

Министерство образования и науки, молодежи и спорта
Украины
Севастопольский национальный технический университет
Факультет радиоэлектроники
Кафедра радиотехники и телекоммуникаций



ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Методические рекомендации
по изучению дисциплины
и выполнению контрольных работ
для студентов заочной формы обучения
направления 0509 — Радиотехника



Севастополь
2011

Электродинамика и распространение радиоволн: методические рекомендации по изучению дисциплины и выполнению контрольных работ для студентов заочной формы обучения направления 0509 — Радиотехника / Сост. **И.Л. Афонин, В.В. Саламатин.** — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2011. — 64 с.

Целью методических рекомендаций является оказание помощи студентам в изучении базовой радиотехнической дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн» и в выполнении контрольных работ, предусмотренных учебным планом направления.

Методические рекомендации рассмотрены и утверждены на заседании кафедры радиотехники и телекоммуникаций факультета радиоэлектроники СевНТУ, протокол № 12 от 2 июля 2011 года.

Допущены учебно-методическим центром СевНТУ в качестве учебно-методического пособия.

Рецензенты:

Савочкин А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций;

Бычков А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехнических систем

Академии ВМС имени П.С. Нахимова

Ответственный за выпуск:

заведующий кафедрой радиотехники и телекоммуникаций,
доктор техн. наук, профессор **Гимпелевич Ю.Б.**

Для замечаний и предложений

15. Семенов Н.А. Техническая электродинамика / Н.А. Семенов. — М.: Связь, 1973. — 300 с.
16. Фальковский О.И. Техническая электродинамика / О.И. Фальковский. — М.: Связь, 1978. — 356 с.
17. Векштейн Е.Г. Сборник задач по электродинамике / Е.Г. Векштейн. — М.: Высш. шк., 1966. — 288 с.
18. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. — М.: Наука, 1986. — 176 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Рабочая программа дисциплины	5
2. Перечень лабораторных работ	7
3. Методические рекомендации по изучению дисциплины	8
3.1. Характеристики электромагнитного поля	8
3.2. Система уравнения электромагнитного поля	8
3.3. Волновые уравнения и электродинамические потенциалы	9
3.4. Статические и стационарные поля	9
3.5. Основные методы решения задач электродинамики	10
3.6. Плоские электромагнитные волны в однородной и неоднородной средах	11
3.7. Направляющие системы и направляемые волны. Волноводы	12
3.8. Электромагнитные поля в объёмных резонаторах	13
3.9. Распространение радиоволн в свободном пространстве	13
3.10. Распространение земных волн	14
3.11. Тропосфера и её влияние на РРВ	15
3.12. Ионосфера и её влияние на РРВ	15
3.13. Особенности распространения радиоволн различных частотных диапазонов	16
3.14. Помехи радиоприёму	18
4. Задания на контрольные работы	19
4.1. Общие рекомендации	19
4.2. Требования к оформлению контрольных работ	19
4.3. Контрольная работа 1	20
4.4. Контрольная работа 2	23
4.5. Контрольная работа 3	25
5. Методические рекомендации к выполнению контрольных работ и основные теоретические сведения	29
5.1. Элементы векторного анализа	29
5.2. Уравнения Максвелла	31
5.3. Статические и стационарные электромагнитные поля	35
5.4. Плоские электромагнитные волны	38
5.5. Отражение и преломление плоских электромагнитных волн	41
5.6. Волноводы	44
5.7. Объёмные резонаторы	48
5.8. Распространение земных радиоволн	50
5.9. Тропосфера и её влияние на распространение радиоволн	53
5.10. Ионосфера и её влияние на РРВ	56
Библиографический список	61



ВВЕДЕНИЕ

Электродинамика и распространение радиоволн (ЭД и РРВ) — базовая дисциплина при подготовке радиоинженеров и специалистов радиоэлектронного профиля. Основная задача дисциплины — научить студентов основным методам анализа свойств электромагнитных волн (ЭМВ) в природных условиях и устройствах сверхвысоких частот (СВЧ). Особое внимание уделяется описанию свойств ЭМВ в направляющих системах (НС), объёмных резонаторах (ОР), природных средах. Эта дисциплина базируется на многих разделах дисциплин: высшая математика и физика. Наиболее важными из них являются:

- векторный анализ;
- теория поля;
- дифференциальные уравнения;
- электромагнетизм;
- электромагнитные колебания и волны.

«Электродинамика и РРВ» являются базовым курсом для таких дисциплин, как:

- антенны и устройства СВЧ;
- электронные приборы СВЧ и квантовые приборы;
- устройства микроволнового диапазона;
- радионавигационные приборы и системы;

Дисциплина «ЭД и РРВ» изучается в 5 и 6 семестрах. По каждой части сдаётся итоговый экзамен, выполняется лабораторный практикум и контрольные работы (требования образовательно-квалификационной характеристики направления 0509 — Радиотехника).

Все вопросы программы можно самостоятельно изучить по основной [1 — 4] и дополнительной литературе [5 — 18] с привлечением данного учебно-методического пособия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Шокало В.М. Електродинаміка та поширення радіохвиль. Ч.1. Основи теорії електромагнітного поля: підруч. для студентів ВНЗ / В.М. Шокало, В.І. Правда, В.А. Усін, В.С. Вунтесмері, Д.В. Грецьких; За аг. Ред.. В.М. Шокало та В.І. Правди. — Х.: ХНУРЕ, від-во «Колегіум», 2009. — 286 с.
2. Шокало В.М. Електродинаміка та поширення радіохвиль. Ч.2. Випромінювання та поширення електромагнітних хвиль: підруч. для студентів ВНЗ / В.М. Шокало, В.І. Правда, В.А. Усін, В.С. Вунтесмері, Д.В. Грецьких. — Х.: ХНУРЕ, від-во «Колегіум», 2009. — 435 с.
3. Саламатин В.В. Основы электродинамики (традиционной и геометрической): учеб. пособ. / В.В. Саламатин, И.Л. Афонин; Под ред. В.В. Саламатина. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2003. — 216 с.
4. Саламатин В.В. Основы геометрической электродинамики волноводов прямоугольного сечения: учеб. пособ. / В.В. Саламатин, И.Л. Афонин, С.Н. Бердышев. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2008. — 220 с.

Дополнительная литература

5. Федоров Н.Н. Основы электродинамики / Н.Н. Федоров. — М.: Высш. шк., 1980. — 399 с.
6. Марков Г.Т. Электродинамика и распространение радиоволн / Г.Т. Марков, Б.М. Петров, Г.П. Грудинская. — М.: Сов. радио, 1979. — 376 с.
7. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский. — М.: Сов. радио, 1976. — 543 с.
8. Долуханов М.П. Распространение радиоволн / М.П. Долуханов. — М.: Связь, 1972. — 336 с.
9. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ: учеб. для вузов по спец. «Электронные приборы и устройства автоматики» / А.Д. Григорьев. — М.: Высш. шк., 1990. — 335 с.
10. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн»: учеб. пособ. / С.И. Баскаков, В.Г. Карташов, Г.Д. Лобов и др.; Под ред. С.И. Баскакова. — М.: Высш. шк., 1981. — 208 с.
11. Витевский В.Б. Сборник упражнений и задач по электродинамическим дисциплинам / В.Б. Витевский, О.Н. Маслов, Э.А. Павловская. — М.: Радио и связь, 1996. — 197 с.
12. Вольман В.И. Техническая электродинамика / В.И. Вольман, Ю.В. Пименов. — М.: Связь, 1971. — 402 с.
13. Грудинская Г.П. Распространение радиоволн / Г.П. Грудинская. — М.: Высш. шк., 1975. — 280 с.
14. Гольдштейн Л.Д. Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.А. Зернов. — М.: Сов. радио, 1971. — 664 с.



Волны, поляризованные по кругу в разных направлениях, имеют разные фазовые скорости, что приводит к повороту плоскости поляризации исходной волны. Составляющие волны испытывают различные поглощения, что приводит к появлению эллиптической поляризации результирующего колебания и поворота большой оси эллипса. В пределе эллиптическая поляризация может перейти в круговую.

Волна, распространяющаяся нормально к силовым линиям постоянного магнитного поля, распадается на две составляющие. Вектор $\vec{E}$ первой составляющей волны совпадает по направлению с линиями постоянного магнитного поля, и магнитное поле не влияет на распространение этой составляющей волны. Такая волна называется обыкновенной. Вектор $\vec{E}$ второй составляющей волны нормален к силовым линиям постоянного магнитного поля. Эта волна распространяется с фазовой скоростью, определяемой диэлектрической проницаемостью по формуле

$$\epsilon_{\text{необ}} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\omega_n^2}{\omega^2}}. \quad (5.121)$$

и называется необыкновенной волной. Поле этой волны оказывается эллиптически поляризованным в плоскости распространения волны.

Наибольшее влияние на распространение радиоволн магнитное поле оказывает в том случае, когда рабочая частота близка к гирочастоте. В результате экспериментальных исследований установлено, что во внутренней ионосфере обычно существуют несколько неярко выраженных максимумов концентрации зарядов, называемых слоями ионосферы. Слои принято обозначать символами D , E , F , их основными параметрами являются: электронная плотность в максимуме ионизации $N_{i \max}$, высота нижней границы ионизации, полутолщина слоя, число столкновений электрона с тяжёлыми частицами V .

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Введение

Место и значение курса «Электродинамика и распространение радиоволн» в подготовке радиоинженеров. Основное содержание дисциплины. Краткий исторический очерк развития учений об электромагнетизме.

1.1. Характеристики электромагнитного поля

Векторы электромагнитного поля. Электромагнитные параметры среды. Виды сред: линейные, нелинейные, однородные, неоднородные, изотропные, анизотропные. Международная система электромагнитных единиц.

1.2. Система уравнений электромагнитного поля

Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах и их физический смысл. Уравнение непрерывности тока. Сторонние электрические и магнитные силы. Уравнения Максвелла в комплексной форме. Комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости. Граничные условия. Закон сохранения энергии для электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга. Теорема и вектор Пойнтинга в комплексной форме.

1.3. Волновые уравнения и электродинамические потенциалы

Волновые уравнения для векторов поля. Волновые уравнения для электродинамических потенциалов. Волновые уравнения для векторов Герца. Волновые уравнения в комплексной форме. Уравнения Гельмгольца.

1.4. Статистические и стационарные поля

Статистические и стационарные поля как частный случай электромагнитного поля. Система уравнений электростатики. Уравнения Пуассона и Лапласа. Метод зеркальных отображений. Электрическая ёмкость. Энергия электростатического и постоянных магнитных полей. Электрическое и магнитное поле постоянных токов. Векторный потенциал магнитного поля. Индуктивность и взаимоиנדуктивность.

1.5. Основные методы решения задач электродинамики

Постановка задачи в электродинамике. Внутренняя и внешняя задачи электродинамики. Краевые условия и условия излучения. Единственность решения задач электродинамики. Основные принципы и теоремы, используемые при решении задач электродинамики: принцип суперпозиции, теорема взаимности, теорема эквивалентности. Строгие методы решения задач электродинамики: метод запаздывающих потенциалов, метод разделения переменных, метод Кирхгофа. Приближенные методы решения задач электродинамики: метод геометрической оптики, метод волновой



оптики, метод краевых волн, метод геометрической теории дифракции, метод электродинамического модулирования.

1.6. Плоские ЭМВ в однородной и неоднородной средах

Решение волнового уравнения для плоских волн. Плоские электромагнитные волны в диэлектрике, полупроводнике, проводнике. Поляризация электромагнитных волн. Понятие о распространении электромагнитных волн в нелинейных и анизотропных средах. Излучение электромагнитных волн в однородной среде. Виды элементарных излучателей. Структура поля в ближней и дальней зонах.

Отражение и преломление линейно поляризованных волн на плоской границе раздела сред. Законы Снеллиуса и формулы Френеля. Угол Брюстера. Угол полного внутреннего отражения. Явление поверхностного эффекта. Граничные условия Леонтовича. Граничные условия на поверхность идеального проводника.

1.7. Направляющие системы и направляемые волны. Волноводы

Общие сведения о направляющих системах и направляемых волнах. Основные особенности волн: поперечных (T), магнитных (H_{mn}), электрических (E_{mn}). Прямоугольный металлический волновод: решение уравнения Гельмгольца для магнитных волн в волноводе. Критическая длина волны. Фазовая и групповая скорости. Длина волны в волноводе. Основная магнитная волна H_{10} . Электрические волны в прямоугольном волноводе. Основная электрическая волна E_{11} . Круглый металлический волновод. Электрические и магнитные волны в круглом волноводе. Характеристическое сопротивление волноводов и затухание электромагнитных волн в них. Выбор размеров волновода. Возбуждение волноводов и извлечение энергии из них. Замедляющие системы.

