют два диагностических признака ($K_1 u K_2$), а сама система может находиться в 4 диагностируемых состояниях (E_1, E_2, E_3, E_4). Известно, что $P(K_1) = 0,5$, $P(K_2) = 0,5$, $P(E_1) = 0,2$, $P(E_2) = 0,3$, $P(E_3) = 0,3$, $P(E_4) = 0,2$, $P(E_1 K_1) = 0,1$, $P(E_1 K_2) = 0,1$, $P(E_2 K_1) = 0,2$, $P(E_2 K_2) = 0,1$, $P(E_3 K_1) = 0,1$, $P(E_3 K_2) = 0,2$, $E_4 K_1 = 0,1$, $E_4 K_2 = 0,1$.

Определить $J_E(K_j)$ - показатели информативности признака K_j относительно системы диагностируемых состояний E и выбрать наиболее информативный признак.

3.3.6.9. Контрольная задача №9 Для диагностируемой системы существуют три диагностических признака (K_1, K_2, K_3), а сама система может находиться в трёх диагностируемых состояниях (E_1, E_2, E_3). Известно, что $P(K_1) = 0,2$,

$P(K_2) = 0,5, P(K_3) = 0,3, P(E_1) = 0,6, P(E_2) = 0,3, P(E_3) = 0,1, P(E_1K_1) = 0,2,$
 $P(E_1K_2) = 0,3, P(E_1K_3) = 0,1, P(E_2K_1) = 0. P(E_2K_2) = 0,2, P(E_2K_3) = 0,1,$
 $P(E_3K_1) = 0, P(E_3K_2) = 0, P(E_3K_3) = 0,1.$

Определить $J_E(K_j)$ - показатели информативности признака K_j относительно системы диагностируемых состояний E и выбрать наиболее информативный признак.

3.3.6.10. Контрольная задача №10. Для диагностируемой системы существуют три диагностических признака (K_1, K_2, K_3) , а сама система может находиться в двух диагностируемых состояниях $(E_1 и E_2)$. Известно, что $P(K_1) = 0,7,$

$P(K_2) = 0,2, P(K_3) = 0,1, P(E_1) = 0,8, P(E_2) = 0,2, P(E_1K_1) = 0,6,$
 $P(E_1K_2) = 0,2, P(E_1K_3) = 0, P(E_2K_1) = 0,1, P(E_2K_2) = 0, P(E_2K_3) = 0,1.$

Определить $J_E(K_j)$ - показатели информативности признака K_j относительно системы диагностируемых состояний E и выбрать наиболее информативный признак.

3.3.6.11. Контрольная задача №11. Определить достоверность контроля, если известно, что:

- вероятность неисправного состояния системы контроля $P_{c.k.} = 0,002,$
- вероятность необнаруженного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{n,o.} = 0,4,$
- полнота контроля $K_{n,\kappa} = 0,4,$
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “годен” $P_{c.k.z.} = 0,05,$
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “не годен” $P_{c.k.n,z.} = 0,001,$
- вероятность ложного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{л,o.} = 0,03,$
- вероятность неисправного состояния объекта $P_u = 0,05.$

3.3.6.12. Контрольная задача №12. Определить достоверность контроля, если известно, что:

- вероятность неисправного состояния системы контроля $P_{c.k.} = 0,01,$
- вероятность необнаруженного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{n,o.} = 0,02,$
- полнота контроля $K_{n,\kappa} = 0,2,$
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “годен” $P_{c.k.z.} = 0,04,$

- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “не годен” $P_{c.k.n,z.} = 0,002$,
- вероятность ложного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{л,o.} = 0,07$,
- вероятность неисправного состояния объекта $P_u = 0,05$.

3.3.6.13. Контрольная задача №13. Определить достоверность контроля, если известно, что:

- вероятность неисправного состояния системы контроля $P_{c.k.} = 0,002$,
- вероятность необнаруженного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{н,o.} = 0,004$,
- полнота контроля $K_{n,k.} = 0,5$,
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “годен” $P_{c.k.z.} = 0,06$,
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “не годен” $P_{c.k.n,z.} = 0,007$,
- вероятность ложного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{л,o.} = 0,009$,
- вероятность неисправного состояния объекта $P_u = 0,03$.

3.3.6.14. Контрольная задача №14. Определить достоверность контроля, если известно, что:

- вероятность неисправного состояния системы контроля $P_{c.k.} = 0,002$,
- вероятность необнаруженного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{н,o.} = 0,008$,
- полнота контроля $K_{n,k.} = 0,3$,
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “годен” $P_{c.k.z.} = 0,04$,
- вероятность отказа системы контроля, при котором она постоянно выдаёт информацию “не годен” $P_{c.k.n,z.} = 0,001$,
- вероятность ложного отказа вследствие погрешностей измерений $P_{л,o.} = 0,001$,
- вероятность неисправного состояния объекта $P_u = 0,07$.

