

Министерство образования и науки, молодежи и спорта
Украины
Севастопольский национальный технический университет
Факультет радиоэлектроники
Кафедра радиотехники и телекоммуникаций



ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ВОЛНОВОДОВ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Методические рекомендации
по проведению практических занятий
и организации самостоятельной работы
студентов дневной формы обучения
направления 0509 — «Радиотехника»



Севастополь
2011

УДК 621.317.34 : 621.372

Геометрическая электродинамика волноводов прямоугольного сечения: методические рекомендации по проведению практических занятий и организации самостоятельной работы студентов дневной формы обучения направления 0509 — «Радиотехника» / Сост. **И.Л. Афонин, В.В. Саламатин.** — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2011. — 25 с.

Цель практических занятий — научить студентов на конкретных примерах применять полученные знания при исследовании волноводов прямоугольного сечения различных типов: металлических, металлodieлектрических и полосковых, а также правильно использовать временной баланс при изучении разделов дисциплины, вынесенных для самостоятельного изучения.

Методическое пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры радиотехники факультета радиоэлектроники СевНТУ, протокол № 12 от 2 июля 2011 года.

Допущены учебно-методическим центром СевНТУ в качестве учебно-методического пособия.

Рецензенты:

Савочкин А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций;

Бычков А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехнических систем Академии ВМС имени П.С. Нахимова

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой радиотехники и телекоммуникаций, доктор техн. наук, профессор **Гимпилевич Ю.Б.**

ДЛЯ ЗАМЕТОК, ЗАМЕЧАНИЙ И ПРЕДЛОЖЕНИЙ

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Содержание и объем практических занятий	5
1. Практическое занятие 1. Выбор поляризационных базисов. Классификация собственных волн на основе лучевых представлений. Определение результирующей составляющей векторов поля в четверть пространства	5
2. Задание 1 по организации самостоятельной работы студентов. Параметры металлического волновода и собственных волн с позиции лучевых представлений	7
3. Практическое занятие 2. Фаза коэффициента отражения на границе раздела двух диэлектриков при углах, больших критических. Определение направляющих углов вектора Пойнтинга парциальной волны в полосковом металлодиэлектрическом волноводе	10
4. Задание 2 по организации самостоятельной работы студентов. Критические длины волн	14
5. Практическое занятие 3. Типы волн в ПМДВ. Глубина проникновения поля в подложку	15
6. Задание 3 по организации самостоятельной работы студентов. Длина волны в ПМДВ, фазовая и групповая скорости	16
7. Практическое занятие 4. Инженерная методика расчета ПМДВ	17
8. Задание 4 по организации самостоятельной работы студентов. Инженерная методика расчета ПМДВ	23
Библиографический список	24



ВВЕДЕНИЕ

Цель преподавания дисциплины:

Изучение студентами геометрической электродинамики (ГЭД) волноводов прямоугольного сечения СВЧ и КВЧ диапазонов позволяет обеспечить физическую наглядность и простоту понимания пространственной картины электромагнитного поля, придать ясный физический смысл всем параметрам волн и волновода, а также научить студентов разрабатывать инженерные методики расчетов диэлектрических, металлодиэлектрических, микрополосковых волноводов и устройств на их основе.

Основные знания, приобретаемые студентами при изучении дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент **должен знать**:

- способ лучевых представлений при получении соотношений для собственных полей прямоугольного волновода и их интерпретацию;
- вывод дисперсионных уравнений для парциальных волн ортогональных поляризаций;
- параметры (и их физический смысл) электромагнитных волн и волноводов прямоугольных сечений;
- методы синтеза и анализа волноводных устройств микроволнового диапазона.

Основные умения, приобретаемые студентами при изучении дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент **должен уметь**:

- рассчитывать параметры диэлектрического и металлодиэлектрического волноводов для заданного рабочего диапазона частот;
- определять параметры основного типа волны в заданном рабочем диапазоне частот: фазовую и групповую скорости, длину волны в волноводе, характеристическое сопротивление, фазы коэффициентов отражения от границ поверхностей и другие параметры;
- разрабатывать структурные схемы и анализировать различные типы измерителей: погонных потерь, длины волны в волноводе, диэлектрической проницаемости волноведущего стержня.

Дисциплина «ГЭД» изучается в одном семестре. Сдаётся итоговый зачет по результатам изучения лекционного курса. При этом основные знания закрепляются на практических и лабораторных занятиях, а также при самостоятельной работе студентов.

Все вопросы программы можно самостоятельно изучить по основной [1 — 4] и дополнительной литературе [5 — 18] с привлечением данного учебно-методического пособия.

Связь, 1973. — 300 с.

16. Фальковский О.И. Техническая электродинамика / О.И. Фальковский. — М.: Связь, 1978. — 356 с.

17. Векштейн Е.Г. Сборник задач по электродинамике / Е.Г. Векштейн. — М.: Высш. шк., 1966. — 288 с.

18. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. — М.: Наука, 1986. — 176 с.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Шокало В.М. Электродинаміка та поширення радіохвиль. Ч.1. Основи теорії електромагнітного поля: підруч. для студентів ВНЗ / В.М. Шокало, В.І. Правда, В.А. Усін, В.С. Вунтесмері, Д.В. Грецьких; За аг. Ред. В.М. Шокало та В.І. Правди. — Х.: ХНУРЕ, від-во «Колегіум», 2009. — 286 с.
2. Шокало В.М. Электродинаміка та поширення радіохвиль. Ч.2. Випромінювання та поширення електромагнітних хвиль: підруч. для студентів ВНЗ / В.М. Шокало, В.І. Правда, В.А. Усін, В.С. Вунтесмері, Д.В. Грецьких. — Х.: ХНУРЕ, від-во «Колегіум», 2009. — 435 с.
3. Саламатин В.В. Основы электродинамики (традиционной и геометрической): учеб. пособ. / В.В. Саламатин, И.Л. Афонин; Под ред. В.В. Саламатина. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2003. — 216 с.
4. Саламатин В.В. Основы геометрической электродинамики волноводов прямоугольного сечения: учеб. пособ. / В.В. Саламатин, И.Л. Афонин, С.Н. Бердышев. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2008. — 220 с.