1.8. Электромагнитные поля в объёмных резонаторах

Объёмный резонатор как колебательная система с распределёнными параметрами. Прямоугольный объёмный резонатор. Типы колебаний в прямоугольном объёмном резонаторе. Собственная частота и добротность прямоугольного резонатора. Цилиндрические и объёмные резонаторы. Тороидальные резонаторы. Возбуждение объёмных резонаторов.

1.9. Распространение радиоволн в свободном пространстве

Классификация радиоволн по способам распространения и частотному диапазону. Виды радиоволн и их назначение. Законы распространения прямых волн.

Сферичность Земли и ионосферы ограничивает максимальный угол падения волны на ионосферу

$$\sin \theta_{1\max} = \frac{R_3}{R_3 + h_0}, \quad (5.116)$$

где h_0 — высота ионосферного слоя с максимальной N_3

$$f_{1\max\max} \approx \frac{9 \sqrt{N_{3\max}}}{\cos \theta_{1\max}}. \quad (5.117)$$

Практически от ионосферы могут отражаться волны длиннее 10 м.

Ионизированный газ атмосферы находится в постоянном магнитном поле, напряжённость которого составляет 40 А/м. Присутствие постоянного магнитного поля изменяет условия движения электронов, благодаря чему и изменяются электрические параметры ионизированного газа. Вращение электрона в постоянном магнитном поле называется гиромагнитным резонансом, а частота f_H — частотой гиромагнитного резонанса

$$f_H = \frac{1}{2\pi} \frac{e}{m_e} \mu_0 H_0 = 1,4 \text{ МГц}. \quad (5.118)$$

Диэлектрическая проницаемость ионизированного газа в присутствии постоянного магнитного поля, является не скалярным коэффициентом, а некоторым более сложным оператором, называемым тензором.

При рассмотрении линейно — поляризованной волны в направлении постоянного магнитного поля, её удобно представить в виде двух волн с круговой поляризацией. Для составляющей волны с вращением вектора $\vec{E}_1$ по часовой стрелке

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega - \omega_H)} = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\omega_H}{\omega}}. \quad (5.119)$$

Выражения для относительной диэлектрической проницаемости составляющих волны с вращением вектора $\vec{E}_2$ против часовой стрелки, имеет вид

$$\epsilon_2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega_H}{\omega}}. \quad (5.120)$$



$$\sqrt{\varepsilon_n} = \sin \theta_1, \quad (5.111)$$

где θ_1 — угол падения волны на нижнюю границу ионосферы. Подставив в (5.111) выражение для диэлектрической проницаемости, получим

$$\sin \theta_1 = \sqrt{1 - \frac{81N_3}{f^2}}. \quad (5.112)$$

Следовательно, при определённой электронной плотности волна данной частоты отразится только в том случае, если угол падения θ_1 , равен или превышает величину, определяемую (5.112). Чем больше N_3 , тем при меньших значениях угла θ_1 возможно отражение. Угол $\theta_{кр1}$, при котором в данных условиях ещё возможно отражение, называют критическим углом.

Из выражения (5.112) можно определить максимальную рабочую частоту волны, которая отражается от ионосферы при заданных величинах N_3 и θ_1

$$f = \frac{9\sqrt{N_3}}{\cos \theta_1}. \quad (4.113)$$

если волна падает нормально на слой ионосферы ($\theta_1 = 0$), то с учётом (5.106)

$$f = 9\sqrt{N_3} = f_0. \quad (5.114)$$

При нормальном падении волны отражение происходит на той высоте, где рабочая частота равна собственной частоте плазмы, и, следовательно, $\varepsilon = 0$.

Максимальная частота, при которой волна отражается в случае вертикального падения на ионосферный слой, называемый критической частотой $f_{кр}$ (отражение происходит вблизи максимума ионизации)

$$f_{кр} = 9\sqrt{N_{max}}. \quad (5.115)$$

Если рабочая частота больше критической, то при нормальном падении волны на ионосферу, отражение не происходит и волна уходит в космическое пространство. Коэффициент отражения равен нулю.

1.10. Распространение земных волн

Распространение волн над плоской Землёй при поднятых антеннах. Интерференционная формула Введенского. Расстояние прямой видимости. Учёт сферичности Земли. Формула Шулейкина — Ван-дер-Поля. Распространение радиоволн над неровной и неоднородной трассой. Дифракция радиоволн на сферической поверхности Земли.

1.11. Тропосфера и её влияние на РРВ

Электрофизические параметры тропосферы. Показатель преломления и индекс преломления. Тропосферная рефракция. Виды тропосферной рефракции. Эквивалентный радиус Земли. Ослабление радиоволн в тропосфере.

1.12. Ионосфера и её влияние на РРВ

Свойства ионосферы. Диэлектрическая проницаемость и проводимость ионизированного газа. Фазовая и групповая скорости РРВ в ионизированном газе. Поглощение и нелинейные свойства ионизированного газа. Преломление и отражение радиоволн в ионосфере. Влияние магнитного поля Земли на РРВ в ионизированном газе. Экспериментальные данные о строении ионосферы.

1.13. Особенности распространения радиоволн различных частотных диапазонов

Земные и ионосферные волны. Дневные и ночные условия распространения. Замирания. Распространение УКВ в пределах прямой видимости. Нерегулярные и регулярные случаи распространения УКВ за пределы прямой видимости. Распространение УКВ на космических радиолиниях. Распространение оптических волн.

1.14. Помехи радиоприёму

Классификация видов помех. Методы расчёта уровня помех; относительное влияние каждого вида помех в различных диапазонах частот. Постановка задачи об электромагнитной совместимости.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

- 2.1. Исследование электромагнитного поля основной волны в прямоугольном волноводе.
- 2.2. Исследование дисперсионных свойств волноводной линии передачи.
- 2.3. Исследование волноводного ответвителя вращающейся поляризации.
- 2.4. Исследование поляризации электромагнитных волн.
- 2.5. Исследование отражения и преломления электромагнитных волн.
- 2.6. Исследование электромагнитного поля прямоугольного резонатора.



3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Основной целью при изучении дисциплины является понимание уравнений Максвелла, их физического смысла и применение этих уравнений для решения прикладных задач радиотехники.

Методика и последовательность изучения курса соответствует перечню тем и методическим указаниям по их изучению, приведённых ниже.

Материал каждой темы насыщен сложными математическими соотношениями, физическая интерпретация которых зачастую достаточно сложна, поэтому изучение материала требует серьёзной, вдумчивой работы.

3.1. Характеристики электромагнитного поля

В настоящем подразделе студент должен усвоить, что электромагнитное поле полностью характеризуется двумя основными и четырьмя дополнительными векторами, которые определяются из физических законов. Электромагнитное поле существует и рассматривается в различных средах, которые классифицируются по виду зависимости их электромагнитных параметров от времени и пространственных координат, а также от величины и направления векторов электромагнитного поля, существующего в данной среде. Все математические соотношения данного курса записываются в международной системе единиц СИ.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.1.1. В чём заключается физический смысл векторов, характеризующих электромагнитное поле?

3.1.2. Какой вид имеют материальные уравнения для векторов электромагнитного поля?

3.1.3. Как классифицируются среды?

3.2. Система уравнений электромагнитного поля

В этом подразделе необходимо уяснить, что уравнения Максвелла являются результатом обобщения большого числа физических законов теории электромагнетизма, представляют собой фундаментальные зависимости макроскопической электродинамики, позволяющие получить все основные соотношения теории электромагнитного поля. Следует обратить внимание на то, что источниками электромагнитного поля в соответствии с уравнениями Максвелла являются электрические заряженные частицы; что электромагнитное поле как вид материи обладает энергией, для которой выполняется закон сохранения и превращения. Аналитическим представлением этого закона является уравнение баланса электромагнитной энергии — теорема Умова — Пойнтинга.

$$E = E_{om} e^{-ikr} = E_{om} e^{-ik_0 \sqrt{\varepsilon} r} = E_{om} e^{-ik(-i\sqrt{\varepsilon})r} = E_{om} e^{-k_0 \sqrt{\varepsilon} |r|},$$

откуда следует что в ионизированной среде при $\omega < \omega_0$ электромагнитные колебания не распространяются и затухают по экспоненциальному закону.

Фазовая скорость распространения волны в ионизированном газе равна

$$V_\phi = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}, \quad (5.108)$$

а групповая скорость —

$$V_{гр} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}. \quad (5.109)$$

Ионизированный газ является диспергирующей средой. Поглощение радиоволн в ионизированном газе связано со столкновениями электронов с тяжёлыми частицами и передачи им энергии, полученной от электромагнитной волны.

Величина коэффициента поглощения зависит от соотношения частоты ω и частоты столкновения ν . Для ионосферных слоёв число столкновений $\nu = (10^3 \dots 10^7) \text{ с}^{-1}$.

При $\nu = 10^7 \text{ с}^{-1}$ условие $\omega = \nu$ выполняется для волны длиной около 200 м; при этом коэффициент поглощения будет максимальным. При $\omega < \nu$ коэффициент поглощения уменьшается.

Электронная плотность ионосферы сначала возрастает с высотой над земной поверхностью, на высоте (300 ... 400) км имеет максимум, а затем убывает. Следовательно, диэлектрическая проницаемость ионосферы убывает с высотой, имеет минимум на высоте максимума электронной плотности и возрастает до единицы при дальнейшем увеличении расстояния от Земли. В этой неоднородной среде траектория волны искривляется, что может привести к отражению радиоволн. Уравнение движения волны запишется так же, как и для случая РРВ в слоистой тропосфере

$$\sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta_1 = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \theta_2 = \dots = \sqrt{\varepsilon_n} \sin \theta_n. \quad (5.110)$$

На нижней границе ионосферы величину ε_1 можно принять равной единице. Угол полного отражения равен 90 градусов. Тогда в глубине ионосферы, где происходит отражение волны, коэффициент преломления



колебаний и заряженных частиц. Ионизацию могут производить электромагнитные волны длиной менее 0,1 мкм, лежащие в ультрафиолетовой и частично в рентгеновской частях спектра (фотоионизация), а также быстролетающие заряженные частицы (ударная ионизация). Относительная диэлектрическая проницаемость ионизированного газа определяется выражением

$$\varepsilon = 1 - \frac{N_3 e^2}{\varepsilon_0 m_3 \omega^2}. \quad (5.104)$$

Здесь потери не учитываются.

Подставляя числовые значения ε , m_3 , ε_0 получим основную расчетную формулу для определения относительной диэлектрической проницаемости ионизированного газа

$$\varepsilon = 1 - \frac{81 N_3 \left[\frac{\text{ЭЛ}}{\text{см}^3} \right]}{f^2 [\text{кГц}]}. \quad (5.105)$$

Физической причиной уменьшения ε является отставание фазы тока, создаваемого движением зарядов, от фазы тока смещения в свободном пространстве на 180 градусов. Можно найти круговую частоту $\omega = \omega_0$, при которой выполняется условие $\varepsilon = 0$ и соответствующую её частоту f_0

$$\omega_0^2 = \frac{N_3 e^2}{\varepsilon_0 m_3}; \quad f_0^2, \text{ кГц} = 81 N_3 \left[\frac{\text{ЭЛ}}{\text{см}^3} \right]. \quad (5.106)$$

Частота ω_0 называется собственной частотой ионизированного газа, или частотой Ленгмюра.

Выражение (5.106) можно переписать иначе, пользуясь понятием собственной частоты ионизированного газа

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = 1 - \frac{f_0^2}{f^2}. \quad (5.107)$$

При $\omega < \omega_0$, ε оказывается меньше нуля. При этом

В практических приложениях часто используется гармоническая зависимость во времени величин, входящих в уравнение Максвелла, поэтому для их представления удобно применять символический метод.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.2.1. Какие экспериментальные законы лежат в основе уравнений Максвелла?

3.2.2. В чем состоит физический смысл тока смещения?

3.2.3. Что связывают между собой уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах?

3.2.4. Какие энергетические составляющие могут входить в уравнение баланса энергии электромагнитного поля?

3.2.5. Как записывается выражение для вектора Пойнтинга в случае гармонических во времени полей?