3.3.6.15. Контрольная задача №15. Имеются два диагностируемых состояния технической системы (D_1, D_2) , причём известны вероятности состояний:

$$P(D_1) = 0,9, P(D_2) = 0,1, P(D_1) + P(D_2) = 1.$$

Принять по измеренному комплексу признаков K^* решение о наличии одного из диагностируемых состояний D_1, D_2 с использованием формулы Байеса, если

$$P(K^* / D_1) = 0,8; \quad P(K^* / D_2) = 0,2.$$

3.3.6.16. Контрольная задача №16. Имеются три диагностируемых состояния технической системы (D_1, D_2, D_3) , причём известны вероятности состояний:

$$P(D_1) = 0,3, P(D_2) = 0,6, P(D_3) = 0,1, P(D_1) + P(D_2) + P(D_3) = 1.$$

Принять по измеренному комплексу признаков K^* решение о наличии одного из диагностируемых состояний D_1, D_2, D_3 с использованием формулы Байеса, если

$$P(K^* / D_1) = 0,2, \quad P(K^* / D_2) = 0,7, \quad P(K^* / D_3) = 0,1.$$

3.3.6.17. Контрольная задача №17. Имеются четыре диагностируемых состояния механической системы (D_1, D_2, D_3, D_4) , причём известны вероятности состояний

$$P(D_1) = 0,3, \quad P(D_2) = 0,5, \quad P(D_3) = 0,2, \quad P(D_4) = 0,1, \\ P(D_1) + P(D_2) + P(D_3) + P(D_4) = 1.$$

Принять по измеренному комплексу признаков K^* решение о наличии одного из диагностируемых состояний D_1, D_2, D_3, D_4 с использованием формулы Байеса, если

$$P(K^* / D_1) = 0,7; P(K^* / D_2) = 0,1; P(K^* / D_3) = 0,1; P(K^* / D_4) = 0,1.$$

3.3.6.18. Контрольная задача №18. Имеются три диагностируемых состояния механической системы (D_1, D_2, D_3) , причём известны вероятности состояний

$$P(D_1) = 0,7, P(D_2) = 0,2, P(D_3) = 0,1, P(D_1) + P(D_2) + P(D_3) = 1.$$

Принять по измеренному комплексу признаков K^* решение о наличии одного из диагностируемых состояний D_1, D_2, D_3 с использованием формулы Байеса, если

$$P(K^* / D_1) = 0,6, P(K^* / D_2) = 0,4, P(K^* / D_3) = 0,4.$$

3.3.6.19. Контрольная задача №19. Имеются два диагностируемых состояния механической системы (D_1, D_2, D_3) , причём известны вероятности состояний

$$P(D_1) = 0,2, P(D_2) = 0,8, P(D_1) + P(D_2) = 1.$$

Принять по измеренному комплексу признаков K^* решение о наличии одного из диагностируемых состояний D_1, D_2 с использованием формулы Байеса, если

$$P(K^* / D_1) = 0,3, P(K^* / D_2) = 0,7.$$

3.3.6.20. Контрольная задача №20. Диагностируемая техническая система может находиться в двух состояниях E' – работоспособном и E'' – неработоспособном. Известны вероятности этих состояний $P(E') = 0,7$, $P(E'') = 0,3$, $P(E') + P(E'') = 1$. Состояние системы контролируется с помощью диагностического признака K , который является непрерывной случайной величиной, распределенной по закону Гаусса. Параметры распределения – математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ – принимают значения $m_1 = 10$ и $\sigma_1 = 30$ для состояния E' и $m_2 = 60$ и $\sigma_2 = 40$ для состояния E'' . Заданы значения цены ложной тревоги $C_{21} = 100$ и цены пропуска дефекта $C_{12} = 10$.

Измеренное значение диагностического признака $K=20$.

Определить на основании метода статистических решений, в каком из двух состояний находится техническая система.

3.3.6.31. Контрольная задача №21. Диагностируемая техническая система может находиться в двух состояниях E' – работоспособном и E'' – неработоспособном. Известны вероятности этих состояний $P(E') = 0,7$, $P(E'') = 0,3$, $P(E') + P(E'') = 1$. Состояние системы контролируется с помощью диагностического признака K , который является непрерывной случайной величиной, распределенной по закону Гаусса. Параметры распределения – математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ – принимают значения $m_1 = 10$ и $\sigma_1 = 30$ для состояния E' и $m_2 = 50$ и $\sigma_2 = 40$ для состояния E'' . Заданы значения цены ложной тревоги $C_{21} = 200$ и цены пропуска дефекта $C_{12} = 10$.

Измеренное значение диагностического признака $K=30$.

Определить на основании метода статистических решений, в каком из двух состояний находится техническая система.