Дополнительная литература

5. Федоров Н.Н. Основы электродинамики / Н.Н. Федоров. — М.: Высш. шк., 1980. — 399 с.
6. Марков Г.Т. Электродинамика и распространение радиоволн / Г.Т. Марков, Б.М. Петров, Г.П. Грудинская. — М.: Сов. радио, 1979. — 376 с.
7. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский. — М.: Сов. радио, 1976. — 543 с.
8. Долуханов М.П. Распространение радиоволн / М.П. Долуханов. — М.: Связь, 1972. — 336 с.
9. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ: учеб. для вузов по спец. «Электронные приборы и устройства автоматики» / А.Д. Григорьев. — М.: Высш. шк., 1990. — 335 с.
10. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн»: учеб. пособ. / С.И. Баскаков, В.Г. Карташов, Г.Д. Лобов и др.; Под ред. С.И. Баскакова. — М.: Высш. шк., 1981. — 208 с.
11. Витевский В.Б. Сборник упражнений и задач по электродинамическим дисциплинам / В.Б. Витевский, О.Н. Маслов, Э.А. Павловская. — М.: Радио и связь, 1996. — 197 с.
12. Вольман В.И. Техническая электродинамика / В.И. Вольман, Ю.В. Пименов. — М.: Связь, 1971. — 402 с.
13. Грудинская Г.П. Распространение радиоволн / Г.П. Грудинская. — М.: Высш. шк., 1975. — 280 с.
14. Гольдштейн Л.Д. Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.А. Зернов. — М.: Сов. радио, 1971. — 664 с.
15. Семенов Н.А. Техническая электродинамика / Н.А. Семенов. — М.:

СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

На все практические занятия для студентов дневной формы отводится 8 часов, кроме того, предусмотрено 8 часов для самостоятельной работы студентов.

1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1

«Выбор поляризационных базисов.

Классификация собственных волн на основе лучевых представлений. Определение результирующей составляющей векторов поля в четверть пространства»

1.1. Вводная часть. Постановка задания на занятие.

1.2. Основная часть.

Путем опроса студентов выяснить, как они понимают допустимость лучевой трактовки электромагнитных явлений в волноводах, и получить ответы на следующие вопросы:

— почему плоская электромагнитная волна распространяется в волноводе прямоугольного сечения по зигзагообразной траектории?

— каковы три варианта ориентации поляризационных базисов для анализа ортогональных линейно поляризованных парциальных волн? (После выяснения этого вопроса, студенты изображают на доске эти три варианта)?

— какой поляризационный базис используется для анализа электромагнитного поля в прямоугольном металлическом волноводе? В диэлектрическом и металлодиэлектрическом?

— как интерпретируются собственные волны H_{mn} и E_{mn} в прямоугольном металлическом волноводе с позиции лучевых представлений?

После опроса студенты самостоятельно решают задачу об определении структуры поля с помощью лучевых представлений в четверть пространства, ограниченном ортогональными отражающими поверхностями ($x = 0$, $y = 0$, рисунок 1), в которое поступает волна

$$A_1 = A_{1m} \cos(\omega t + k \cos \theta_x x + k \cos \theta_y y - k \cos \theta_z z),$$

имеющая направление распространения $\overline{P_1}$.

В результате отражения от стенок в направлении $\overline{P_2}$ и $\overline{P_3}$ распространяются волны:

$$A_2 = A_{2m} \cos(\omega t - k \cos \theta_x x + k \cos \theta_y y - k \cos \theta_z z + \varphi_{x0});$$



$$A_3 = A_{3m} \cos(\omega t + k \cos \theta_x x - k \cos \theta_y y - k \cos \theta_z z + \varphi_{y0}).$$

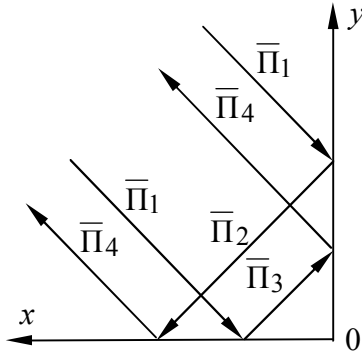


Рисунок 1.1 — Четверть пространства, ограниченная ортогональными отражающими поверхностями

После вторичных отражений от этих стенок в направлении $\overline{P_4}$ движется волна

$$A_4 = A_{4m} \cos(\omega t - k \cos \theta_x x - k \cos \theta_y y - k \cos \theta_z z + \varphi_{x0} + \varphi_{y0}).$$

Считаем, что комплексные коэффициенты отражения (ККО) от стенок $x=0$ и $y=0$ имеют модули, равные единице, а фазы — φ_{x0} и φ_{y0} соответственно.