3.3. Волновые уравнения и электродинамические потенциалы

Из уравнений Максвелла следует, что электромагнитное поле может существовать в виде электромагнитных волн. Адекватными соотношениями, описывающими волновой характер электромагнитного поля, являются волновые уравнения – дифференциальные уравнения второго порядка в частных производных, которые могут быть получены непосредственно из уравнений Максвелла (дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка). Для решения различного рода прикладных задач используются обычно волновые уравнения для векторов поля, для электродинамических потенциалов и вектора Герца.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.3.1. Какие виды волновых уравнений используют для решения электродинамических задач?

3.3.2. В чём заключается смысл калибровочного соотношения?

3.3.3. В чём состоит отличие уравнений Даламбера и Гельмгольца от обобщенного волнового уравнения?

3.3.4. Имеется ли разница между векторным потенциалом и вектором Герца в случае гармонического электромагнитного поля?

3.4. Статические и стационарные поля

Уравнения стационарных и статических полей получаются как частный случай из уравнений электродинамики (уравнений Максвелла) при условии, что источники электромагнитного поля либо стационарны (не зависят от времени), либо, кроме того, ещё и неподвижны (статичны). Стационарные и статические поля материальны, для них выполняется закон сохранения и превращения энергии, но они не носят волнового характера и в уравнениях,



описывающих их поведение, не содержит временной зависимости (например, уравнения Пуассона и Лапласа).

Контрольные вопросы для самопроверки

- 3.4.1. При каких условиях система уравнений Максвелла распадается на системы электро- и магнитостатики?
- 3.4.2. В чём заключается суть метода зеркальных отображений?
- 3.4.3. Чем определяется величина энергии электростатического поля?
- 3.4.4. В чём состоит отличие стационарных электромагнитных от статических полей?
- 3.4.5. Какой вид имеют уравнения второго порядка в частных производных для статических и стационарных полей?
- 3.4.6. Какие методы используются для решения задач электростатики?

3.5. Основные методы решения задач электродинамики

При изучении настоящего раздела студенты должны познакомиться с особенностями формулировки и решения внутренних и внешних задач электродинамики, знать условия единственности решения электродинамических задач для ограниченных и безграничных объёмов пространства, основные принципы и теоремы, используемые при построении решений практических задач. Изучить основные строгие и приближённые методы решения, обратив внимание на то, что результаты решения задачи, полученные разными приближёнными методами, отличаются друг от друга.

Контрольные вопросы для самопроверки

- 3.5.1. Как формулируются внутренние и внешние задачи в электродинамике?
- 3.5.2. В чём состоит роль условия излучения при решении внешних задач?
- 3.5.3. Как формулируется теорема о единственности решения задач электродинамики?
- 3.5.4. Для каких сред выполняется теорема взаимности и в чём заключается её сущность?
- 3.5.5. Что лежит в основе метода запаздывающих потенциалов?
- 3.5.6. Когда возможно использование метода запаздывающих потенциалов?
- 3.5.7. К каким методам решения – строгим или приближённым – относится метод Кирхгофа?
- 3.5.8. При каких приближениях используются методы геометрической и волновой оптики?

$$r'_0 = \sqrt{2KR_3} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}). \quad (5.101)$$

В условиях нормальной рефракции

$$r'_0 = 4,15 (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}), \text{ км}. \quad (5.102)$$

Здесь h_1 и h_2 измеряются в метрах.

При нормальной тропосферной рефракции расстояние прямой видимости возрастает на 15 %.

Если коэффициент преломления уменьшается с высотой со скоростью

$$\frac{dn}{dh} < 15,7^{-5} \text{ км} = \frac{1}{R_{33}},$$

то наступает полное внутреннее отражение волны в тропосфере и луч возвращается на земную поверхность. Условия, необходимые для появления сверхрефракции, связаны с метеорологическим режимом, в частности, с температурной инверсией.

Когда область сверхрефракции занимает значительное расстояние над земной поверхностью, УКВ могут быть приняты на весьма больших удалениях от передатчика.

Радиоволна распространяется путём последовательного чередования двух явлений: рефракции в тропосфере и отражения от земной поверхности, то есть в условиях тропосферного волновода. Критическая длина волны связана с высотой волновода соотношением

$$\lambda_{\text{кр}} = 8 \cdot 10^{-4} h_{\text{В}}^{\frac{3}{2}}. \quad (5.103)$$

Высота тропосферных волноводов достигает нескольких десятков метров, следовательно, волноводное распространение возможно только для сантиметровых и дециметровых волн.

5.10. Ионосфера и её влияние на распространение радиоволн

Газ ионосферы частично или полностью ионизирован и содержит большое число свободных электронов. Число электронов, содержащихся в единице объёма воздуха, называется электронной плотностью и обозначается N_e . Благодаря наличию в верхних слоях атмосферы электронов и ионов, происходит преломление и отражение радиоволн.

Основным источником, дающим энергию для ионизации атмосферы, является солнце, которое излучает широкий спектр электромагнитных



рассмотрении затухания, различают два явления: поглощение радиоволн каплями воды и рассеяние их в скоплении капель воды. Кроме этих видов затухания, миллиметровые волны испытывают добавочное поглощение в молекулах водяного пара и кислорода на определённых частотах.

Изменение коэффициента преломления с высотой приводит к рефракции волн в тропосфере, то есть, к искривлению её траектории. Если пренебречь кривизной Земли, то уравнение траектории волны запишется следующим образом

$$n \sin \theta = \text{const}, \quad (5.98)$$

где — n и θ текущие значения коэффициента преломления и угла падения волны соответственно.

В случае пологих лучей (0 до 90 градусов) и $n \approx 1$ радиус кривизны траектории волны определяется выражением

$$\rho = \frac{1}{-\left(\frac{dn}{dh}\right)}. \quad (5.99)$$

Знак минус показывает, что траектория имеет положительную кривизну, то есть обращена выпуклостью вверх, когда коэффициент преломления n убывает с высотой ($\frac{dn}{dh} < 0$).

Чтобы учесть влияние тропосферной рефракции на РРВ, картину распространения волн по криволинейной траектории вблизи реальной земной поверхности, заменяют картиной распространения волн по прямолинейной траектории вблизи поверхности Земли с изменённым радиусом R_{33} .

Понятием эквивалентного радиуса земного шара можно пользоваться в том случае, когда n меняется с высотой по линейному закону

$$R_{33} = \frac{R_3}{1 + R_3 \frac{dn}{dh}}. \quad (5.100)$$

Выпрямленный луч проходит над эквивалентным земным шаром на той же высоте, что и криволинейный луч над реальной земной поверхностью.

Отношение $\frac{R_{33}}{R_3} = K = \frac{4}{3}$, если $\frac{dn}{dh} = -4 \cdot 10^{-5}$ км. Такая рефракция называется нормальной тропосферной рефракцией, при этом $\rho = 2500$ км. С учётом рефракции, расстояние прямой видимости равно

3.6. Плоские электромагнитные волны в однородной и неоднородной средах

При изучении настоящего раздела, следует найти метод разделения переменных в декартовых координатах решение Гельмгольца для векторов электромагнитного поля в виде плоских волн. При этом необходимо обратить внимание на различные математические формы записи выражений для плоской волны, взаимную ориентацию векторов напряжённости электрического и магнитного полей и вектора Пойнтинга, а также на связь между ними и электромагнитными параметрами среды. Обратить внимание на особенности распространения плоской волны в диэлектрике, полупроводнике. Учесть специфику распространения плоской волны в средах с проводимостью, которая заключается в экспоненциальном убывании амплитуды с расстоянием и появлении дугового сдвига между векторами напряжённости, а также явление дисперсии, заключающейся в зависимости от частоты фазовой и групповой скорости распространения электромагнитных волн.

При изучении вопроса излучения электромагнитных волн в однородной среде необходимо уяснить постановку задачи, а также то, что излучение вызывается только заряженными частицами, движущимися с ускорением. Студент должен усвоить цель введения понятия элементарного излучателя, виды моделей элементарных излучателей и методы расчета их характеристик. Следует обратить внимание на особенности распределения электромагнитного поля элементарного излучателя в зависимости от расстояния и угловых координат: при этом нельзя забывать, что в дальней зоне присутствует лишь активная составляющая потока энергии, в то время как в ближайшей зоне имеет место активная и реактивная составляющие. Необходимо также знать основные технические характеристики излучателей, такие, как диаграмма направленности, мощность и сопротивление излучения, коэффициент направленного действия.

При излучении вопросов отражения и преломления электромагнитной волны на плоской границе раздела уяснить постановку задачи и физики явлений. Следует изучить содержание и смысл понятий: плоскость падения, плоскость отражения, угол Брюстера, угол полного внутреннего отражения, поверхностный эффект, поляризация плоских волн.

Контрольные вопросы для самопроверки

- 3.6.1. Какие основные свойства плоской электромагнитной волны?
- 3.6.2. Какой характер носит волновое число в диэлектрической, полупроводящей и проводящей средах?
- 3.6.3. В чём заключаются особенности распространения плоской волны в полупроводящей среде, по сравнению со средами диэлектрической и проводящей?



3.6.4. Какова природа явления дисперсии при распространении плоской волны в полупроводниковой среде?

3.6.5. К чему приводит нелинейность и анизотропия среды при распространении плоской волны?

3.6.6. Какие виды поляризации могут иметь место в задачах электродинамики?

3.6.7. Для чего вводится понятие элементарного излучателя?

3.6.8. Как формулируется задача излучения электромагнитных волн элементарным излучателем?

3.6.9. На какие зоны принято делить пространство в зависимости от расстояния до излучателя, каковы критерии деления?

3.6.10. Какие энергетические составляющие электромагнитного поля имеют место в различных зонах излучения?

3.6.11. Какие модели используются для описания элементарных излучателей?

3.6.12. В чём заключается физика явлений отражения и преломления плоской волны на границе раздела?

3.6.13. Как определяется поляризация электромагнитной волны, падающей на границу раздела?

3.6.14. В чём заключается физический смысл явления полной поляризации?

3.6.15. Как изменяются модуль и фаза коэффициента отражения при падении плоской волны на границу раздела?

3.7. Направляющие системы и направляемые волны. Волноводы

В данном разделе следует изучить виды направляющих систем, типы и основные особенности электромагнитных волн, распространяющихся в них. Рассмотреть решение волнового уравнения в прямоугольном и круглом волноводах, обратив внимание на то, что решение получается в виде суперпозиции различных типов колебаний. Уяснить основные параметры, характеризующие работу волновода, такие, как критическая длина волны, длина волны в волноводе, фазовая и групповая скорости, характеристическое сопротивление волновода. Необходимо знать и уметь выбрать размеры волновода при работе на заданном типе колебаний. Следует также иметь представление о распространении токов на стенках волновода и системах возбуждения и связи волноводов.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.7.1. Какие типы направляющих систем рассматриваются в электродинамике?

3.7.2. В чём заключается отличие электрических, магнитных и поперечных электромагнитных волн?

Формулы для расчета напряжённости электрического поля над неоднородной трассой учитывают самые простые случаи, состоящие из двух или трёх однородных участков. Они получены Фейнбергом.

5.9. Тропосфера и её влияние на распространение радиоволн

С точки зрения распространения радиоволн атмосферу разделяют на три области: тропосферу — от поверхности Земли до (10 ... 15) км; стратосферу — от (10 ... 15) км до 60 км и ионосферу — от 60 км примерно до $(15 ... 20) \cdot 10^3$ км.

Относительная диэлектрическая проницаемость ε тропосферы очень незначительно превышает единицу, однако, изменение ε во времени и пространстве существенно влияют на распространение радиоволн, особенно УКВ. Выражение для определения ε имеет вид

$$\varepsilon = 1 + \left[\frac{157}{T} \left(P + \frac{4800 P_n}{T} \right) \right] \cdot 10^{-8}. \quad (5.97)$$

Коэффициенты, стоящие перед величинами P , T , P_n в этой формуле, определены экспериментально. Подставляя их значения и выражая суммарное давление P и парциальное давление пара P_n в Паскалях, температуру T в абсолютных градусах, рассчитывают ε . Часто в расчетах оперируют с коэффициентом преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$. В силу малого отличия n от единицы удобнее пользоваться величиной $N = (n - 1) \cdot 10^6$, называемой индексом преломления тропосферы. Вблизи земной поверхности индекс преломления зависит от климатических и метеорологических условий и колеблется в пределах (260 ... 460). В нормальной тропосфере значение N изменяется с высотой линейно, причём для средних широт градиент изменения с высотой составляет

$$\frac{dN}{dh} = -40 \text{ км}^{-1} \quad \text{или} \quad \frac{dN}{dh} = -4 \cdot 10^{-5} \text{ км}^{-2}.$$

В реальных условиях зависимость N от высоты более сложная.