3.3.6.22. Контрольная задача №22. Диагностируемая техническая система может находиться в двух состояниях E' – работоспособном и E'' – неработоспособном. Известны вероятности этих состояний $P(E') = 0,75$, $P(E'') = 0,25$, $P(E') + P(E'') = 1$. Состояние системы контролируется с помощью диагностического признака K , который является непрерывной случайной величиной, распределенной по закону Гаусса. Параметры распределения – математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ – принимают значения $m_1 = 20$ и $\sigma_1 = 50$ для состояния E' и $m_2 = 70$ и $\sigma_2 = 50$ для состояния E'' . Заданы значения цены ложной тревоги $C_{21} = 300$ и цены пропуска дефекта $C_{12} = 100$.

Измеренное значение диагностического признака $K=35$.

Определить на основании метода статистических решений, в каком из двух состояний находится техническая система.

3.3.6.23. Контрольная задача №23. Диагностируемая техническая система может находиться в двух состояниях E' – работоспособном и E'' – неработоспособном. Известны вероятности этих состояний $P(E') = 0,7$, $P(E'') = 0,3$, $P(E') + P(E'') = 1$. Состояние системы контролируется с помощью диагностического признака K , который является непрерывной случайной величиной, распределенной по закону Гаусса. Параметры распределения – математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ – принимают значения $m_1 = 30$ и $\sigma_1 = 100$ для состояния E' и $m_2 = 70$ и $\sigma_2 = 45$ для состояния E'' . Заданы значения цены ложной тревоги $C_{21} = 150$ и цены пропуска дефекта $C_{12} = 50$.

Измеренное значение диагностического признака $K=45$.

Определить на основании метода статистических решений, в каком из двух состояний находится техническая система.

3.3.6.24. Контрольная задача №24. Диагностируемая техническая система может находиться в двух состояниях E' – работоспособном и E'' – неработоспособном. Известны вероятности этих состояний $P(E') =$, $P(E'') =$, $P(E') + P(E'') = 1$. Состояние системы контролируется с помощью диагностического признака K , который является непрерывной случайной величиной, распределенной по закону Гаусса. Параметры распределения – математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ – принимают значения $m_1 = 25$ и $\sigma_1 = 55$ для состояния E' и $m_2 = 35$ и $\sigma_2 = 50$ для состояния E'' . Заданы значения цены ложной тревоги $C_{21} = 200$ и цены пропуска дефекта $C_{12} = 100$. Измеренное значение диагностического признака $K=15$. Определить на основании метода статистических решений, в каком из двух состояний находится техническая система.

3.4. Содержание отчета

Титульный лист

3.4.1. Цель работы

3.4.2. Перечень задач, содержащихся в контрольном задании, с решениями.

Выводы.

Библиографический список.

3.5. Контрольные вопросы

3.5.1. Дайте определение дисциплине “Техническая диагностика”.

3.5.2. Перечислите цели и задачи технической диагностики.

3.5.3. Дайте определение отдельного диагностического признака и системы признаков. Обоснуйте и приведите варианты количественной оценки информативности диагностических признаков относительно возможных состояний системы с точки зрения теории информации.

3.5.4. Дайте определение понятиям полноты контроля и глубины поиска отказов. Определите порядок расчета этих показателей.

3.5.5. Дайте общую характеристику задачи принятия решения при диагностике состояний технической системы.

3.5.6. Изложите правило принятия решений при диагностике состояний технической системы, основанное на использовании формулы Байеса.

3.5.7. Изложите правило принятия решений при диагностике состояний технической системы, основанное на методе статистических испытаний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Канарчук В.Е. Надёжность машин: учеб. пособие для вузов / В.Е. Канарчук, С.К. Полянский, М.М. Дмитриев.-К.: «Либідь», 2003.-320с.
2. Рябинин И.А. Надёжность, живучесть и безопасность корабельных электроэнергетических систем: учеб. пособие для вузов/ И.А. Рябинин, Ю.М. Парфёнов.-Санкт-Петербург: ВМА, 1997.-430с.
3. Карпенко В.А. Приводы измерительных приборов и автоматов и их надёжность: учеб. пособие для вузов / В.А. Карпенко, А.П. Васютенко, В.В. Севриков.-К.: ИЗМН, 1996.-256с.
4. Клюев В.В. Неразрушающий контроль и диагностика / В.В.Клюев, Ф.Р.Соснин, А.В.Ковалёв.-М.:Машиностроение, 2003.-656с.
5. Ивченко В.Д. Диагностика и отказоустойчивость технических систем. Методы обработки информации и принятия решений / В.Д.Ивченко.- М.: Машиностроение-1, 2006.-300с.
6. Глушенко П.В. Техническая диагностика: Учеб. пособие для вузов /В.П. Глушенко.- М.: «Вузовская книга», 2004.-248с.

Заказ № _____ от « ____ » _____ 200 ____ . Тираж _____ экз.
Изд-во СевНТУ