Вследствие равенства модуля ККО единице

$$A_{1m} = A_{2m} = A_{3m} = A_{4m} = A_m.$$

Далее необходимо показать, чему равна суперпозиция четырех волн

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 4A_m \cos\left(k_x x - \frac{\varphi_{x0}}{2}\right) \cos\left(k_y y - \frac{\varphi_{y0}}{2}\right) \cos\left(\omega t - k_z z + \frac{\varphi_{x0}}{2} + \frac{\varphi_{y0}}{2}\right), \quad (1.1)$$

где $k_x = k \cos \theta_x$; $k_y = k \cos \theta_y$; $k_z = k \cos \theta_z$;

$\cos \theta_x$, $\cos \theta_y$, $\cos \theta_z$ — направляющие косинусы вектора Пойнтинга парциальной волны;

A — мгновенное значение любой составляющей векторов поля (E_y ,

$$\frac{\delta_{\min}}{a} = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon_1 / \varepsilon_2}}{\pi \sqrt{\sin^2 \theta_{x\max} - \varepsilon_2 / \varepsilon_1}}, \quad (7.10)$$

где $\theta_{x\max}$ определяется из (7.1) при $\lambda = \lambda_{\min} = 2a\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$ и подставляется в (7.10). В результате имеем $\delta_{\min}/a = 0,4$.

Положив $\delta = 4\delta_{\min} = 40,4a = 1,6a$, получаем поперечный размер волноводной структуры (рисунок 7.1), равный $A = a + 2d = 4,2a$.

8. ЗАДАНИЕ 4 ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ «Инженерная методика расчета ПМДВ»

8.1. Вводная часть. Изучите соответствующий материал по [3, 4].

8.2. Основная часть.

Для закрепления изученного материала на четвертом практическом занятии на самостоятельную проработку студентам выносятся следующие задания:

8.2.1. Для заданных значений относительных диэлектрических проницаемостей материалов волновода и подложки ε_1 и ε_2 , а также рабочего диапазона длин волн определите размеры волноводной структуры ПМДВ: a , b , A .

8.2.2. Определите критические длины волн следующих типов колебаний: E_y^{10} , E_y^{11} , E_y^{01} , E_x^{01} , E_x^{11} .

8.2.3. Постройте графики зависимостей $\theta_x = f_1(\lambda/a)$, $\theta_z = f_2(\lambda/a)$, для волны E_y^{00} , E_y^{10} , E_y^{01} , E_x^{01} .

8.3. В заключительной части проработки самостоятельного занятия студенты делают выводы и формулируют вопросы на следующее практическое занятие.



$$a = \frac{\lambda_{\min}}{2\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}}. \quad (7.8)$$

Критическая длина волны колебания E_y^{01} определяется из соотношения (7.4), и для сохранения одноволнового режима она должна быть меньшей, или равной $\lambda_{\text{кр}1}^{10}$

$$\lambda_{\text{кр}2}^{01} \leq \lambda_{\text{кр}1}^{10}. \quad (7.9)$$

Это неравенство зависит от значения размера « b » волновода. Максимальное значение размера « b » выполняется в случае равенства $\lambda_{\text{кр}2}^{01} = \lambda_{\text{кр}1}^{10}$.

При $b < b_{\max}$ выполняется условие

$$\lambda_{\text{кр}2}^{01} < \lambda_{\text{кр}1}^{10}.$$

Для определения $b_{\max}$ в (7.4) подставляем

$$\lambda_{\text{кр}} = 2a\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}; \quad n = 1; \quad m = 0; \quad N = \mu_1/\mu_2 = 1.$$

В результате получаем

$$\frac{\arctg \sqrt{\frac{(a/b_{\max})^2(1 - \varepsilon_2/\varepsilon_1) - \varepsilon_2/\varepsilon_1}{1 - (a/b_{\max})^2(1 - \varepsilon_2/\varepsilon_1)}}}{\sqrt{(1/(1 - \varepsilon_2/\varepsilon_1)) - (a/b_{\max})^2}} = \frac{\pi}{2}. \quad (7.9)$$

Отношение $a/b_{\max}$ зависит от $\varepsilon_2/\varepsilon_1$.

Построив график зависимости $a/b_{\max} = f(\varepsilon_2/\varepsilon_1)$, можно определить $a/b_{\max}$ для заданных значений ε_1 и ε_2 , а затем вычислить $b_{\max}$.

Размер « b » волновода определяется из технологических, конструктивных и других соображений, но он не должен превышать $b_{\max}$.

Для определения требуемых поперечных размеров подложки находят глубину проникновения поля $\delta = \delta_{\min}$ на минимальной рабочей длине волны

$$\delta_{\min} = \frac{\lambda_{\min}}{2\pi\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\sin^2 \theta_{\max} - \varepsilon_2/\varepsilon_1}} = \frac{2a\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}}{2\pi\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\sin^2 \theta_{\max} - \varepsilon_2/\varepsilon_1}},$$

откуда

E_x, E_z, H_x, H_y, H_z) в любой точке этого пространства;

$4A_m$ — амплитуда составляющих, независимая от пространственных координат.

Для идеально проводящих металлических стенок фазы коэффициентов отражения равны для нижеперечисленных составляющих (желательно, чтобы студенты самостоятельно вспомнили их) равны:

$$\left. \begin{array}{llll} E_y \rightarrow & \varphi_{x0} = 180^\circ; & \varphi_{y0} = 0^\circ; & H_y \rightarrow & \varphi_{x0} = 0^\circ; & \varphi_{y0} = 180^\circ; \\ E_x \rightarrow & \varphi_{x0} = 0^\circ; & \varphi_{y0} = 180^\circ; & H_x \rightarrow & \varphi_{x0} = 180^\circ; & \varphi_{y0} = 0^\circ; \\ E_z \rightarrow & \varphi_{x0} = 180^\circ; & \varphi_{y0} = 180^\circ; & H_z \rightarrow & \varphi_{x0} = 0^\circ; & \varphi_{y0} = 0^\circ. \end{array} \right\}$$