При распространении в тропосфере напряжённость поля радиоволн сантиметрового и более коротковолновых диапазонов испытывают затухания, связанные с частичным преобразованием электромагнитной энергии в другие виды энергии и с рассеянием.

Основной причиной затухания радиоволн в тропосфере является наличие капель воды, присутствующих здесь в виде тумана и дождя. При



между передающей и приёмной антенны, когда прямая, соединяющая эти антенны, касается земной поверхности

$$r_0 = \sqrt{2R_3}(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}), \quad (5.92)$$

где R_3 — радиус Земли ($R_3 = 6370$ км).

При расстоянии $r < 0,8r_0$ можно пользоваться формулой (5.91), подставляя в неё вместо действительных высот антенн h_1 и h_2 приведённые высоты h_1' и h_2'' , которые отсчитываются от плоскости, касательной земному шару.

Напряжённость электрического поля при распространении волны над полупроводящей поверхностью, когда $\lambda \gg h$, рассчитывается по формуле Шулейкина — Ван дер Поля

$$E_m = \frac{\sqrt{120P_1 D_1}}{r} F, \quad (5.93)$$

где F — множитель ослабления, определяемый выражением

$$F = \frac{2 + 0,3\rho}{2 + \rho + 0,6\rho^2}. \quad (5.94)$$

Параметр ρ , называемый численно расстоянием, равен

$$\rho = \frac{\pi}{\lambda \sqrt{\varepsilon^2 + (60\lambda\sigma)^2}}. \quad (5.95)$$

Он зависит от длины волны, электрических свойств почвы (ε , δ), протяжённости трассы r .

При $\rho > 20$ величина F изменяется обратно пропорционально численному расстоянию ρ , причём

$$F = \frac{1}{2\rho}. \quad (5.96)$$

3.7.3. Какие граничные условия используют при решении волнового уравнения в волноводе?

3.7.4. При каких условиях наблюдается распространение электромагнитной энергии в волноводе?

3.7.5. В каких пределах могут меняться фазовая и групповая скорости электромагнитных волн в волноводе?

3.7.6. Какой тип колебаний принято называть основным?

3.7.7. Исходя из каких условий, производится выбор поперечного сечения волновода?

3.7.8. Каким образом можно возбудить электромагнитные колебания в волноводе, и каковы требования, предъявляемые к устройствам возбуждения?

3.8. Электромагнитные поля в объёмных резонаторах

При изучении этого раздела необходимо чётко уяснить назначение и конструктивные особенности различных видов объёмных резонаторов. Ознакомиться с методом решения волнового уравнения для прямоугольного объёмного резонатора, типами и структурами простейших колебаний в нём, а также с методами расчета добротности резонатора. Следует знать основные типы колебаний в цилиндрических объёмных резонаторах, способы определения собственной резонансной частоты и размеров резонатора, методы возбуждения резонаторов.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.8.1. Какие типы объёмных резонаторов используются в микроволновой технике?

3.8.2. Какие типы колебаний могут существовать в объёмных резонаторах?

3.8.3. Как определяется добротность объёмного резонатора?

3.8.4. Как определяются размеры волноводных объёмных резонаторов?

3.8.5. Какие способы возбуждения резонаторов используются на практике?

3.9. Распространение радиоволн в свободном пространстве

В этом разделе изучаются законы распространения прямой волны. Они потребуются в дальнейшем при изучении земной, тропосферной, ионосферной волн. Необходимо знать вывод и окончательный вид формул напряжённости поля, мощности на входе приёмника и потерь при распространении.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.9.1. Какая область диапазона электромагнитных колебаний называется радиоволнами? Классификация радиоволн по диапазонам.



3.9.2. Свободное распространение радиоволн и его практическое значение.

3.9.3. Особенности распространения прямой, земной, тропосферной и ионосферной волны.

3.9.4. Как определяется величина вектора Пойнтинга Π и напряжённость электрического поля E изотропного излучателя на расстоянии R при излучаемой мощности P ?

3.9.5. Какую напряжённость поля на расстоянии 200 км создаёт антенна с действующей длиной 20 метров при силе тока в пучности 25 А на частоте 2,5 МГц?

3.10. Распространение земных волн

Уяснить связь между напряжённостью поля в свободном пространстве и полем в реальных условиях, отчётливо представлять смысл термина «поднятая антенна» и условия применимости лучевой трактовки при определении множителя ослабителя; знать вывод интерференционной формулы Введенского и условия её применимости; уметь вычислить расстояние прямой видимости.

При изучении распространения радиоволн вдоль поверхности Земли обратить особое внимание на формулу Шулейкина – Ван дер Поля, выражение численного расстояния и множителя ослабления. Ясно представлять картину распространения волны над трассой из двух однородных участков и вид графика множителя ослабления трассы из трёх однородных участков. Чётко представлять способ учёта влияния сферичности земной поверхности в интерференционных формулах с помощью замены геометрических высот антенн приведёнными высотами и дифракцию радиоволн на сферической поверхности Земли.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.10.1. Что такое поднятая антенна? В каких диапазонах волн применяются такие антенны?

3.10.2. Как учитывается влияние земной поверхности на напряжённость поля в точке приёма?

3.10.3. Как изменится диаграмма направленности излучателя, помещенного вблизи поверхности Земли?

3.10.4. Расчёт поля антенны, расположенной непосредственно у поверхности Земли.

3.10.5. Определите дальность прямой видимости, если высоты передающей и приемной антенн соответственно равны 100 и 25 метров.

3.10.6. Рассчитайте напряжённость поля с частотой 1,5 МГц на расстоянии 800 км, излучаемой мощности 6 кВт при распространении волны над морем.

где D_1 — коэффициент направленного действия приёмной антенны. В случае, когда излучателем является элементарный вертикальный вибратор, следует учитывать диаграмму направленности самого вибратора

$$E_m = \frac{\sqrt{60 P_1 D_1}}{r} F \sin \theta, \quad (5.88)$$

где θ — угол между осью вибратора и направлением волны.

Поле элементарного электрического вибратора, поднятого над плоской земной поверхностью ($h_1 \ll \lambda$), описывается выражением

— для вертикального вибратора

$$E_m = \frac{\sqrt{60 P_1 D_1}}{r} \cdot \sin \theta \sqrt{1 + \Gamma_B^2 - 2 \Gamma_B \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2h_1 \cos \theta \right)}; \quad (5.89)$$

— для горизонтального вибратора

$$E_m = \frac{\sqrt{60 P_1 D_1}}{r} \sqrt{1 + \Gamma_\Gamma^2 - 2 \Gamma_\Gamma \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2h_1 \cos \theta \right)}, \quad (5.90)$$

где Γ_B , Γ_Γ — модули коэффициентов отражения вертикально и горизонтально поляризованных волн соответственно.

В наиболее важном для распространения УКВ вдоль поверхности Земли случае пологих лучей (от 0 до 90 градусов) формула (5.90) упрощается. Тогда, приближённо можно считать $\Gamma_\Gamma = 1$, $\theta = 180^\circ$ то есть

$$E_m = \frac{\sqrt{60 P_1 D_1}}{r^2} \cdot \frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda}, \frac{B}{M}, \quad (5.91)$$

где h_1 — высота подъёма приёмной антенны.

Эта интерференционная формула впервые была получена Б.А. Введенским. Учёт сферичности земной поверхности при пользовании интерференционными формулами осуществляется путём введения понятия расстояния r_0 прямой видимости, которое определяется как расстояние



где $E_{\max}$ — максимальная амплитуда напряжённости электрического поля в резонаторе.

Добротность объёмного резонатора определяет как отношение энергии электромагнитного поля, запасённой в резонаторе, к энергии теряемой за период собственных колебаний.

Для колебаний типа H_{101} в прямоугольном резонаторе

$$Q = \frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \cdot \frac{abl(a^2 + l^2)}{a^3(l + 2b) + l^3(a + 2b)}. \quad (5.84)$$

Если резонатор заполнен диэлектриком с потерями, то результирующая добротность Q_p равна

$$Q_p = \frac{1}{\frac{1}{Q} + \operatorname{tg} \delta_s}. \quad (5.85)$$

5.8. Распространение земных радиоволн

Распространение радиоволн (РРВ) в природной среде характеризуются выражениями, описывающими условия РРВ в свободном пространстве, с внесёнными в них множителями, учитывающих влияние конкретных условий.

Амплитуда напряжённости электрического поля, создаваемая направленной антенной в произвольном направлении

$$E_m = \frac{\sqrt{60 P_1 D_1}}{r} F, \frac{\text{В}}{\text{м}}. \quad (5.86)$$

где D_1 — коэффициент направленного действия антенны передатчика; P_1 — излучаемая мощность; r — расстояние от антенны передатчика; F — множитель ослабления.

Выражение для мощности, создаваемой в приёмной антенне

$$P_2 = P_1 \frac{D_1 D_2 \lambda^2}{(4\pi r)^2} F^2, \quad (5.87)$$

3.11. Тропосфера и её влияние на РРВ

Необходимо ясно представить состав и строение тропосферы, её параметры, свойства «нормальной тропосферы», зависимость индекса преломления от метеорологических параметров. Изучаемый в разделе материал даёт теоретическую основу для описания процесса распространения тропосферных волн. Главная их особенность — исправление траектории волны, которое при благоприятных условиях резко увеличивают дальность действия радиостанций. Необходимо усвоить вывод выражения для радиуса кривизны траектории, знать классификацию видов рефракции, иметь представление об эквивалентном радиусе Земли. Надо знать основные факторы, определяющие поглощение волн в тропосфере.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.11.1. Высота тропосферы и определяющие её факторы «нормальная тропосфера» и её свойства.

3.11.2. Связь индекса преломления с коэффициентом преломления и диэлектрической проницаемостью. Зависимость индекса преломления от метеорологических параметров тропосферы.

3.11.3. Профиль индекса преломления нормальной тропосферы.

3.11.4. Тропосферная рефракция, её причины.

3.11.5. Каков радиус кривизны траектории волны, если градиент индекса преломления

$$dn/dh = 0,02 \text{ 1/м?}$$

3.11.6. Виды тропосферной рефракции. Форма траектории волны, значение градиента индекса преломления для каждого вида рефракции.

3.12. Ионосфера и её влияние на РРВ

Изучить способы исследования верхних слоёв атмосферы, механизм и источники ионизации, распределение ионизации на высоте в однородной атмосфере. Обязательно знание процессов распространения радиоволн в однородном ионизированном газе, его эквивалентных параметров. Необходимо уяснить физическую картину распространения радиоволн в ионизированном газе при наличии постоянного магнитного поля (вращения плоскости поляризации, расщеплении волны на обыкновенную и необыкновенную составляющие). Зависимость диэлектрической проницаемости ионизированного газа от частоты. Нужно внимательно изучить законы преломления и отражения радиоволн в ионосфере и вытекающие из них заключения о существовании критических и максимальных частот, ограничивающих сверху диапазон частот, способных распространиться за счёт отражений от ионосферы. Исследование верхней атмосферы с помощью ионосферных станций позволяет установить распределение ионизации по высоте.



Контрольные вопросы для самопроверки

3.12.1. Ионизация атмосферы. Частота ионизирующих излучений. Энергия частиц, необходимая для ударной ионизации.

3.12.2. Основные источники ионизации. Связь интенсивности ионизации атмосферы с солнечной активностью. Распределение интенсивности ионизации на высоте однородной атмосферы. Причины возникновения максимума интенсивности ионизации в однородной атмосфере.

3.12.3. Распределение электронной концентрации по высоте реальной атмосферы. Свойства ионизирующих слоёв D , E , $F1$, $F2$. Зависимость электронной концентрации слоя E от времени суток и года. Стерадический слой E_s и его особенности.

3.12.4. Распространение радиоволн в ионизированном газе при наличии продольного магнитного поля.

3.12.5. Распространение радиоволн в ионизированном газе при наличии постоянного магнитного поперечного поля.

3.12.6. Найдите фазовую и групповую скорости волн в ионизированном газе с электронной концентрацией $N_s = 8 \times 10$ 1/см на частоте 7 МГц.

3.12.7. Условия отражения волны в ионосфере. Критическая частота. Закон секанса.

3.12.8. Найдите критическую частоту ионосферного слоя с максимальной электронной концентрацией $N_s = 2 \times 10$ 1/см.

3.13. Особенности распространения радиоволн различных частотных диапазонов

При изучении особенности распространения УКВ в пределах прямой видимости нужно вспомнить процесс формирования поля поднятой антенны над плоской Землёй, интерференционные формулы, методы учёта влияния сферичности земной поверхности. Неоднородность тропосферы приводит к искривлению траектории волн (рефракции). Простейший метод учёта рефракции в интерференционных формулах – введение понятия эквивалентного радиуса Земли. Для расчета амплитуд отражённой волны нужно знать критерий Рэлея, учёт влияния неровности почвы на её коэффициент отражения и уметь строить на поверхности Земли существенную область (зону Френеля), формирующую поле отражённой волны. Неоднородности тропосферы дают возможности распространения УКВ на большие расстояния за горизонтом. Нужно знать физические причины рассеяния, замирания и описывающие их законы, принципы расчета тропосферных линий связи, чётко представлять физику явлений при ионосферном рассеянии УКВ и при их отражении от метеорных следов.

Широкое распространение космической связи вызывает необходимость изучения особенностей распространения радиоволн и характерных отличий космических радиолиний от наземных (влияние атмосферы, выбор рабочих

где a , b , l — геометрические размеры резонатора; индексы m , n , p означает число вариаций поля по осям x , y , z соответственно.

Основным типом колебаний в прямоугольном резонаторе, имеющим минимальную резонансную частоту, в зависимости от соотношения размеров a , b и l могут быть H_{101} , H_{011} , E_{110} . Например, при $b \ll a$ и $b \ll l$, основным типом колебания является H_{101} , составляющие векторов поля которого описываются выражениями:

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= 0; \\ \dot{E}_y &= -i\omega\mu_a c \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right); \\ \dot{E}_z &= 0; \\ \dot{H}_x &= -c \frac{\pi^2}{al} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{l}\right); \\ \dot{H}_y &= 0; \\ \dot{H}_z &= c \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right).\end{aligned}\tag{5.81}$$

Энергия, запасённая в объёмном резонаторе любого типа

$$W = \int_V \epsilon_a \frac{E^2}{2} dV + \int_V \mu_a \frac{H^2}{2} dV,\tag{5.82}$$

где E и H — амплитудные значения напряжённостей электрического и магнитного полей; интегрирование ведётся по объёму резонатора.

В частности, для колебаний типов H_{101} , H_{011} , E_{110} в прямоугольном объёмном резонаторе

$$W = \frac{1}{8} \epsilon_a E_{\max}^2 abl,\tag{5.83}$$



где E_0 — максимальная амплитуда напряжённости электрического поля в волноводе.

Максимальная переносимая мощность в волноводе определяется максимально допустимой (пробивной) напряжённостью электрического поля в волноводе. Для сухого воздуха при атмосферном давлении $E_{\max} = 30 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$.

Коэффициент ослабления волны типа H_{10} в волноводе, равен сумме коэффициентов ослабления, вызванных потерями в металлических стенках и в диэлектрике

$$\alpha_{\text{общ}} = \alpha_m + \alpha_p;$$

$$\alpha_m = \frac{R_s \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \cdot \frac{2b}{a} \right]}{Z_0 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2}}, \quad (5.78)$$

где $R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\theta}}$ — поверхностное сопротивление металла;

$$\alpha_p = \frac{\pi \varepsilon \tan \delta_s}{\lambda_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{\lambda_0}{2a} \right)^2}}. \quad (5.79)$$

5.7. Объёмные резонаторы

Объёмный резонатор представляет собой замкнутую полость, ограниченную металлическими стенками, внутри которой существуют электромагнитные колебания.

Конфигурация объёмного резонатора может быть любой, однако, наибольшее практическое применение находят прямоугольный, цилиндрический, коаксиальный и тороидальный объёмные резонаторы.

Резонансная частота колебаний типа H_{mnp} или E_{mnp} прямоугольного объёмного резонатора равна

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l} \right)^2}, \quad (5.80)$$

частот, электромагнитная совместимость с другими линиями того же диапазона частот).

При изучении особенностей распространения коротких волн необходимо усвоить роль различных слоёв ионосферы, зависимость поглощения от частоты сигнала и параметров слоя D , влияния непостоянств слоя $F2$, внимательно изучить свойства замираний и меры борьбы с ними, зоны молчания; эхо и меры борьбы с ним, зависимость распространения коротких волн от солнечной активности; знать виды геомагнитных возмущений, их влияний на коротковолновую связь, методы определения МПЧ.

Средние волны применяются для передачи радиовещательных программ. Для их успешного использования необходимо знать и учитывать особенности распространения, отличающие этот диапазон, уметь рассчитывать напряжённость поля.

При изучении особенностей распространения длинных и сверхдлинных волн обратить внимание на земную волну, которая играет заметную роль, а также на ионосферную, отражённую от нижней границы ионосферы.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.13.1. Интерференционные формулы и область их применимости при распространении волны над плоской поверхностью Земли.

3.13.2. Учёт сферичности земной поверхности. Приведение её высоты и способы их вычисления.

3.13.3. Учёт влияния рефракции. Эквивалентный радиус и его применение в интерференционных формулах.

3.13.4. Определите радиусы первой зоны Френеля на расстоянии 1 км от конца трассы длиной 4 км при длине волны 10 см.

3.13.5. Влияние неровностей отражающей поверхности на величину её коэффициента отражения. Критерий Рэлея. При какой высоте неровностей поверхность можно считать гладкой, если волна с частотой 2 ГГц падает на поверхность под углом скольжения $\gamma = 10^\circ$?

3.13.6. Виды замираний при тропосферном рассеянии радиоволн и их причины.

3.13.7. Ионосферное рассеяние УКВ.

3.13.8. Связь за счёт отражения от метеорных следов.

3.13.9. Виды космических радиолиний и их значение для современной науки и техники.

3.13.10. Влияние тропосферы – рефракции, поглощения, ограничения рабочих частот сверху в случае космических радиолиний.

3.13.11. Влияние ионосферы на линию космической связи. Искривление траектории. Поглощение волн и их отражение от ионосферы. Нижняя граница рабочих частот. Вращение плоской поляризации.



3.13.12. Основной способ распространения коротких волн. Функции слоёв ионосферы.

3.13.13. Физические причины, ограничивающие диапазон рабочих частот КВ диапазона. Изменение этого диапазона в течение суток и года.

3.13.14. Природа замираний. Меры борьбы с замираниями.

3.13.15. Зона молчания. Зависимость положения её границ от частоты, времени суток и года.

3.13.16. Радиоэхо, меры борьбы с влиянием эха.

3.13.17. Ионосферные возмущения, их причины и проявления. Влияние на коротковолновую связь.

3.13.18. МПЧ и их расчет. Оптимальные рабочие частоты.

3.13.19. Распространение земных средних волн. Дальность действия.

3.13.20. Области ионосферы, участвующие в распространении средних волн.

3.13.21. Ближние и дальние замирания.

3.13.22. Изменение напряжённости поля средних волн.

3.13.23. Перекрёстная модуляция в ионосфере.

3.13.24. Распространение длинных земных волн. Дальность действия.

3.13.25. Области ионосфере, отображающие длинные и сверхдлинные волны. Распространение их в сферическом волноводе между Землёй и нижней границей ионосферы.

3.13.26. Нерегулярные механизмы распространения радиоволн различных диапазонов:

— диапазон частот и дальность распространения радиоволн по тропосферному волноводному каналу;

— дальнейшее распространение УКВ за счёт отражения от ионосферных слоёв $F2$ и E_S .

3.13.27. Распространение сверхдлинных волн вдоль силовых линий.

3.14. Помехи радиоприёму

Величина помех в пункте приёма определяет условия работы радиолинии. Необходимо знать классификацию видов помех, относительное влияние каждого вида помех в различных диапазонах частот.

Контрольные вопросы для самопроверки

3.14.1. Значение помех при расчёте и эксплуатации радиолинии. Внешние и внутренние помехи. Классификация помех по их источникам.

3.14.2. Промышленные помехи. Меры борьбы с помехами.

3.14.3. Происхождение атмосферных помех.

3.14.4. Источники космических помех.

3.14.5. Шумы атмосферы и поверхности Земли.

3.14.6. Помехи, создаваемые радиостанциями меры борьбы.

$$\dot{H}_z = i \frac{\pi}{a} \frac{E_0}{\omega \mu_a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-ihz}.$$

где $h = \sqrt{\beta^2 \varepsilon - g^2}$, — продольное волновое число; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0}$; $g = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}}$ —

поперечное волновое число.

Характеристическим сопротивлением Z_c волновода, называется отношение поперечных составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Для волн магнитного типа

$$Z_{cm} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (5.75)$$

для волн электрического типа

$$Z_{cz} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2},$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ — характеристическое сопротивление плоской волны в свободном пространстве.

Мощность, переносимую волной любого типа в волноводе, определяют интегрированием вектора Пойнтинга по поперечному сечению волновода

$$P_{cp} = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re} \left(\vec{1}_z \cdot [\vec{E} \times \vec{H}^*] \right) dS. \quad (5.76)$$

Подставляя выражения для составляющих векторов поля (5.73) в (5.76), получим формулу для расчета мощности, переносимой волной типа H_{10} в прямоугольном волноводе

$$ab \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}}{4Z_0} E_0^2. \quad (5.77)$$



$$\begin{aligned}
 \dot{E}_y &= -\omega \mu_a \frac{\pi b}{g^2 a} H_0 \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-i h z}; \\
 \dot{E}_z &= 0; \\
 \dot{H}_x &= i \frac{h \pi m}{g^2 a} H_0 \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-i h z}; \\
 \dot{H}_y &= i \frac{h \pi n}{g^2 b} H_0 \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-i h z}; \\
 \dot{H}_z &= H_0 \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-i h z}.
 \end{aligned}
 \tag{5.72}$$

Основным типом волны в прямоугольном волноводе при $a > b$, является волна H_{10} , для которой $\lambda_{кр} = 2a$, ближайшими высшими типами — волны H_{20} , H_{01} , H_{11} .

Наибольшее практическое значение имеет волна типа H_{10} в прямоугольном волноводе. Составляющие векторов поля этой волны описываются выражениями:

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_x &= 0; \\
 \dot{E}_y &= E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i h z}; \\
 \dot{E}_z &= 0; \\
 \dot{H}_x &= -\frac{h}{\omega \mu_0} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i h z}; \\
 \dot{H}_y &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{5.73}$$

4. ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

4.1. Общие рекомендации

Учебным планом по дисциплине «Электродинамика и распространение радиоволн» предусмотрено выполнение трёх контрольных работ (КР): две — по электродинамике (6 семестр) и одна — по распространению радиоволн (7 семестр).

Номер варианта должен совпадать с последней цифрой номера зачётной книжки студента.

Типичные ошибки, допускаемые студентами при выполнении контрольных работ:

- использование различных систем единиц;
- использование относительной диэлектрической и магнитной проницаемостей вместо их абсолютных значений;
- неверное обозначение размерностей вычисляемых величин (напряжённостей электрического и магнитного полей, индукции электрического и магнитного полей и т. д.);
- ошибки в преобразованиях при переходе от векторной к скалярной форме записи выражений;
- арифметические ошибки при расчетах.

4.2. Требования к оформлению контрольных работ

4.2.1. Контрольная работа выполняется в обычной ученической тетради. Она должна быть аккуратно оформлена и разборчиво написана. Для замечаний преподавателя на каждой странице оставляются поля шириной

(3 ... 4) см. Все страницы нумеруются. Возможно оформление контрольной работы на персональном компьютере (ПК) на стандартных листах формата А4.

4.2.2. На обложке тетради указывается фамилия, имя, отчество, группа студента, шифр, дисциплина, номер контрольного задания, адрес студента. Аналогичная информация выносится на титульный лист КР при выполнении ее на ПК.

4.2.3. Рисунки, графики, выполнение которых требуется в задании, должны быть сделаны аккуратно. Графики строятся на миллиметровой бумаге с указанием размерностей по осям. Поощряется использование прикладных программ для расчетов.

4.2.4. Расчётные формулы должны приводиться в тексте работы в общем виде с объяснением буквенных значений.

4.2.5. Расчёты необходимо выполнить до трёх значащих цифр.



4.2.6. В конце работы приводится библиографический список, то есть использованные источники информации, оформленный в соответствии с действующими государственными стандартами.

4.2.7. Каждая контрольная работа должна быть подписана автором.