Структура поля в рассматриваемой области пространства определяется следующим образом

$$\left. \begin{array}{l} E_y = E_{ym} \sin k_x x \cos k_y y \sin(\omega t - k_z z); \\ E_x = E_{xm} \cos k_x x \sin k_y y \sin(\omega t - k_z z); \\ E_z = E_{zm} \sin k_x x \sin k_y y \cos(\omega t - k_z z); \\ H_x = H_{xm} \sin k_x x \cos k_y y \sin(\omega t - k_z z); \\ H_y = H_{ym} \cos k_x x \sin k_y y \sin(\omega t - k_z z); \\ H_z = H_{zm} \cos k_x x \cos k_y y \cos(\omega t - k_z z). \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

Система уравнений (1.2) полностью соответствует аналогичным соотношениям, полученным в традиционной электродинамике.

1.3. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.

2. ЗАДАНИЕ 1 ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ «Параметры металлического волновода и собственных волн с позиции лучевых представлений»

2.1. Вводная часть. Изучите соответствующий материал по [3, 4].

2.2. Основная часть

В соответствии с соотношением (1.1) амплитуда результирующей волны вдоль осей $0x$ и $0y$ изменяется по гармоническому закону. Введение в чет-



верть пространства двух ортогональных поверхностей $x = a$ и $y = b$ без искажения структуры поля возможно при выполнении соответствующих граничных условий.

Зависимость амплитуды составляющей векторов поля от координаты x определяется соотношением $A_x = A_{xm} \cos(k_x x - \varphi_{x0}/2)$. При $x = 0$

$$A_x = A_{xm} \cos\left(\frac{\varphi_{x0}}{2}\right);$$

при $x = a$

$$A_x = A_{xm} \cos\left(k_x a - \frac{\varphi_{x0}}{2}\right) = A_{xm} \cos\frac{\varphi_{xa}}{2},$$

откуда следует, что

$$\cos\left(k_x a - \frac{\varphi_{x0}}{2}\right) = \cos\frac{\varphi_{xa}}{2} \quad \text{или} \quad k_x a - \frac{\varphi_{x0}}{2} = m\pi + \cos\frac{\varphi_{xa}}{2},$$

то есть
$$k_x a = m\pi + \frac{\varphi_{x0}}{2} + \frac{\varphi_{xa}}{2}.$$

Для $\varphi_{x0} = \varphi_{xa} = 0$

$$k_x a = m\pi; \quad k_x = m\pi/a.$$

Аналогично, $k_y = n\pi/b$.

Подставляя значения k_x и k_y , получаем

$$k_x = k \cos\theta_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\theta_x = \frac{m\pi}{a},$$

откуда

$$\cos\theta_x = \frac{m\lambda}{2a}; \quad k_y = k \cos\theta_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\theta_y = \frac{n\pi}{b}; \quad \cos\theta_y = \frac{n\lambda}{2b},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$; $n = 0, 1, 2, \dots$.

Поскольку

$$\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1,$$

то

$$\sin\theta_z = \sqrt{\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y} = \sqrt{\left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n\lambda}{2b}\right)^2} = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}. \quad (2.1)$$

три составляющие векторов поля E_y, H_x, H_z . Ближайшими типами волн этого класса являются E_y^{10} и E_y^{01} .

Среди класса волн E_x^{mn} простейшей является волна E_x^{01} .

Все типы волн, кроме волны E_y^{00} , имеют конкретные значения критических длин волн. Следовательно, возможен одноволновый режим работы ПМДВ на волне E_y^{00} . Назовем ее основной или рабочей волной. Преимущества волны E_y^{00} не только в возможности одноволнового режима работы, но и в простоте структуры поля, в схожести ее на структуру поля волны H_{10} в прямоугольном металлическом волноводе, также имеющей только три составляющие: E_y, H_x, H_z , а, следовательно, в возможности моделирования волноводных устройств на ПМДВ по аналогии с устройствами на металлическом волноводе.

СВЧ мощность в ПМДВ распространяется не только в волноводе, но и в подложке. Глубина проникновения поля в подложку определяется соотношением

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{\sin^2\theta_x - \varepsilon_2/\varepsilon_1}}, \quad (7.6)$$

где δ — расстояние от грани волновода, на котором напряженность поля уменьшается в «е» раз (в 2,718 раз).

Из (7.6) видно, чем больше угол θ_x , тем меньше глубина проникновения поля в подложку, тем лучше направляющие свойства волновода.

Выбор размеров волновода a и b при заданных значениях ε_1 и ε_2 нужно произвести таким образом, чтобы с одной стороны обеспечить одноволновый режим работы, а с другой стороны обеспечить максимальную концентрацию электромагнитного поля внутри волновода, что достигается при условии равенства минимальной длины волны рабочего диапазона и критической длины волны ближайшего типа колебания E_y^{10} или E_y^{01} ($\lambda_{\min} = \lambda_{\text{кр}}$).

Критическая длина волны колебания E_y^{10} определяется из соотношения (7.3)

$$\lambda_{\text{кр}1}^{10} = 2a\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}. \quad (7.7)$$

Если положить $\lambda_{\min}^{10} = \lambda_{\text{кр}1}^{10} = 2a\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}$, то размер волновода « a » равен



При достижении угла θ_x своего критического значения из (7.1), полагая, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, получаем

$$\frac{\lambda_{\text{кpl}}}{a} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}}{m}. \quad (7.3)$$

При $\theta_z = 90^\circ$, $\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y = 1$ и $\cos \theta_y = \sin \theta_x$.

С учетом этого из (7.1) и (7.3) определяется критическая длина волны

$$\frac{\lambda_{\text{kp2}}}{a} = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_1 - (n/2)^2(\lambda_{\text{kp2}}/b)^2}}{m\pi + 2\arctg \frac{N\sqrt{(n/2)^2(\lambda_{\text{kp2}}/b)^2 - \varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1 - (n/2)^2(\lambda_{\text{kp2}}/b)^2}}}. \quad (7.4)$$

Из (7.3) следует, что при $m = 0$, угол θ_x достигает своего критического значения лишь при $\lambda \rightarrow \infty$. Следовательно, при любых конечных λ излучение энергии из боковых граней не происходит. Типы волн, имеющие индекс $m = 0$, являются неизлучающими.

Из (7.4) вытекает, что при изменении размера волновода **a**, критическая длина волны различных типов колебаний изменяется в пределах

$$\frac{2b\sqrt{\varepsilon_2}}{n} < \lambda_{\text{kp2}} < \frac{2b\sqrt{\varepsilon_1}}{n}. \quad (7.5)$$

При $n = 0$ длина волны, при которой угол θ_z достигает 90° , стремится к бесконечности, то есть $\lambda_{\text{кр}} \rightarrow \infty$. Для волн E^{0n} ($n \neq 0$) критическая длина волны определяется из соотношения (7.4).

Для волн E^{0m} ($m \neq 0$) критическая длина волны определяется из соотношения (7.3).

В общем случае, когда $m \neq 0$, $n \neq 0$ критическая длина волны считается равной наименьшему из двух значений, найденных из выражений (7.3) и (7.4). При этом если меньшим является значение, найденное из (7.4), то этот тип волны не будет излучаться из волновода, так как всегда $\theta_x > \theta_{x_{\text{кр}}}$.

Среди класса волн E_y^{mn} простейшей является волна с нулевыми индексами — E_y^{00} . Эта волна не имеет отсечки и может распространяться по волноводу без излучения при любых λ , вплоть до $\lambda \rightarrow \infty$. Она имеет только

При $\lambda \rightarrow 0$ угол θ_z стремится к нулю; плоская парциальная волна распространяется вдоль оси z .

При $\lambda \rightarrow \lambda_{\text{кр}}$, когда $\theta_z = 90^\circ$, распространение энергии вдоль волновода прекращается.

Из (2.1) видно, что

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}.$$

Полученная формула для определения критической длины волны такая же, как и в традиционной электродинамике.

Рассмотрим распространение парциальной волны вдоль волновода

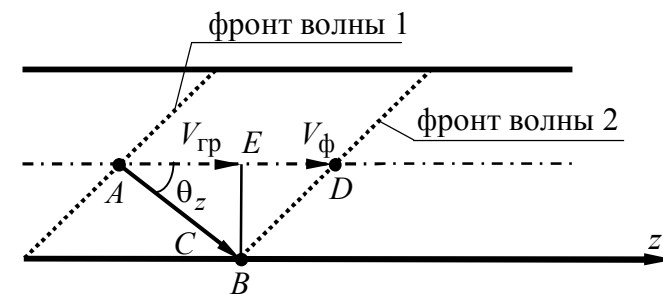


Рисунок 2.1 — Распространение парциальной волны вдоль волновода

Волна распространяется под углом θ_z к оси полого волновода со скоростью c . Через время Δt фронт волны займет положение 2. Скорость перемещения фронта волны вдоль оси z обозначим V_ϕ . Из треугольника ABD следует, что

$$AD = V_\phi \Delta t = \frac{AB}{\cos \theta_z} = \frac{c \Delta t}{\cos \theta_z} \quad \text{или} \quad V_\phi = \frac{c}{\cos \theta_z}.$$

Энергия волны переместится вдоль оси z на расстояние AE , равное $AB \cos \theta_z$.

Из ΔAEB имеем $AE = V_{\text{гp}} \Delta t = c \Delta t \cos \theta_z$ или $V_{\text{гp}} = c \cos \theta_z$, где $V_{\text{гp}}$ — групповая скорость волны. Откуда

$$V_{\phi} V_{\text{гр}} = c^2.$$



Выражение (2.1) можно переписать следующим образом

$$\sin \theta_z = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} = \frac{\lambda}{\lambda_{кр}},$$

тогда

$$\cos \theta_z = \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}; \quad V_\phi = \frac{c}{\cos \theta_z} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}};$$

$$V_{гр} = c \cos \theta_z = c \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}.$$

Это в случае, если волновод заполнен воздухом. Если он заполнен диэлектриком, то вместо скорости c надо записать

$$V = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a} = c/\sqrt{\epsilon \mu}.$$

Длина волны в волноводе

$$\lambda_b = \frac{V_\phi}{f} = \frac{c}{f \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}.$$

Все эти выражения, хорошо известные из традиционной электродинамики, должны быть получены студентами самостоятельно. Результаты, полученные при самостоятельной проработке материала, должны убедить студентов в правильности подхода к анализу электромагнитных явлений в волноводе, опираясь на лучевые представления.

2.3. В заключительной части проработки самостоятельного занятия студенты делают выводы и формулируют вопросы на следующее практическое занятие.

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 2

«Фаза коэффициента отражения на границе раздела двух диэлектриков при углах, больших критических. Определение направляющих углов вектора Пойнтинга парциальной волны в полосковом металлодиэлектрическом волноводе (ПМДВ)»

3.1. Вводная часть. Постановка задания на занятие.

3.2. Основная часть.

Синусы углов падения θ_{x1} и преломления θ_{x2} связаны известным соотношением (закон Снеллиуса)

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2\pi\sqrt{\epsilon_1\mu_1} \cos \theta_x}{m\pi + 2\arctg \left[\frac{N\sqrt{\sin^2 \theta_x - \epsilon_2\mu_2/\epsilon_1\mu_1}}{\cos \theta} \right]}; \quad (7.1)$$

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{2\pi\sqrt{\epsilon_1\mu_1} \cos \theta_x}{n}, \quad (7.2)$$

где $N = \mu_1/\mu_2$ — для класса волн E_y^{mn} и $N = \epsilon_1/\epsilon_2$ — для класса волн E_x^{mn} .

При $\lambda \rightarrow 0$, углы θ_x , θ_y стремятся к 90° , а угол θ_z стремится к 0° , то есть направление распространения плоских парциальных волн приближается к направлению оси волновода.

С увеличением длины волны углы θ_x , θ_y уменьшаются, а угол θ_z увеличивается.

Чтобы волновод для данного типа волны сохранял свои направляющие свойства, необходимо одновременно выполнение двух условий:

— угол θ_x должен быть больше критического

$$\theta_x > \theta_{xкр},$$

где $\theta_{xкр}$ находится из соотношения $\sin \theta_{xкр} = \sqrt{\epsilon_2\mu_2/\epsilon_1\mu_1}$.

В противном случае не будет выполняться условие полного внутреннего отражения, и из боковых граней волновода начнётся излучение, приводящее к значительному затуханию электромагнитной энергии в волноводе.

— угол θ_z должен быть меньше 90°

$$\theta_z < 90^\circ.$$

При $\theta_z = 90^\circ$ распространение волны вдоль волновода прекращается.

Длину волны, при которой достигается равенство $\theta_x = \theta_{xкр}$, либо $\theta_z = 90^\circ$, называется критической.

Критическая длина волны произвольного типа колебания E_y^{mn} или E_x^{mn} определяется величинами m и n , соотношением размеров a и b , и зависит от ϵ_1 , μ_1 , ϵ_2 , μ_2 .



Наличие металлических поверхностей в волноводной структуре позволяет не только устранить поляризационную неустойчивость диэлектрических волноводов, но и решить проблему крепления, отвода тепла при наличии активных элементов; увеличения механической прочности и т.д.

Проведенный анализ показал, что в ПМДВ могут распространяться волны двух типов: E_y^{mn} и E_x^{mn} . Волны E_y^{mn} в общем случае имеют составляющие:

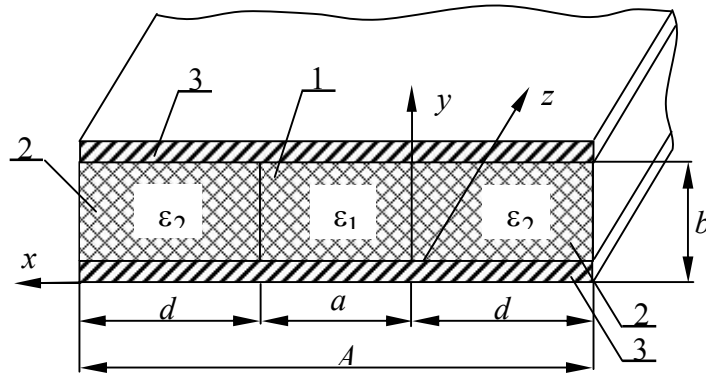
$$E_y, E_z, H_x, H_y, H_z, \text{ а } E_x = 0.$$

Волны E_x^{mn} :

$$E_x, E_y, E_z, H_y, H_z, \text{ а } H_x = 0.$$

Волны E_y^{mn} и E_x^{mn} представляют собой суперпозицию плоских волн (парциальных волн), векторы Пойнтинга которых образуют с осями координат углы $\theta_x, \theta_y, \theta_z$, удовлетворяющие условию:

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1.$$



1 — диэлектрический волновод; 2 — диэлектрическая подложка;
3 — металлические поверхности

Рисунок 7.1 — Поперечная структура ПМДВ

Направляющие углы зависят от параметров диэлектриков волновода (ϵ_1, μ_1), подложки (ϵ_2, μ_2), длины волны λ , размеров волновода (a, b), количества целых полувольт электрической или магнитной составляющих векторов поля, укладываемых на размере a или b волновода соответственно ($m = 0, 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots$).

$$\sin \theta_{x2} = \sqrt{\frac{\epsilon_1 \mu_1}{\epsilon_2 \mu_2}} \sin \theta_{x1}.$$

В диэлектрических волноводах $\epsilon_1 > \epsilon_2$, поэтому $\theta_{x2} > \theta_{x1}$. При критическом угле падения $\theta_{x1\text{кр}}$ угол преломления $\theta_{x2} = 90^\circ$, поэтому

$$\sin \theta_{x1\text{кр}} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}}.$$

Если угол падения больше критического, то $\sin \theta_{x2} > 1$, что возможно для комплексных углов.

Решение задач.

Задача 3.2.1. Вывести формулы для фаз коэффициентов отражения на границе раздела двух диэлектрических сред при углах, больших критических.

Для нормально поляризованной волны

$$\dot{\Gamma}_\perp = \frac{Z_{02} \cos \theta_{x1} - Z_{01} \cos \theta_{x2}}{Z_{02} \cos \theta_{x1} + Z_{01} \cos \theta_{x2}},$$

где $\cos \theta_{x2} = -i \operatorname{sh} \theta_{x2}''$, а $\sin \theta_{x2} = \operatorname{ch} \theta_{x2}''$.

Ответ:

$$\varphi_{x0\perp} = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{\mu_1 \sqrt{\sin^2 \theta_{x1} - \epsilon_2 \mu_2 / \epsilon_1 \mu_1}}{\mu_2 \cos \theta_{x1}} \right]. \quad (3.1)$$

Для параллельно поляризованной волны

$$\dot{\Gamma}_\parallel = \frac{Z_{02} \cos \theta_{x2} - Z_{01} \cos \theta_{x1}}{Z_{02} \cos \theta_{x2} + Z_{01} \cos \theta_{x1}}.$$

Ответ:

$$\varphi_{x0\parallel} = \operatorname{arctg} \left[\frac{\epsilon_1 \sqrt{\sin^2 \theta_{x1} - \epsilon_2 \mu_2 / \epsilon_1 \mu_1}}{\mu_2 \cos \theta_{x1}} \right]. \quad (3.2)$$

Задача 3.2.2. Вывести дисперсионные уравнения для ПМДВ. Поперечное сечение ПМДВ приведено на рисунке 3.1.



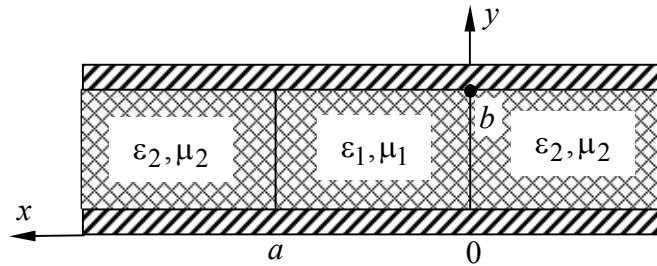


Рисунок 3.1 — Поперечное сечение ПМДВ

Напомнить студентам, что распределение амплитуды любой составляющей поля вдоль оси Ox внутри волноведущего стержня описывается выражением

$$A_x = A_{xm} \cos(k_x x - \varphi_{x0}/2).$$

При $x = 0$ $A_x = A_{xm} \cos(\varphi_{x0}/2).$

При $x = a$ $A_x = A_{xm} \cos(k_x a - \varphi_{x0}/2) = \cos(\varphi_{xa}/2),$

откуда

$$k_x a = m\pi + \frac{\varphi_{x0}}{2} + \frac{\varphi_{xa}}{2}.$$

Так как $\varphi_{x0} = \varphi_{xa}$, то

$$k_x a = m\pi + \varphi_{x0}, \quad (3.3)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$ — целое число полувольт, укладываемых на отрезке a вдоль оси Ox . Фазы коэффициента отражения для нормальной и параллельной поляризации определяются соотношениями (3.1) и (3.2).

Аналогичное соотношение имеет место и при распределении амплитуды вдоль оси Oy .

$$k_y b = n\pi + \frac{\varphi_{y0}}{2} + \frac{\varphi_{yb}}{2}, \quad (3.4)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — целое число длин полувольт, укладываемых на отрезке b вдоль оси Oy .

Дисперсионные уравнения нормально поляризованных волн для ПМДВ имеют вид

В ПМДВ в направлении вектора $\vec{\Pi}$ распространяется плоская волна со скоростью

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{a1}\mu_{a1}}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1\mu_1}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1}},$$

где c — скорость света в вакууме; $\mu_1 = 1$.

Вопросы для закрепления изученного материала.

Вопрос 6.2.1. Как определяется длина волны в волновде?

Ответ:

$$\lambda_v = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_1 \cos \theta_z}}.$$

Вопрос 6.2.2. Запишите соотношение для фазовой скорости.

Ответ:

$$V_\phi = \frac{V_1}{\cos \theta_z}.$$

Вопрос 6.2.3. Запишите соотношение для групповой скорости

Ответ:

$$V_{gr} = V_1 \cos \theta_z.$$

Задача 6.2.1. Рассчитайте скорость V_1 в диэлектрике с $\epsilon_1 = 2,25$.

Задача 6.2.2. Рассчитайте фазовую и групповую скорости в ПМДВ с параметрами $\epsilon_1 = 2,08$; $\epsilon_2 = 1$; $a = 3,85$ мм; $b = 3,06$ мм; $\lambda = 9$ мм для волны типа E_y^{00} .

6.3. В заключительной части проработки самостоятельного занятия студенты делают выводы и формулируют вопросы на следующее практическое занятие.

7. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 4 «Инженерная методика расчета ПМДВ»

7.1. Вводная часть. Постановка задания на занятие.

7.2. Основная часть.

ПМДВ, поперечная структура которого изображена на рисунке 7.1, является поляризационно-устойчивым и наиболее перспективным для миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн.



Решение задач.

Задача 5.2.1. Выведите соотношение

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\varepsilon_1} \sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2/\varepsilon_1}}, \quad (5.1)$$

где δ — глубина проникновения поля в подложку, под которой понимается расстояние вдоль нормали к грани волновода при удалении от его поверхности, на котором амплитуда напряженности электрического или магнитного поля уменьшается в e раз ($e = 2,718$).

В общем виде амплитуда напряженности поля в подложке описывается функцией

$$A(x) = A_0 e^{-k_1 \sqrt{\sin^2 \theta_x - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} x}.$$

В критическом режиме $\sin^2 \theta_{\text{кр}} = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ из (5.1) следует, что $\delta \rightarrow \infty$, то есть амплитуда поля в подложке при удалении от граней волновода вдоль оси Ox не изменяется, концентрация поля в волноводе не происходит.

Если ограничить размер подложки от волноведущего стержня до внешней поверхности тремя δ , то величина напряженности поля на внешней поверхности составит $0,05 A(0)$, а переносимая мощность подложкой составит 0,25 % от мощности в волноводе.

Задача 5.2.2. Рассчитайте глубину проникновения для волны типа E_y^{00} , распространяющейся в ПМДВ параметрами: $\varepsilon_1 = 2,25$; $\varepsilon_2 = 2,08$ при $\lambda = 1,2$ а $a = 2$ мм.

Ответ: направляющие углы вектора Пойнтинга равны:

$$\theta_x = 78,6^\circ; \theta_y = 90^\circ; \theta_z = 11,4^\circ; \delta = 1,11 \text{ мм}; 3\delta = 3,33 \text{ мм}.$$

5.3. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.

6. ЗАДАНИЕ 3 ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ «Длина волны в ПМДВ, фазовая и групповая скорости»

6.1. Вводная часть. Изучите соответствующий материал по [3, 4].

6.2. Основная часть.

$$k_x a = m\pi + 2\arctg \left[\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta} \right], \quad (3.5)$$

а $k_y b = n\pi$, так как $\varphi_{y0} = \varphi_{yb} = 0$.

Для параллельно поляризованных волн вместо отношения μ_1/μ_2 в квадратных скобках следует написать $\varepsilon_1/\varepsilon_2$.

Подставляя в (3.5) значения k_x и k_y , равные

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_x; \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_y,$$

получаем

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2\pi \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_x}{m\pi + 2\arctg \left[\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta} \right]}; \quad (3.6)$$

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_y}{n}. \quad (3.7)$$

Из (3.6) и (3.7) следует, что направляющие углы вектора Пойнтинга θ_x , θ_y зависят от размеров волноведущего стержня a и b , параметров материала волновода и подложки ε_1 , μ_1 , ε_2 , μ_2 , значений m и n , длины волны λ .

Угол θ_z определяется формулой

$$\theta_z = \arcsin \left(\sqrt{\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y} \right).$$

3.3. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.



4. ЗАДАНИЕ 2 ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ «Критические длины волн»

4.1. Вводная часть. Изучите соответствующий материал по [3, 4].

4.2. Основная часть.

Выясните условия, при которых ПМДВ сохраняет свои направляющие свойства:

— угол θ_x должен быть больше критического $\theta_{x\text{кр}}$

$$\theta_x > \theta_{x\text{кр}} = \arcsin \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1};$$

— угол θ_z должен быть меньше 90°

$$\theta_z < 90^\circ.$$

При подстановке в дисперсионное уравнение

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} \cos \theta_x}{m\pi + 2\arctg \left[\frac{\mu_1 \sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2\mu_2/\varepsilon_1\mu_1}}{\mu_2 \cos \theta} \right]}$$

значения критического угла, а, также учитывая равенство $\mu_1 = \mu_2 = 1$, получаем выражение

$$\frac{\lambda_{\text{кр1}}}{a} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}}{m}. \quad (4.1)$$

При $\lambda > \lambda_{\text{кр1}}$ из боковых граней $x = 0$, $x = a$ наблюдается излучение, то есть не выполняется первое условие.

Выполнение второго условия осуществляется, если $\lambda < \lambda_{\text{кр1}}$, найденного из соотношения

$$\frac{\lambda_{\text{кр2}}}{a} = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_1 - (n/2)^2(\lambda_{\text{кр2}}/b)^2}}{m\pi + 2\arctg \left[\frac{M\sqrt{(n/2)^2(\lambda_{\text{кр2}}/b)^2 - \varepsilon_2}}{\varepsilon_1 - (n/2)^2(\lambda_{\text{кр2}}/b)^2} \right]}, \quad (4.2)$$

где $M = \frac{\mu_1}{\mu_2}$ — для $\perp$ поляризации, $M = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ — для $\parallel$ поляризации.

В этом случае $\theta_z < 90^\circ$.

Студентам предлагается самостоятельно вывести соотношения (4.1) и (4.2), а затем рассчитать критические длины волн по этим формулам для заданных параметров ПМДВ и видов поляризации нормальной и параллельной.

Пример: $\varepsilon_1 = 2,25$; $\varepsilon_2 = 2,08$; $\mu_1 = \mu_2 = 1$; $a = 5$ мм; $b = 3$ мм, для следующих значений m и n : $m = n = 0$; $(m = 0, n = 1)$, $(m = 1, n = 0)$, $m = n = 1$.

По результатам расчетов необходимо сделать выводы, и попытаться объяснить полученные результаты.

Как видно из (4.2), $\lambda_{\text{кр2}}$ при этом условии должна удовлетворять неравенству

$$\frac{2b\sqrt{\varepsilon_2}}{n} < \lambda_{\text{кр2}} < \frac{2b\sqrt{\varepsilon_1}}{n}$$

Проанализируйте, лежит ли в этих пределах найденное значение $\lambda_{\text{кр2}}$.

4.3. В заключительной части проработки самостоятельного занятия студенты делают выводы и формулируют вопросы на следующее практическое занятие.

5. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 3

«Типы волн в ПМДВ. Глубина проникновения поля в подложку»

5.1. Вводная часть. Постановка задания на занятие.

5.2. Основная часть.

В ПМДВ могут распространяться волны типов E_y^{mn} — нормально поляризованные волны и E_x^{mn} — параллельно поляризованные волны.

Предлагается студентам ответить на следующие вопросы:

— какие составляющие векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ имеют волны типов E_y^{mn} и E_x^{mn} ?

— назовите первые три типа волны классов E_y^{mn} и E_x^{mn} ;

— сформулируйте замечательные свойства основного типа волны ПМДВ — E_y^{00} ?

— каково условие равенства критических длин волн типов E_y^{10} и E_y^{01} ?

— кратко охарактеризуйте методику определения глубины проникновения поля в подложку?