4.3. Контрольная работа 1

4.3.1. Задача 1.1

4.3.1.1. Определите градиент скалярного произведения двух векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$. Исходные данные приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Исходные данные к подпункту 4.3.1.1 задачи 1.1

Номер варианта	$\vec{A}$	$\vec{B}$
1	$\vec{i}_x 3 + \vec{i}_y 4 + \vec{i}_z 5$	$\vec{i}_x x + \vec{i}_y y + \vec{i}_z z$
2	$\vec{i}_x 2 + \vec{i}_y 3 + \vec{i}_z 4$	$\vec{i}_x 3x + \vec{i}_y 2y + \vec{i}_z z$
3	$\vec{i}_x 5 + \vec{i}_y 6 + \vec{i}_z 7$	$\vec{i}_x 2x + \vec{i}_y 3y + \vec{i}_z 2z$
4	$\vec{i}_x 6 + \vec{i}_y 2 + \vec{i}_z 3$	$\vec{i}_x 4x + \vec{i}_y 4y + \vec{i}_z z$
5	$\vec{i}_x 4 + \vec{i}_y 5 + \vec{i}_z 2$	$\vec{i}_x 5x + \vec{i}_y 5y + \vec{i}_z 5z$
6	$\vec{i}_x 3 + \vec{i}_y 5 + \vec{i}_z 3$	$\vec{i}_x 6x + \vec{i}_y 6y + \vec{i}_z 6z$
7	$\vec{i}_x 4 + \vec{i}_y 4 + \vec{i}_z 4$	$\vec{i}_x 7x + \vec{i}_y 7y + \vec{i}_z 7z$
8	$\vec{i}_x 5 + \vec{i}_y 5 + \vec{i}_z 5$	$\vec{i}_x 8x + \vec{i}_y 8y + \vec{i}_z 8z$
9	$\vec{i}_x 6 + \vec{i}_y 6 + \vec{i}_z 6$	$\vec{i}_x 9x + \vec{i}_y y + \vec{i}_z z$
0	$\vec{i}_x 7 + \vec{i}_y 7 + \vec{i}_z 7$	$\vec{i}_x x + \vec{i}_y 5y + \vec{i}_z 4z$

4.3.1.2. Векторное поле задано функцией $\vec{A}$. Определите $\text{div } \vec{A}$ и $\text{rot } \vec{A}$ векторного поля. Исходные данные приведены в таблице 4.2.

Для волн типа E_{mn} и H_{mn} в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \quad (5.68)$$

где a, b — размеры поперечного сечения волновода; m, n — количество полуволн, укладываемых на широкой и узкой стенках волновода (a и b) соответственно.

Расчетные формулы для фазовой скорости, длины волны в волноводе и групповой скорости имеет вид:

$$V_{\phi} = \frac{\frac{c}{\sqrt{\epsilon}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}; \quad (5.69)$$

$$\lambda_B = \frac{\frac{c}{\sqrt{\epsilon}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}; \quad (5.70)$$

$$V_{\text{гр}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}. \quad (5.71)$$

где c — скорость света в свободном пространстве.

Выражения для составляющих векторов напряженностей типа H_{mn} , в прямоугольном волноводе записываются в виде:

$$\vec{E}_x = -i\omega \mu \frac{\pi n}{g} H_0 \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-i h z};$$



$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Б}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}. \quad (5.65)$$

Согласно равенству (5.56) при $\varepsilon_2 \mu_2 < \varepsilon_1 \mu_1$ угол преломления больше угла падения, поэтому если

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_2}{\varepsilon_1 \mu_1}}, \quad (5.66)$$

то преломлённая волна будет скользить вдоль границы раздела и, в соответствии с выражениями (5.57) и (5.59), коэффициенты отражения по модулю становятся равными единице. С дальнейшим увеличением угла падения модуль отражения $\Gamma_{\parallel}$, $\Gamma_{\perp}$, остаётся равным единице; изменяется только фаза коэффициентов. Такое явление называется полным внутренним отражением.

5.6. Волноводы

Волновод представляет собой полую металлическую трубу произвольного сечения, внутри которой распространяются электромагнитные волны. Наиболее часто применяют волноводы прямоугольного сечения, реже, круглого сечения, ещё реже — волноводы более сложного сечения, например П — образные и Н — образные.

В волноводах с идеально проводящими стенками и однородным заполнением могут распространяться волны электрического типа (E_{mn}), у которых $H_z = 0$, а $E_z \neq 0$ (направление оси z совпадает с продольной осью волновода, и волны магнитного типа (H_{mn}), у которых $E_z = 0$, а $H_z \neq 0$.

Предположим, что волновод заполнен диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью $\mu = 1$. Каждый конкретный тип волны в волноводе может распространяться в том случае, если

$$\frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}} < \lambda_{\text{кр}}, \quad (5.67)$$

где λ_0 — длина волны генератора, а $\lambda_{\text{кр}}$ — критическая длина волны, которая определяется размерами и формой поперечного сечения волновода.

Таблица 4.2 — Исходные данные к подпункту 4.3.1.2 задачи 1.1

Номер варианта	$\bar{A}$
1	$\bar{I}_x x + \bar{I}_y y + \bar{I}_z z$
2	$\bar{I}_x xy - \bar{I}_y xz + \bar{I}_z yz$
3	$\bar{I}_x 20 \sin(x/\pi) + \bar{I}_z 3y^2$
4	$\bar{I}_x 8 \sin(x/4) + \bar{I}_y 3 \cos(y/6)$
5	$\bar{I}_x 0,5 \sin(\omega t - kz)$
6	$\bar{I}_x xyz + \bar{I}_y xy + \bar{I}_z x$
7	$\bar{I}_x \sin x + \bar{I}_y xy$
8	$\bar{I}_x \sin xy + \bar{I}_z xz$
9	$\bar{I}_x \cos x + \bar{I}_z xyz$
0	$\bar{I}_y \sin x + \bar{I}_z xz$

4.3.2. Задача 1.2

В среде с параметрами ε и σ создано электрическое поле, имеющее частоту f и амплитуду E_m . Вычислите амплитудное значение и фазовый угол вектора плотности полного тока, существующего в каждой точке данной среды. Исходные данные приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 — Исходные данные к задаче 1.2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ε	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
σ , См/м	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76
f , МГц	550	560	570	580	590	600	610	620	630	640
E_m , В/м	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19



4.3.3. Задача 1.3

Определите напряжённость электрического поля и ёмкость плоского конденсатора. Площадь пластины S , расстояние между пластинами d , относительная диэлектрическая проницаемость ϵ , потенциал одной из пластин равен нулю, другой — Φ_0 . Исходные данные приведены в таблице 4.4. **Указание:** примените уравнение Лапласа и граничные условия у поверхности идеального проводника.

Таблица 4.4 — Исходные данные к задаче 1.3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
S , см ²	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , мм	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ϵ	4,0	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6	2,4	2,2
Φ_0 , В	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

4.3.4. Задача 1.4

Во многих микроволновых устройствах для уменьшения омических потерь токоведущие поверхности покрывают тонким слоем серебра. Определите толщину серебряного слоя, при которой плотность тока на его внутренней поверхности уменьшается в n раз по сравнению с плотностью тока на границе раздела металл — воздух. Частота поля — f , ГГц. Исходные данные приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 — Исходные данные к задаче 1.4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
n	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250
f , ГГц	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

4.3.5. Задача 1.5

Плоская электромагнитная волна с частотой f распространяется в среде с параметрами ϵ , $\text{tg}\delta$, $\mu = 1$. Определите фазовую скорость, длину волны и коэффициент ослабления. Исходные данные приведены в таблице 4.6.

Если вектор $\vec{E}$ перпендикулярен плоскости падения, то коэффициент отражения и преломления выражается соотношениями

$$\Gamma_{\perp} = \frac{Z_{c2} \cos \varphi - Z_{c1} \cos \varphi_{\text{пр}}}{Z_{c2} \cos \varphi + Z_{c1} \cos \varphi_{\text{пр}}}. \quad (5.59)$$

$$T_{\perp} = \frac{2Z_{c2} \cos \varphi}{Z_{c2} \cos \varphi + Z_{c1} \cos \varphi_{\text{пр}}}. \quad (5.61)$$

Для диэлектрических сред Γ и T удобно представить в более компактной форме

$$\Gamma_{\perp} = -\frac{\sin(\varphi - \varphi_{\text{пр}})}{\sin(\varphi + \varphi_{\text{пр}})}; \quad (5.61)$$

$$\Gamma_{\parallel} = -\frac{\text{tg}(\varphi - \varphi_{\text{пр}})}{\text{tg}(\varphi + \varphi_{\text{пр}})}; \quad (5.62)$$

$$T_{\perp} = \frac{2 \sin \varphi_{\text{пр}} \cos \varphi}{\sin(\varphi + \varphi_{\text{пр}})}; \quad (5.63)$$

$$T_{\parallel} = \frac{2 \sin \varphi_{\text{пр}} \cos \varphi}{\sin(\varphi + \varphi_{\text{пр}}) \cos(\varphi - \varphi_{\text{пр}})}. \quad (5.64)$$

Во всех приведенных формулах при необходимости можно исключить угол преломления $\varphi_{\text{пр}}$, используя закон Снеллиуса. Из формулы (5.62)

следует, что при $\varphi + \varphi_{\text{пр}} = \frac{\pi}{2}$ коэффициент отражения для плоских

электромагнитных волн, вектор $\vec{E}$ которых лежит в плоскости падения, равен нулю, и отражённая волна на границе раздела двух немагнитных сред не возникает. Угол падения, при котором наблюдается такое явление, называют углом Брюстера для немагнитных сред, который находят из соотношения



Если вектор Пойнтинга падающей волны перпендикулярен границе раздела, то

$$\dot{I} = \frac{Z_{c2} - Z_{c1}}{Z_{c2} + Z_{c1}}, \quad (5.53)$$

$$\dot{T} = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c2} + Z_{c1}}. \quad (5.54)$$

где Z_{c1} и Z_{c2} — характеристики сопротивления сред.

При наклонном падении направления распространения волн по отношению к границе раздела задаются углами, измеряемые относительно нормами к этой границе. Плоскость, содержащая вектор Пойнтинга падающей волны и нормаль к границе раздела, называют плоскостью падения. Из граничных уравнений следует, что углы падения φ , отражения φ_0 и преломления $\varphi_{пр}$ связаны законом зеркального отражения $\varphi = \varphi_0$ и законом Снеллиуса

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_{пр}} = \frac{\beta_2}{\beta_1}. \quad (5.55)$$

где индекс 1 относится к среде, содержащей падающую волну. Так как для сред без потерь

$$\beta = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_a}, \quad \text{то} \quad \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_{пр}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_2}{\varepsilon_1 \mu_1}}. \quad (5.56)$$

Коэффициенты отражения $\dot{I}$ и преломления $\dot{T}$ для заданного значения угла падения зависят от ориентации векторов электромагнитного поля по отношению к плоскости падения. Если вектор $\vec{E}$ лежит в этой плоскости, то

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Z_{c2} \cos \varphi_{пр} - Z_{c1} \cos \varphi}{Z_{c2} \cos \varphi + Z_{c1} \cos \varphi_{пр}}. \quad (5.57)$$

$$T_{\parallel} = \frac{2Z_{c2} \cos \varphi}{Z_{c2} \cos \varphi_{пр} + Z_{c1} \cos \varphi}. \quad (5.58)$$

Таблица 4.6 — Исходные данные к задаче 1.5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
f , ГГц	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
ε	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
$\text{tg} \delta_3$	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15

4.3.5. Задача 1.6

В среде с параметрами ε , $\mu = 1$, $\sigma = 0$ распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой напряженности электрического поля E_m . Определите плотность потока мощности, переносимой волной в направлении их распространения. Исходные данные приведены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 — Исходные данные к задаче 1.6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ε	2,05	2,10	2,15	2,20	2,25	2,30	2,35	2,40	2,45	2,50
E_m , В/м	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125

4.4. Контрольная работа 2

4.4.1. Задача 2.1

Плоская электромагнитная волна падает нормально из вакуума на границу раздела со средой, имеющей параметры ε , $\mu = 1$, σ . Определите комплексные коэффициенты отражения $\dot{I}$ и преломления $\dot{T}$ на частоте f , а также тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg} \delta_3$. Исходные данные приведены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 — Исходные данные к задаче 2.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ε	81	81	75	70	65	60	55	50	45	40
σ , См/м	0,1	4	0,12	0,1	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04
f , ГГц	0,1	10	0,3	0,5	0,7	1,0	1,2	1,4	1,6	2,0



4.4.2. Задача 2.2

Определите параметры среды ϵ , σ , $\operatorname{tg} \delta$, если известно, что комплексный коэффициент отражения $\dot{\Gamma} = -\Gamma e^{-i\varphi}$ на частоте f . Положите $\mu = 1$. Исходные данные приведены в таблице 4.9.

Таблица 4.9 — Исходные данные к задаче 2.2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Γ	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85	0,75	0,65	0,55	0,45
φ , рад	0,13	0,09	0,08	0,1	0,01	0,15	0,16	0,17	0,18	0,2
f , ГГц	6	11	8	9	10	11	12	13	14	15

4.4.3. Задача 2.3

Плоская электромагнитная волна падает под углом φ на поверхность среды. Определите модули коэффициентов отражения для нормально- и параллельно- поляризованных волн. Параметры среды: ϵ , $\mu = 1$, $\sigma = 0$. Угол φ изменяется от 0 до 90 градусов. Построить графики зависимостей $\Gamma = f(\varphi)$. Исходные данные приведены в таблице 4.10.

Таблица 4.10 — Исходные данные к задаче 2.3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ϵ	5	10	20	30	40	50	60	81	2,4	2,1

4.4.4. Задача 2.4

Какие типы волн могут распространяться в прямоугольном волноводе сечением 23×10 мм, заполненным диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ ? Частота колебания 10 ГГц. Определите длину волны в волноводе, фазовую и групповую скорости волны типа H_{10} . Исходные данные приведены в таблице 4.11.

Таблица 4.11 — Исходные данные к задаче 2.4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ϵ	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0

Поскольку уравнения Максвелла линейны, любая комбинация их решений также является линейным. В частности, если $E_x \bar{1}_x$ и $E_y \bar{1}_y$ — решения исходных уравнений, то

$$\dot{\bar{E}} = \dot{E}_x \bar{1}_x + \dot{E}_y \bar{1}_y. \quad (5.49)$$

тоже есть решение уравнений Максвелла и, следовательно, оно описывает распространение в пространстве некоторой волны. В зависимости от соотношения между фазами и амплитудами E_x и E_y в каждой точке пространства конец вектора $\bar{E}$ будет перемещаться по эллипсу с различным отношением и ориентацией его полуосей. Такая волна называется волной с эллиптической поляризацией. Отношение большой полуоси эллипса к малой называют коэффициентом эллиптичности $K_{\text{эл}}$. Линейно поляризованная волна представляет собой один из предельных случаев эллиптичности поляризованной волны. Второй предельный случай имеет место при равенстве амплитуд исходных полей и сдвиге фаз между ними, равном 90 градусов. Здесь конец вектора $\bar{E}$ перемещается по окружности, и волна называется волной с круговой поляризацией. Поле такой волны можно представить выражением

$$\bar{E}_{\pm} = E_x \bar{1}_x = \bar{E}_+ + \bar{E}_- = \dot{E}(\bar{1}_x \pm i \bar{1}_y), \quad (5.51)$$

$$\text{где } \bar{E}_+ = \frac{E_x}{2}(\bar{1}_x + i \bar{1}_y); \bar{E}_- = \frac{E_x}{2}(\bar{1}_x - i \bar{1}_y), \quad (5.52)$$

то есть любая волна с линейной поляризацией может быть представлена суммой двух волн с круговой поляризацией, например, $\bar{E} = \bar{E}_+ + \bar{E}_-$.

5.5. Отражение и преломление плоских электромагнитных волн

При распространении плоской электромагнитной волны на границе раздела сред возникают отражённые и преломлённые волны, комплексные амплитуды которых связаны с комплексной амплитудой падающей волны коэффициентом отражения и коэффициентом преломления (прохождения)

$$\dot{\Gamma} = \frac{\dot{E}_{\text{отр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}}; \quad \dot{T} = \frac{\dot{E}_{\text{пр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}}.$$


Векторные уравнения (5.36) означают, что любая координатная составляющая векторов поля удовлетворяет уравнению $\nabla^2 \dot{U} + \gamma^2 \dot{U} = 0$, имеющую в декартовой системе координат, частное решение

$$U = C \exp[-i\gamma(v_x x + v_y y + v_z z)]. \quad (5.45)$$

где C — константа, а v_x, v_y, v_z — комплексные постоянные, удовлетворяющие условию

$$v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 1. \quad (5.46)$$

Если v_x, v_y, v_z — вещественные числа, то выражение (5.45) описывает однородную плоскую волну, распространяющуюся в произвольном относительно исходной схемы координат направлении. Эту волну удобно выразить формулой

$$\dot{U} = C \exp[-i\gamma(vr)]. \quad (5.47)$$

Числа v_x, v_y, v_z имеют смысл направляющих косинусов, фиксирующих распространение волны, а r — есть радиус — вектор точки (x, y, z) . Если хотя бы одно из чисел v_x, v_y, v_z комплексное, то выражение (5.45) описывает неоднородную плоскую волну

$$U = c \exp\{-i \operatorname{Re}[\gamma(v_x x + v_y y + v_z z)] - \operatorname{Im}[(v_x x + v_y y + v_z z)]\}, \quad (5.48)$$

у которой фазовый фронт задаётся уравнением

$$\operatorname{Re}[\gamma(v_x x + v_y y + v_z z)] = \text{const},$$

а плоскость равных амплитуд — уравнением

$$\operatorname{Im}[\gamma(v_x x + v_y y + v_z z)] = \text{const}.$$

В общем случае фазовый фронт и плоскость равных амплитуд образует между собой произвольный угол.

4.4.5. Задача 2.5

В прямоугольном волноводе сечением 48×24 мм распространяется волна типа H_{10} . Частота колебаний — f , ГГц, передаваемая мощность — 10 кВт. Определите максимальное значение напряжённости электрического поля. Исходные данные приведены в таблице 4.12.

Таблица 4.12 — Исходные данные к задаче 2.5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
f , ГГц	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0

4.4.6. Задача 2.6

Цилиндрический резонатор диаметром d и длиной l заполнен диэлектриком с заданной диэлектрической проницаемостью ϵ . Какой тип колебаний в контуре является основным? Вычислите резонансную частоту, добротность и полосу пропускания резонатора на этом типе колебаний. Материал стенок — медь. Тангенс диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta_s = 2 \times 10^{-4}$. Исходные данные приведены в таблице 4.13.

Таблица 4.13 — Исходные данные к задаче 2.6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
d , см	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9
l , см	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9
ϵ	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	2,4	2,25	2,1

4.5. Контрольная работа 3

4.5.1. Задача 3.1

Вычислите потери мощности при распространении радиоволны на трассе длиной r при длине волны λ и коэффициентах направленности передающей и приёмных антенн D_1 и D_2 . Исходные данные приведены в таблице 4.14.



Таблица 5.14 — Исходные данные к задаче 3.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
r , км	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
λ , см	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2
D_1	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
D_2	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95

4.5.2. Задача 3.2

Рассчитайте и постройте график зависимости напряжённости электрического поля от расстояния $E_m = f(r)$. Антенна излучает мощность P , коэффициент направленного действия антенны D , высоты расположения передающей и приёмной антенны h_1 и h_2 , частота радиоволн f , расстояния меняются от r_1 до r_2 . Антенна излучает горизонтально — поляризованную волну. Исходные данные приведены в таблице 4.15.

Таблица 4.15 — Исходные данные к задаче 3.2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
P , Вт	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
h_1 , м	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
h_2 , м	10	9	8	12	11	10	9	8	12	11
f , МГц	200	190	180	170	160	150	140	130	120	110
r_1 , км	5	6	7	5	6	7	5	6	7	5
r_2 , км	10	11	12	10	11	12	10	11	12	10

4.5.3. Задача 3.3

Определите напряжённость электрического поля E_m на расстоянии r от передатчика при распространении волны над полупроводящей поверхностью с электрическими параметрами ϵ и σ . Антенна передатчика излучает мощность P , её коэффициент направленного действия D , длина волны λ . Исходные данные приведены в таблице 4.16.

Фазовая скорость

$$V_\phi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon}} \frac{c}{\left(1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_s}\right)^{1/2}}, \quad (5.42)$$

а длина волны

$$\lambda = \frac{\lambda_0 \sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon \left(1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_s}\right)^{1/2}}}. \quad (5.43)$$

Отношение фазовой скорости в среде к скорости света называют коэффициентом преломления

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}.$$

Из уравнений Максвелла следует, что в случае плоской волны комплексные амплитуды векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ связаны характеристическим сопротивлением среды

$$Z_c = \frac{\omega \mu_a}{\gamma} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}, \quad (5.44)$$

так что

$$\vec{E} = Z_0 \cdot \vec{H}.$$

Характеристическое сопротивление для немагнитных сред ($\mu_a = \mu_0$)

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon \epsilon_0}} (1 - i \operatorname{tg} \delta_s)^{-1/2} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon}} (1 + \operatorname{tg}^2 \delta_s)^{-1/4} e^{i \frac{\delta_s}{2}}, \text{ Ом.}$$

Аргумент принимает значение от нуля (диэлектрических потерь) до 90 градусов (идеальный проводник).

Характеристическое сопротивление для вакуума

$$Z_0 = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} = 120\pi = 377 \text{ Ом.}$$



Первое слагаемое соответствует прямой (падающей) волне, распространяющейся в направлении положительных значений z , второе слагаемое — обратной (отражённой) волне, распространяющейся в направлении отрицательных значений z .

Поскольку $\varepsilon_a = \varepsilon_a(1 - \operatorname{tg}^2 \delta_3)$, $\mu = \mu_a$, то комплексный коэффициент распространения определяется выражением

$$\gamma = \beta - i\alpha = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} \cdot \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \delta_3}. \quad (5.38)$$

Коэффициент фазы β характеризует изменение фазы гармонических колебаний при распространении волны. Расстояние, на котором фаза изменяется на 2π радиан, называется длиной волны

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}.$$

Плоскость равных фаз называется фазовым фронтом волны, а скорость перемещения этой плоскости — фазовой скоростью

$$V_\phi = \frac{\omega}{\beta}. \quad (5.39)$$

Коэффициент фазы и коэффициент ослабления могут быть выражены следующими формулами

$$\beta = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon}}{\lambda_0} \cdot \left(\frac{1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_3}}{2} \right)^{1/2}. \quad (5.40)$$

$$\alpha = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon}}{\lambda_0} \cdot \left(\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_3} - 1}{2} \right)^{1/2}. \quad (5.41)$$

Таким образом, между ними существует соотношение

$$\alpha = \beta \operatorname{tg} \left(\frac{\delta_3}{2} \right).$$

Таблица 4.16 — Исходные данные к задаче 3.3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
R , км	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135
ε	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
σ , См/м	0,001	0,0015	0,002	0,0025	0,003	0,0035	0,004	0,0045	0,005	0,0055
P , Вт	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145
D	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7
λ , м	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195

4.5.4. Задача 3.4

Охарактеризуйте влияние тропосферы на распространение радиоволн. Определите дальность прямой видимости без учёта рефракции и с учётом нормальной рефракции, если высота расположения антенны равна h_1 и h_2 . Исходные данные приведены в таблице 4.17.

Таблица 4.17 — Исходные данные к задаче 3.4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
h_1 , м	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
h_2 , м	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

4.5.5. Задача 3.5

Охарактеризуйте влияние ионосферы на распространение радиоволн. Определите фазовую и групповую скорости волны в ионизированном газе с электронной плотностью N_3 , длина волны — λ . Исходные данные в таблице 4.18.

Таблица 4.18 — Исходные данные к задаче 3.5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
N_3 , эл см ³	10^4	5×10^4	10^5	5×10^5	10^6	2×10^6	10^3	5×10^3	2×10^4	4×10^4
λ , м	2	1,8	1,6	1,4	1,2	1	3	2,5	1,5	1,7



4.5.6. Задача 3.6

Какой диапазон частот используется для космической связи? Чем определяется верхняя и нижняя граница диапазона частот?

Рассчитайте необходимую мощность бортового передатчика ИСЗ, удалённого от приёмника на расстоянии 36000 км, при условии, что:

- коэффициенты направленного действия антенн равны D_1 и D_2 ;
 - полоса частот приёма $\Delta f = 6$ МГц;
 - коэффициент шума приёмного устройства $N = 3$ дБ;
 - отношение сигнала к шуму $\frac{P_c}{P_{ш}} = 5$ дБ;
 - абсолютная температура $T = 300$ К, длина волны λ .
- Исходные данные приведены в таблице 4.19.

Таблица 4.19 — Исходные данные к задаче 3.6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
D_1	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
D_2	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
λ , см	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \int_V \frac{\rho dV}{R}. \quad (5.33)$$

где в данной формуле R — длина отрезка между точками наблюдения и интегрирования.

Важным понятием электростатики являются ёмкость системы двух проводников

$$C = \frac{q}{U}, \quad (5.34)$$

где $U = |\varphi_1 - \varphi_2|$ — абсолютные значения разности потенциалов между проводниками.

Энергия электростатического поля, запасённая в объёме V

$$W_s = \frac{1}{2} \int_V \overline{E} \overline{D} dV. \quad (5.35)$$

5.4. Плоские электромагнитные волны

Плоские электромагнитные волны существуют в однородных безграничных средах. В случае полей, изменяющихся во времени по гармоническому закону, комплексные амплитуды $\overline{E}$ и $\overline{H}$ удовлетворяют уравнениям Гельмгольца

$$\nabla^2 \dot{\overline{E}} + \gamma^2 \dot{\overline{E}} = 0; \quad (5.36)$$

$$\nabla^2 \dot{\overline{H}} + \gamma^2 \dot{\overline{H}} = 0,$$

где $\gamma = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = \beta - i\alpha$ — комплексный коэффициент распространения; β — коэффициент фазы, или волновое число; α — коэффициент ослабления.

Решение уравнения Гельмгольца описывает однородную плоскую волну. Если плоская волна распространяется вдоль оси z декартовой системы координат, то указанное решение имеет вид

$$\overline{E}(z) = \overline{E}_1(0)e^{-i\gamma z} + \overline{E}_2(0)e^{i\gamma z}. \quad (5.37)$$



Безвихревой характер электростатического поля позволяет описать его с помощью поля скалярного электрического потенциала φ , определив связь между величинами $\vec{E}$ и φ соотношением

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi. \quad (5.28)$$

Разность потенциалов между двумя произвольными точками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}. \quad (5.29)$$

не зависит от вывода кривой, соединяющей точки 1 и 2, вдоль которой производится интегрирование.

Совместное рассмотрение уравнения $\text{div} \vec{D} = \rho$ и $\vec{E} = -\text{grad} \varphi$ приводит к уравнению Пуассона

$$\text{div grad} \varphi = \nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_a}, \quad (5.30)$$

которое является наиболее общим уравнением для однородной среды, содержащей объёмные электрические заряды. Если в некоторой области пространства эти заряды отсутствуют, то скалярный электрический потенциал подчиняется уравнению Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = 0. \quad (5.31)$$

Точечный заряд q в вакууме характеризуется сферически симметричным распределением потенциала

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (5.32)$$

Если внутри ограниченной области V распределены электрические заряды с объёмной плотностью ρ , то на основании принципа суперпозиции решение уравнения Пуассона запишется в виде

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

5.1. Элементы векторного анализа

Для описания физических полей принято использовать их математические модели — скалярные и векторные поля. В прямоугольной (декартовой) системе координат скалярное поле U приобретает вид некоторой функции $U(x, y, z)$, принимающей численные значения — действительные или комплексные. Векторное поле $\vec{A}$ задаётся тремя проекциями на единичные векторы (орты) системы координат

$$\vec{A} = A_x \cdot \vec{i}_x + A_y \cdot \vec{i}_y + A_z \cdot \vec{i}_z.$$

Для характеристики величины и направления скорости изменения скалярного поля в пространстве вводят градиент этого поля

$$\text{grad} U = \frac{\partial U}{\partial x} \cdot \vec{i}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot \vec{i}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \cdot \vec{i}_z. \quad (5.1)$$

Векторное поле $\vec{A}$ принято характеризовать скалярным полем — дивергенцией ($\text{div} \vec{A}$) и векторным полем — ротором ($\text{rot} \vec{A}$).

Дивергенция векторного поля $\vec{A}$ в декартовой системе координат

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}. \quad (5.2)$$

Ротор векторного поля $\vec{A}$ в декартовой системе координат имеет вид

$$\text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \cdot \vec{i}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \cdot \vec{i}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \cdot \vec{i}_z. \quad (5.3)$$



Дифференциальные операции со скалярными и векторными полями удобно записывать с помощью оператора Гамильтона ∇ (вектор «набла»). В декартовой системе координат этот символический вектор записывается следующим образом

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \bar{1}_x + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \bar{1}_y + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \bar{1}_z, \quad (5.4)$$

а $\text{grad } U$, $\text{div } \bar{A}$ и $\text{rot } \bar{A}$ имеют вид:

$$\text{grad } U = \nabla U, \quad \text{div } \bar{A} = (\nabla \cdot \bar{A}), \quad \text{rot } \bar{A} = [\nabla \times \bar{A}]. \quad (5.5)$$

Из дифференциальных векторных операций второго порядка широкое применение в электродинамике находит оператор: ∇^2 , закон действия которого на векторное поле $\bar{A}$ описывается соотношением

$$\nabla^2 \bar{A} = \text{grad div } \bar{A} - \text{rot rot } \bar{A}. \quad (5.6)$$

Дифференциальная операция второго порядка, действующая на скалярное поле, задаётся оператором Лапласа

$$\nabla^2 = \Delta = \text{div grad } U$$

Оператор Лапласа в декартовой системе координат

$$\Delta^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}. \quad (5.7)$$

Для графического изображения векторных полей принято строить картину их силовых линий. В каждой точке силовой линии вектор поля касателен к ней.

Поле является соленоидальным, когда $\text{div } \bar{A} = 0$, и потенциальным, при выполнении условия $\text{rot } \bar{A} = 0$.

Дивергенция векторного произведения двух векторов равна

$$\text{div } [\bar{A} \times \bar{B}] = \bar{B} \text{ rot } \bar{A} - \bar{A} \text{ rot } \bar{B}. \quad (5.8)$$

Закон сохранения энергии находит своё отражение в теореме Пойнтинга

$$-\text{div } [\bar{E} \times \bar{H}] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} (\overline{ED} + \overline{HB}) \right] + \delta E^2 + \bar{j}_{\text{ст.э}} \bar{E} + \bar{j}_{\text{ст.м}} \bar{H}. \quad (5.22)$$

Вектор Пойнтинга

$$\bar{P} = [\bar{E} \times \bar{H}]. \quad (5.23)$$

характеризует плотность потока мощности излучения.

Для полей, изменяющихся по времени по гармоническому закону, принято вводить комплексный вектор Пойнтинга

$$\bar{P} = \frac{1}{2} [\dot{\bar{E}} \times \dot{\bar{H}}^*]. \quad (5.24)$$

Действительная часть этого вектора

$$\bar{P}_{\text{cp}} = \frac{1}{2} \text{Re} [\dot{\bar{E}} \times \dot{\bar{H}}^*]. \quad (5.25)$$

равна среднему за период потоку мощности излучения.

5.3. Статические и стационарные электромагнитные поля

Электростатическое поле удовлетворяет уравнениям (5.26)

$$\begin{aligned} \text{rot } \bar{E} &= 0, \\ \text{div } \bar{D} &= \rho. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Система уравнений (5.27) характеризует магнитное поле постоянных токов

$$\begin{aligned} \text{rot } \bar{H} &= \bar{j}, \\ \text{div } \bar{B} &= 0. \end{aligned} \quad (5.27)$$



$$\operatorname{tg} \delta_3 = \frac{\varepsilon_a''}{\varepsilon_a'}; \quad \operatorname{tg} \delta_m = \frac{\mu_a''}{\mu_a'} \quad (5.17)$$

в случае (5.16)

$$\operatorname{tg} \delta_3 = \frac{\delta}{\omega \varepsilon_a}$$

На границе раздела двух материальных сред с различными электродинамическими параметрами векторы поля должны удовлетворять определенным граничным условиям. Каждый из векторов (например, $\vec{E}$) в точке границы принято разлагать на нормальную и тангенциальную (касательную) составляющие

$$\vec{E} = E_n \cdot \vec{l}_n + E_\tau \cdot \vec{l}_\tau,$$

где $\vec{l}_n$ и $\vec{l}_\tau$ — орты нормального и тангенциального направлений соответственно.

Нормальные составляющие индукций и тангенциальные составляющие напряженностей непрерывны в каждой точке границы раздела диэлектриков:

$$\begin{aligned} D_{1n} &= D_{2n}; & E_{1\tau} &= E_{2\tau}; \\ B_{1n} &= B_{2n}; & H_{1\tau} &= H_{2\tau}. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Если одной из сред является идеально проводящий металл, для которого $\delta \rightarrow \infty$, то на его поверхности тангенциальная составляющая электрического вектора отсутствует

$$E_\tau = 0.$$

На поверхности проводника имеется электрический ток с поверхностной плотностью

$$\vec{j}_3 = [\vec{l}_n \times \vec{H}]. \quad (5.20)$$

Электромагнитное поле является носителем энергии. Объемная плотность энергии в любой точке пространства

$$W = \frac{1}{2} (\vec{E} \vec{D} + \vec{H} \vec{B}). \quad (5.21)$$

5.2. Уравнения Максвелла

Уравнения Максвелла описывают совокупность эмпирических сведений об электромагнитном поле. Для вакуума вводят два векторных объекта — напряженность электрического поля $\vec{E}$ [В/м] и напряженность магнитного поля $\vec{H}$ [А/м]. Кроме того, скалярное поле определяют объемной плотностью электрического заряда ρ [Кл/м³] и векторное поле — плотностью электрического тока $\vec{j}$ [А/м²]. Система уравнений Максвелла для вакуума для относительно перечисленных величин записываются в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0};$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0,$$

где ε_0 и μ_0 — физические константы: $\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ Ф/м — электрическая постоянная и $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Первое уравнение системы представляет собой дифференциальную форму записи известного закона Ампера, дополненную вектором плотности тока смещения

$$\vec{j}_{\text{см}} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (5.10)$$

Второе уравнение системы (5.9) описывает закон электромагнитной индукции Фарадея. Из третьего уравнения следует, что электрические силовые линии могут начинаться и оканчиваться только на электрических зарядах. Четвертое уравнение указывает на то, что в вакууме силовые линии магнитного поля всегда замкнуты.



В присутствии материальных сред теория Максвелла должна быть дополнена рядом новых представлений, учитывающих микроскопическую структуру вещества.

Материальные уравнения электромагнитного поля можно записать в форме:

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E}; \quad \bar{B} = \mu_a \bar{H}; \quad \bar{J} = \sigma \bar{E}, \quad (5.11)$$

где $\bar{D}$ — вектор электрического смещения (индукции), Кл/м; $\bar{B}$ — вектор магнитной индукции, Вб/м² или Тл; ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость, Ф/м; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; σ — удельная проводимость вещества, См/м.

В расчётах часто используют относительные проницаемости:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0}; \quad \mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}. \quad (5.12)$$

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме для материальных сред:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H} &= \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \sigma \bar{E} + \bar{j}_{\text{ст.э}}; \\ \operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{j}_{\text{ст.м}}; \\ \operatorname{div} \bar{D} &= \rho; \\ \operatorname{div} \bar{B} &= 0, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где $\bar{j}_{\text{ст.э}}$, $\bar{j}_{\text{ст.м}}$ — плотности сторонних электрического и магнитного токов.

Уравнения Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_L \bar{H} d\bar{l} = \oint_S \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \sigma \bar{E} + \bar{j}_{\text{ст.э}} \right) d\bar{S};$$

$$\oint_L \bar{E} d\bar{l} = -\oint_S \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \bar{j}_{\text{ст.м}} \right) d\bar{S}; \quad (5.14)$$

$$\oint_S \bar{D} d\bar{S} = \int_V \rho dV;$$

$$\oint_S \bar{B} d\bar{S} = 0.$$

Часто приходится рассматривать электромагнитные поля, изменяющиеся во времени по гармоническому закону с частотой ω . При этом уравнение Максвелла записывают относительно комплексных амплитуд полей:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \dot{\bar{H}} &= i\omega \dot{\bar{E}} + \dot{\bar{j}}_{\text{ст.э}}; \\ \operatorname{rot} \dot{\bar{E}} &= -i\omega \dot{\bar{B}} - \dot{\bar{j}}_{\text{ст.м}}; \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\operatorname{div} \dot{\bar{D}} = \rho;$$

$$\operatorname{div} \dot{\bar{B}} = 0.$$

В эти уравнения входят комплексные диэлектрическая $\dot{\varepsilon}_a$ и магнитная $\dot{\mu}_a$ проницаемости:

$$\dot{\varepsilon}_a = \varepsilon'_a - i\varepsilon''_a; \quad \dot{\mu}_a = \mu'_a - i\mu''_a.$$

Наличие мнимых частей проницаемости указывает на необратимые превращение части энергии электромагнитного поля в энергию теплового движения. Если потери в среде связаны только с наличием токов проводимости, то

$$\dot{\varepsilon}_a = \varepsilon_a - i\frac{\delta}{\omega}; \quad \dot{\mu}_a = \mu_a. \quad (5.16)$$

В технике различные вещества принято характеризовать при помощи тангенсов углов диэлектрических магнитных потерь:

