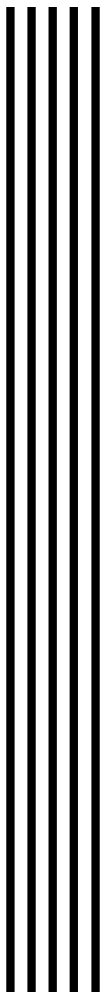


Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Севастопольский национальный технический университет



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ СРЕДСТВАМИ EXCEL

Методические указания
и варианты контрольных заданий
по дисциплине “Высшая математика”
для студентов экономических
специальностей дневной формы обучения

Севастополь

2011

Методические указания к решению задач линейной алгебры средствами Excel и варианты контрольных заданий по дисциплине “Высшая математика ” для студентов экономических специальностей дневной формы обучения / Сост. Л.Т. Потепалова. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2011. – 52 с.

Целью методических указаний является иллюстрация работы средств Microsoft Excel применительно к задачам высшей математики, что способствует развитию заинтересованности студентов в более глубоком и качественном изучении базовых разделов высшей математики. Каждая тема снабжена образцами решения предложенных задач и вариантами индивидуальных контрольных заданий.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры высшей математики СевНТУ, протокол № 11 от 24.06. 2011 г.

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент: Папкова Ю.И. кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры ВМ

СОДЕРЖАНИЕ

1. Матрицы и действия с ними.....	4
2. Решение систем линейных алгебраических уравнений средствами матричного исчисления.....	6
3. Решение систем уравнений методом Крамера.....	10
4. Образцы выполнения задач нулевого варианта.....	11
4.1 Образец выполнения задачи 4.1.....	11
4.2 Образец выполнения задачи 4.2.....	22
4.3 Образец выполнения задачи 4.3	27
5. Индивидуальные задания.....	30
Библиографический список	51

Если строки матрицы A записать столбцами, а столбцы строками, сохраняя нумерацию, то полученную таким образом матрицу называют транспонированной и обозначают A^T .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

Над матрицами, как и над числами, можно производить ряд операций. Матрицы можно складывать, вычитать, умножать на число, умножать. Разность матриц A и B можно определить так: $A - B = A + (-B)$. Операции деления в матричном исчислении не существуют.

Пример 1. Найти сумму матриц A и B .

Складывать можно матрицы одинаковых размеров, при этом складываются элементы матриц, расположенные в соответствующих позициях.

$$A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij}).$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -4 & 8 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 7 & -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -4 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Пример 2. Умножить матрицу A на число 3.

При умножении матрицы на число все её элементы умножаются на это число.

$$A_{m \times n} = (a_{ij}); \quad k \cdot A = k(a_{ij}) = (ka_{ij}).$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad 3A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & -3 \\ -9 & 12 & 15 \end{pmatrix}.$$

Пример 3. Найти произведение матриц A и B .

Операция умножения двух матриц возможна лишь тогда, когда число столбцов первой матрицы равно числу строк

второй. Если это условие нарушено, то умножение матриц выполнить невозможно. Произведение квадратных матриц одного размера всегда существует. В общем случае, произведение матриц AB не равно произведению BA . Если же $AB = BA$, то матрицы A и B называют перестановочными.

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \text{умножение невозможно.}$$

$(2 \times 3) \qquad (2 \times 2)$

Если внутренние цифры записанных размерностей матриц не равны, то умножение невозможно. Здесь $3 \neq 2$, то есть, число столбцов матрицы A не совпадает с числом строк матрицы B .

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 & 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 4 \cdot 6 \\ -1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & -1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & -1 \cdot 1 + 3 \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 8 & 26 \\ 8 & 1 & 17 \end{pmatrix}.$$

$(2 \times 2) \quad (2 \times 3).$

Число столбцов матрицы A совпадает с числом строк матрицы B . Умножение возможно. Внутренние цифры указанных размерностей матриц A и B равны ($2=2$). Размерность матрицы произведения можно узнать по крайним цифрам, указанных размерностей (слева для первой и справа для второй). Размерность матрицы произведения в данном примере - (2×3) .

2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СРЕДСТВАМИ МАТРИЧНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ.

При решении многих практических задач приходится решать систему линейных алгебраических уравнений. В общем виде её можно записать

размерности 2×2 , то число $\Delta A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$ -

является определителем второго порядка. Определитель третьего порядка для квадратной матрицы

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ вычисляют по правилу, записанному

ниже. Его называют правилом треугольников.

$$\Delta A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11}$$

Если порядок определителя больше трех, то его вычисление вручную значительно усложняется, например, уже при $n = 4$ необходимо сложить 24 (т.е. $4!$) слагаемых, а в случае определителя n -го порядка таких слагаемых будет $n!$. Тогда предполагается использование компьютера.

Необходимость введения определителя, как числа характеризующего квадратную матрицу, тесно связано с решением систем линейных алгебраических уравнений вида (2).

Система называется **совместной** если она имеет хотя бы одно решение и **несовместной**, если она не имеет ни одного решения.

Совместная система может иметь единственное решение (тогда она называется **определенной**) и множество решений (тогда она называется **неопределенной**).

Правильность найденного решения можно проверить, если подставить матрицу-столбец X в матричное уравнение (3). При правильном решении произведение $A \cdot X$ будет равно элементам столбца свободных членов, то есть, матрице B .

Если в определенной системе число уравнений равно числу неизвестных ($m = n$) и определитель матрицы, составленной из ее коэффициентов $\Delta A \neq 0$, то систему можно решить и матричным способом, и по формулам Крамера.

Схема решения системы матричным способом.

Рассмотрим систему (2) и матрицу ее коэффициентов A . Найдем определитель этой матрицы.

$$\Delta A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Если $\Delta A \neq 0$, то матрица коэффициентов A называется **невырожденной** и имеет обратную. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к данной, если при умножении этой матрицы на данную матрицу как слева, так и справа получается единичная матрица: $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$.

Обратную матрицу A^{-1} и находят по формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} \cdot \overline{A^T}, \quad (5)$$

где $\overline{A^T}$ – транспонированная матрица алгебраических дополнений.

Алгебраические дополнения для каждого элемента определителя находят по формуле $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$, где число M_{ij} называют **минором** некоторого элемента a_{ij} определителя n -го порядка ΔA . Минор равен значению определителя $(n - 1)$ порядка, который получен из исходного определителя ΔA путем вычеркивания строки и столбца, на пересечении которых находится выбранный элемент a_{ij} .

После нахождения матрицы алгебраических дополнений A и ее транспонирования, находят обратную матрицу по формуле (5).

Умножая обе части матричного уравнения (3) $A \cdot X = B$ на A^{-1} слева, получим решение этого матричного уравнения в виде

$$X = A^{-1} \cdot B.$$

Для решения системы матричным способом в пакете Excel имеются встроенные функции МОБР и МУМНОЖ, которые позволяют найти решения. Функция МОБР используется для нахождения обратной матрицы A^{-1} , а функция МУМНОЖ позволяет найти произведение $A^{-1} \cdot B$, равное матрице неизвестных X , то есть, позволяет найти решения системы.

3. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КРАМЕРА

Рассмотрим систему (2) у которой число уравнений равно числу неизвестных ($m = n$) и определитель матрицы коэффициентов удовлетворяет условию $\Delta A \neq 0$. При решении системы по формулам Крамера кроме определителя ΔA , который называют главным, составляют вспомогательные определители: $\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_n$, где определитель ΔA_1 получается из определителя ΔA , путем замены его первого столбца столбцом свободных членов. Определитель ΔA_2 соответственно получается из определителя ΔA путем замены его второго столбца столбцом свободных членов и так далее. После отыскания всех n вспомогательных определителей находят неизвестные x_i по формулам Крамера:

$$x_j = \frac{\Delta A_j}{\Delta A}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Если порядок главного и вспомогательных определителей системы (2) больше трех, то решение системы по формулам Крамера вручную весьма затруднительно, поэтому и были разработаны различные компьютерные программы, позволяющие упростить эти трудоемкие процессы. В пакете MS Excel вычисляют определитель с помощью встроенной функции МОПРЕД.

4. ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧ НУЛЕВОГО ВАРИАНТА

С помощью встроенных в пакет EXCEL функций требуется произвести такие операции над матрицами как: умножение матрицы на число, сложение матриц, их умножение и транспонирование.

Задача 4.1. Расположите матрицы A, B, и C так, чтобы было возможным умножение этих матриц и их произведение - матрица D имела размерность $D_{6 \times 4}$, указанную в условии примера. Найдите матрицу $S = 3D^T - 4F$, если известно, что

$$0) \quad D_{6 \times 4}; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & -1 & 7 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 5 & -2 \\ -3 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ -4 & 3 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Образец выполнения задачи 4.1.

Размерность матрицы D в данном примере - (6×4) . Определим размерности матриц A, B, и C. Они соответственно равны: (5×4) , (3×5) , (6×3) . Используем правило умножения матриц. Так как у матрицы D должно быть шесть строк, то первым множителем из данных трех

следует взять матрицу $C_{6 \times 3}$. Поскольку у нее при шести строчках три столбца, то вторым множителем надо взять матрицу $B_{3 \times 5}$, имеющую три строки. В результате перемножения $C \cdot B$ получится промежуточная матрица D^* размерностью (6×5) .

$$C \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & 5 & -2 \\ -3 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix} = D^* = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -9 & -7 & 11 \\ -9 & -4 & 5 & 6 & -11 \\ 11 & 26 & 7 & 38 & 25 \\ 19 & 46 & 19 & 78 & 41 \\ -5 & -4 & -3 & -8 & -5 \\ -10 & 23 & -7 & 18 & 16 \end{pmatrix}.$$

Умножая матрицу D^* на матрицу $A_{5 \times 4}$, получим искомую матрицу D . Действительно:

$$C_{6 \times 3} \cdot B_{3 \times 5} \cdot A_{5 \times 4} = D_{6 \times 5}^* \cdot A_{5 \times 4} = D_{6 \times 4}. \quad (6)$$

Далее требуется, умножив полученную матрицу D на число 3, транспонировать ее после чего вычесть матрицу F , умноженную на 4. Разберем пошагово.

Умножение матриц.

Используем схему умножения двух матриц в MS EXCEL. Для этого открываем рабочий лист и составляем таблицу исходных данных в рабочем окне таблицы Excel. В ячейку A1 вводим имя первого множителя формулы (6) - это матрица C . В ячейку G1 вводим имя второго множителя этой же формулы - это матрица B . Данные первой матрица займут ячейки A3:C8, а второй – диапазон ячеек - F3: J5. Далее в

ячейку C10 вводим наименование результирующей матрицы-произведения D^* , после чего, нажав левую кнопку указателя мыши, выделяем блок ячеек C12:G17 под результирующую матрицу D^* (рисунок 1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	ПЕРВЫЙ МНОЖИТЕЛЬ С						ВТОРОЙ МНОЖИТЕЛЬ В			
2										
3	-2	0	1			1	-1	4	5	-2
4	1	2	-1			-3	1	0	2	-1
5	3	4	5			4	5	-1	3	7
6	7	8	9							
7	-1	0	-1							
8	-1	7	3							
9										
10			РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ МАТРИЦА D^*							
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										

Рисунок 1

С панели инструментов **Стандартная** вызываем **Вставку функций**. В появившемся диалоговом окне **Мастер функций** в поле **Категория** выбираем - **математические**. Затем в поле **функция** выбираем нужную функцию – **МУМНОЖ** (рисунок 2).

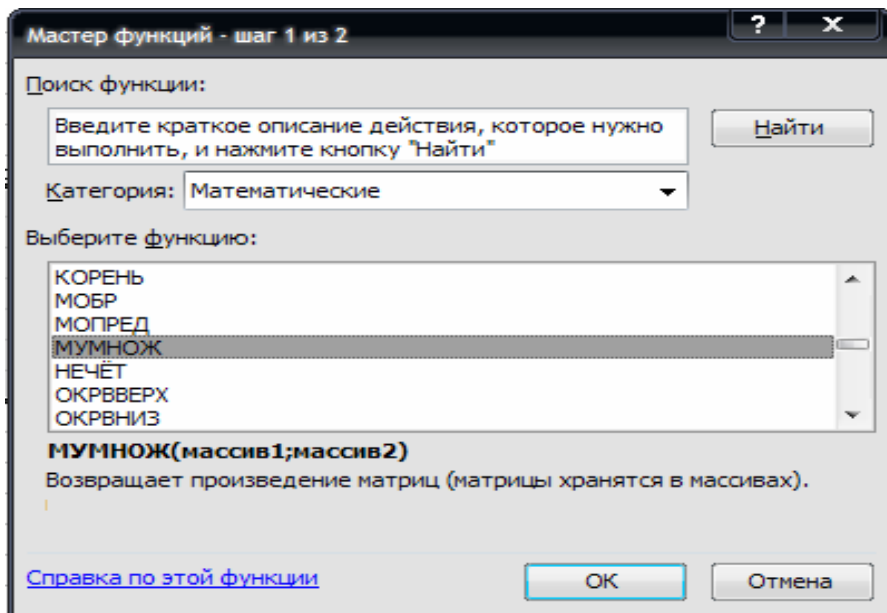


Рисунок 2

Нажатием кнопки ОК, вызываем диалоговое окно МУМНОЖ. В пустое рабочее поле Массив 1 вводим диапазон A3:C8 первой матрицы С, а в пустое рабочее поле Массива2 – диапазон F3:J5 второй матрицы В (рисунок3).

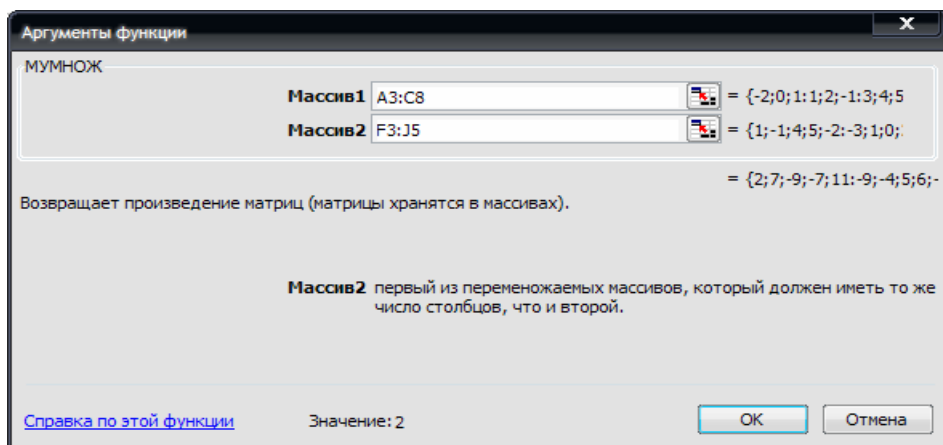


Рисунок3

Нажимаем сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. В зарезервированном диапазоне ячеек C12:G17 появиться матрица-произведение – матрица D^* (рисунок 4).

	A	B	C	D	E	F	G	H
10			РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ МАТРИЦА D^*					
11								
12			2	7	-9	-7	11	
13			-9	-4	5	6	-11	
14			11	26	7	38	25	
15			19	46	19	78	41	
16			-5	-4	-3	-8	-5	
17			-10	23	-7	18	16	
18								

Рисунок 4

Если произведение матриц $C \cdot B$ не появилось в указанном диапазоне, то следует щелкнуть указателем мыши в строке формул и еще раз нажать комбинацию клавиш CTRL+SHIFT+ENTER. В результате в диапазоне C12:G17 появится произведение матриц $C \cdot B$ – матрица D^* .

Для отыскания матрицы $D = D^* \cdot A$ повторяем предыдущую схему работы.

В ячейку A19 вводим имя третьей матрицы исходного задания. Это матрица A. Ее элементы вводим в диапазон ячеек A21:D25. В ячейку F19 вводим имя искомого произведения – МАТРИЦА D. Резервируем для получения результата блок ячеек F21:I26. Вызываем диалоговое окно МУМНОЖ. В пустое поле Массива1 вводим элементы массива матрицы D^* , а в Массив2 диапазон матрицы A. После нажатия сочетания клавиш CTRL+SHIFN+ENTER, в зарезервированном диапазоне получим искомую матрицу D (рисунок 5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
10			РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ МАТРИЦА D*							
11										
12			2	7	-9	-7	11			
13			-9	-4	5	6	-11			
14			11	26	7	38	25			
15			19	46	19	78	41			
16			-5	-4	-3	-8	-5			
17			-10	23	-7	18	16			
18										
19	МНОЖИТЕЛЬ A				ИСКОМОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ - МАТРИЦА D					
20										
21	3	2	1	-1		73	-8	-20	-55	
22	5	4	-1	2		-71	-4	11	53	
23	-3	1	0	2		369	386	-103	321	
24	4	6	-1	7		665	750	-187	657	
25	3	1	-2	0		-73	-82	17	-65	
26						226	189	-83	168	

Рисунок 5

Умножение матрицы на число.

Далее необходимо получить матрицу $3 \cdot D$. Для этого умножим на число 3 все элементы матрицы D, расположенной в диапазоне F21:I26. При английской раскладке клавиатуры, в левый верхний угол результирующей матрицы, например в A29, поставим табличный курсор. Для вычисления первого элемента введем формулу $=3*F21$, говорящую о том, что в этой ячейке результирующей матрицы появился элемент равный $73*3=219$ (рисунок 6).

	A	B	C	D
27				
28		МАТРИЦА 3D		
29	=3*F21			
30				
31				
32				
33				
34				
35				

Рисунок 6

Скопируем введенную формулу в остальные ячейки результирующей матрицы следующим образом: поставим табличный курсор в ячейку A29, наведем указатель мыши на точку в правом нижнем углу ячейки, при этом указатель мыши примет вид тонкого крестика и, протянем указатель до ячейки D29 при нажатой левой кнопке мыши. Затем аналогичным образом протянем указатель мыши до ячейки D34. Исходная матрица D, умноженная на число 3, появится в ячейках A29: D34.

Чтобы найти матрицу 4F надо повторить все предыдущие действия и в зарезервированных ячейках H39:M42 получить матрицу, элементами которой будут все элементы матрицы F умноженные на 4 (рисунок 7).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
37		МАТРИЦА F						МАТРИЦА 4F					
38													
39	1	-1	3	2	-1	2		4	-4	12	8	-4	8
40	2	-1	4	5	1	0		8	-4	16	20	4	0
41	-1	4	2	-1	3	0		-4	16	8	-4	12	0
42	-4	3	1	-1	0	2		-16	12	4	-4	0	8
43													

Рисунок 7

Транспонирование матрицы.

Теперь произведем транспонирование полученной матрицы 3D. Это возможно осуществить при помощи встроенной функции ТРАНСП по следующей схеме.

Выделяем блок ячеек нужной размерности под транспонированную матрицу (следует помнить, что при транспонировании строки исходной матрицы становятся столбцами массива). В нашем примере этот блок займет ячейки F30:K33.

Нажимая кнопку - **Вставка функции**, вызываем с панели инструментов **Стандартная** диалоговое окно **Мастер функций**. В рабочем поле **Категория** этого окна выбираем **Ссылки и массивы**, а в рабочем поле **Функция** выбираем программу **ТРАНСП**. После нажатия кнопки **ОК** открывается диалоговое окно **ТРАНСП**. В рабочее поле **Массив** этого окна вводим диапазон **A29: D34** транспонируемой матрицы 3D (рисунок 8).

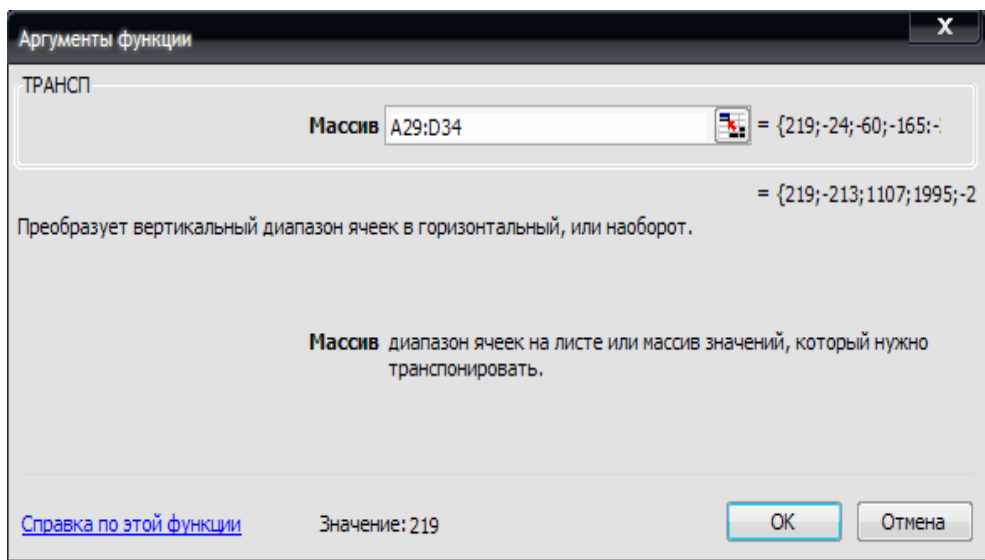


Рисунок 8

Завершаем поиск транспонированной матрицы нажатием сочетания клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**.

Если искомая матрица не появилась в выделенном диапазоне, то следует, щелкнув указателем мыши в Строке формул, повторить нажатие **CTRL+SHIFT+ENTER**. Транспонированная матрица в нашем примере появиться в диапазоне **F30:33** (рисунок 9).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
28	МАТРИЦА 3D					МАТРИЦА 3D РАНСПОНИРОВАННАЯ					
29	219	-24	-60	-165							
30	-213	-12	33	159		219	-213	1107	1995	-219	688
31	1107	1156	-309	963		-24	-12	1156	2250	-246	567
32	1995	2250	-561	1971		-60	33	-309	-561	51	-249
33	-219	-246	51	-195		-165	159	963	1971	-195	504
34	688	567	-249	504							
35											

Рисунок 9

Сложение и вычитание матриц.

Матрицу S получаем в результате выполнения последнего действия – вычитания двух матриц: $3D^T - 4F$. Для осуществления операции вычитания матриц в пакете EXCEL используют формулы, которые вводят в соответствующие ячейки.

В ячейки D44: F44 введем название матрицы S – МАТРИЦА - РЕЗУЛЬТАТ S. Пусть результирующая матрица будет занимать блок ячеек C46:H49. Установим курсор в левый верхний угол результирующей матрицы - ячейку C46 и введем формулу = F30 - H39. Она позволит вычислить первый элемент этой результирующей матрицы (рисунок 10).

	C	D	E	F	G	H
43						
44		МАТРИЦА - РЕЗУЛЬТАТ S				
45						
46	=F30-H39					
47						
48						
49						
50						

Рисунок 10

Скопируем введенную формулу в остальные ячейки результирующей матрицы, установив табличный курсор в ячейку С46. На точку в правом нижнем углу этой ячейки наводим указатель мыши так, чтобы он принял вид тонкого крестика. При нажатой левой кнопке мыши протягиваем указатель до ячейки Н46, затем так же протягиваем указатель мыши до ячейки Н49 (рисунок 11).

	С	D	E	F	G	Н
43						
44	МАТРИЦА - РЕЗУЛЬТАТ S					
45						
46	215	-209	1095	1987	-215	670
47	-32	-8	1142	2230	-250	567
48	-56	17	-317	-557	39	-249
49	-149	147	959	1975	-195	496
50						
51						

Рисунок 11

Матрица, равная разности исходных матриц, появится в ячейках С46:Н49.

Аналогично вычисляем и сумму матриц, только в формуле для вычисления первого элемента знак «-» заменяем на знак «+».

Отчет по данной работе может иметь вид, представленный на рисунке 12.

Отчет о решении задачи № 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	ПЕРВЫЙ МНОЖИТЕЛЬ C							ВТОРОЙ МНОЖИТЕЛЬ B					
2													
3	-2	0	1			1	-1	4	5	-2			
4	1	2	-1			-3	1	0	2	-1			
5	3	4	5			4	5	-1	3	7			
6	7	8	9										
7	-1	0	-1										
8	-1	7	3										
9													
10			РЕЗУЛЬТИРУЮЩАЯ МАТРИЦА D*										
11													
12			2	7	-9	-7	11						
13			-9	-4	5	6	-11						
14			11	26	7	38	25						
15			19	46	19	78	41						
16			-5	-4	-3	-8	-5						
17			-10	23	-7	18	16						
18													
19	МНОЖИТЕЛЬ A					ИСКОМОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ - МАТРИЦА D							
20													
21	3	2	1	-1		73	-8	-20	-55				
22	5	4	-1	2		-71	-4	11	53				
23	-3	1	0	2		369	386	-103	321				
24	4	6	-1	7		665	750	-187	657				
25	3	1	-2	0		-73	-82	17	-65				
26						226	189	-83	168				
27													
28	МАТРИЦА 3D					МАТРИЦА 3D РАНСПОНИРОВАННАЯ							
29	219	-24	-60	-165									
30	-213	-12	33	159		219	-213	1107	1995	-219	678		
31	1107	1158	-309	963		-24	-12	1158	2250	-246	567		
32	1995	2250	-561	1971		-60	33	-309	-561	51	-249		
33	-219	-246	51	-195		-165	159	963	1971	-195	504		
34	678	567	-249	504									
35													
36													
37	МАТРИЦА F					МАТРИЦА 4F							
38													
39	1	-1	3	2	-1	2		4	-4	12	8	-4	8
40	2	-1	4	5	1	0		8	-4	16	20	4	0
41	-1	4	2	-1	3	0		-4	16	8	-4	12	0
42	-4	3	1	-1	0	2		-16	12	4	-4	0	8
43													
44			МАТРИЦА - РЕЗУЛЬТАТ S										
45													
46			215	-209	1095	1987	-215	670					
47			-32	-8	1142	2230	-250	567					
48			-56	17	-317	-557	39	-249					
49			-149	147	959	1975	-195	496					

Рисунок 12

Задача 4.2 . Решить систему линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3; \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0; \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = -2; \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = -1; \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2. \end{cases}$$

Образец выполнения задачи 4.2

Оформим рабочий лист в рабочем окне таблицы Excel. Матрицу из коэффициентов при неизвестных вводим в диапазон ячеек A3:E7, а свободные члены системы – в диапазон ячеек F3:F7 (рисунок 13).

	A	B	C	D	E	F	G
1		МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ				СВОБОДНЫЕ	
2			СИСТЕМЫ			ЧЛЕНЫ	
3	2	-3	1	2	3	3	
4	1	-1	3	4	-7	0	
5	2	-4	-1	3	2	-2	
6	3	2	-2	-1	-1	-1	
7	1	-1	1	1	1	2	
8							

Рисунок13

Применяя встроенные функции пакета EXCEL, находим обратную матрицу для матрицы A, если она невырожденная. Для этого **вычисляем определитель матрицы и убеждаемся, что он не равен 0**. Выделяем курсором ячейку, например G3, в которую программой будет внесено значение определителя. С панели инструментов **Стандартная** вызываем **Вставку функции**. После появления диалогового окна Мастер функций выбираем **Математические** в рабочем поле **Категория**, затем выбираем функцию МОПРЕД в рабочем поле **Функция** (рисунок 14).

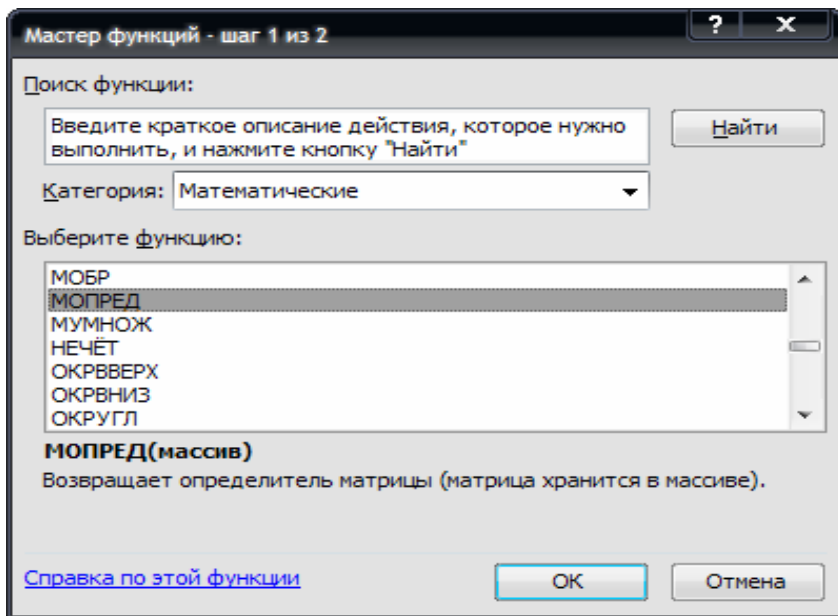


Рисунок 14

После нажатия клавиши ОК появляется диалоговое окно МОПРЕД. Далее необходимо в рабочее поле **Массив** ввести диапазон матрицы коэффициентов А3:Е7 (рисунок 15).

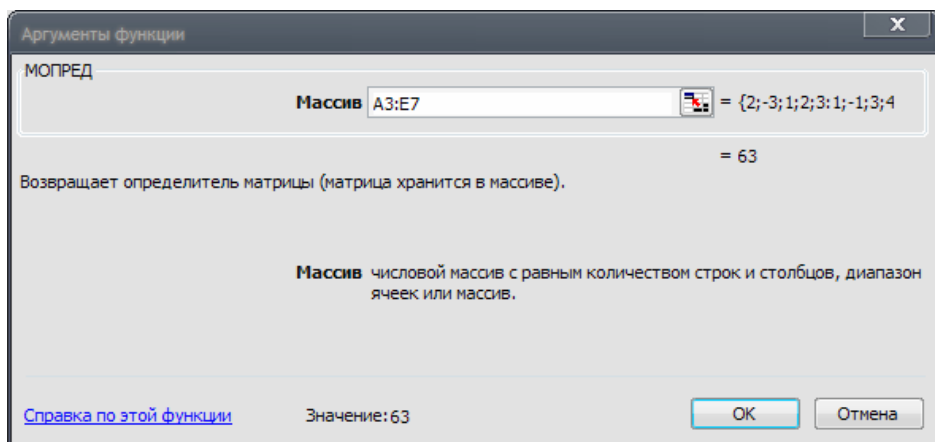


Рисунок 15

Завершаем работу нажатием клавиши ОК, после чего в ячейке G3 появится значение определителя, равного 63.

Поскольку определитель отличен от нуля, то матрица A имеет обратную.

Найдем обратную матрицу.

Для этого также необходимо выделить ячейки, в которые будут внесены программой элементы обратной матрицы. Пусть этот блок займет следующие ячейки: A9:E13 (рисунок 16).

	A	B	C	D	E	F	G
1		МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ				СВОБОДНЫЕ	
2			СИСТЕМЫ			ЧЛЕНЫ	
3	2	-3	1	2	3	3	63
4	1	-1	3	4	-7	0	
5	2	-4	-1	3	2	-2	
6	3	2	-2	-1	-1	-1	
7	1	-1	1	1	1	2	
8		ОБРАТНАЯ МАТРИЦА					
9							
10							
11							
12							
13							
14							

Рисунок 16

Далее на панели инструментов **Стандартная** вызываем **Вставку функций**. В появившемся диалоговом окне **Мастер функций** в рабочем поле **Категория** выбираем **Математические** и вызываем функцию МОБР в рабочем поле **Функции**.

Щелчком по кнопке ОК вызываем диалоговое окно МОБР, которое мышью отодвигаем в сторону от исходной матрицы и вводим диапазон исходной матрицы A3:E7 в рабочее поле **Массив** (указателем мыши при нажатой левой кнопке).

Завершаем поиск обратной матрицы нажатием сочетания клавиш CTRL+SHIFT+ENTER.

Если обратная матрица не появилась в диапазоне A9:E13, то следует щёлкнуть указателем мыши в Строке формул и повторить нажатие CTRL+SHIFT+ENTER.

Результат вычисления будет занесен в выделенный ранее диапазон: A9:E13 (рисунок 17).

	A	B	C	D	E	F	G
1		МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ				СВОБОДНЫЕ	
2		СИСТЕМЫ				ЧЛЕНЫ	
3	2	-3	1	2	3	3	63
4	1	-1	3	4	-7	0	
5	2	-4	-1	3	2	-2	
6	3	2	-2	-1	-1	-1	
7	1	-1	1	1	1	2	
8		ОБРАТНАЯ МАТРИЦА					
9	0,90	0,11	-0,32	0,25	-1,05		
10	-2,86	-0,33	0,81	-0,05	4,57		
11	0,76	0,11	-0,46	-0,03	-0,62		
12	-3,43	-0,33	1,24	-0,19	5,29		
13	-1,10	-0,22	0,35	-0,08	1,95		
14							

Рисунок 17

Далее следует убедиться в правильности вычислений. Для этого проверяем выполнение известных равенств:

$$A^1 \cdot A = A \cdot A^1 = E.$$

Используя схему умножения двух матриц, рассмотренную ранее, найдем произведение

$$A \cdot A^{-1} = E.$$

Его получим в зарезервированных ячейках A16:E20 (рис.18).

Повторим процедуру проверки, поменяв местами диапазоны, вводимые в рабочие массивы и найдем произведение $A^{-1}A$. В результате применения команды МУМНОЖ снова получим единичную матрицу E.

	A	B	C	D	E	F	G
1		МАТРИЦА КОЭФФИЦИЕНТОВ				СВОБОДНЫЕ	
2		СИСТЕМЫ				ЧЛЕНЫ	
3	2	-3	1	2	3	3	63
4	1	-1	3	4	-7	0	
5	2	-4	-1	3	2	-2	
6	3	2	-2	-1	-1	-1	
7	1	-1	1	1	1	2	
8	ОБРАТНАЯ МАТРИЦА						
9	0,90	0,11	-0,32	0,25	-1,05		
10	-2,86	-0,33	0,81	-0,05	4,57		
11	0,76	0,11	-0,46	-0,03	-0,62		
12	-3,43	-0,33	1,24	-0,19	5,29		
13	-1,10	-0,22	0,35	-0,08	1,95		
14							
15	ПРОВЕРКА A A						
16	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
17	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00		
18	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00		
19	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00		
20	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00		
21							

Рисунок 18

Решение системы $X = A^{-1}B$ получим умножением обратной матрицы на матрицу – столбец свободных членов, расположенную в ячейках F3:F7.

Для этого повторим вызов команды МУМНОЖ, осуществляющей умножение матриц A^{-1} и B, предварительно зарезервировав блок ячеек, например G9:G13, для записи результатов решения.

Процедура умножения матриц подробно описана.

В зарезервированных ячейках получим искомое решение, правильность которого проверим при помощи подстановки в исходную систему линейных алгебраических уравнений (рисунок 20).

	A	B	C	D	E	F	G	H
8								
9	0,90	0,11	-0,32	0,25	-1,05		1	
10	-2,86	-0,33	0,81	-0,05	4,57		-1	
11	0,76	0,11	-0,46	-0,03	-0,62		2	
12	-3,43	-0,33	1,24	-0,19	5,29		-2	
13	-1,10	-0,22	0,35	-0,08	1,95		0	
14								
15								

Рисунок 20

Задача 4.3 Решить предыдущую систему алгебраических уравнений методом Крамера.

Образец выполнения задачи 4.3.

Заполним рабочий лист пакета Excel. Для этого в соответствующих ячейках таблицы сформируем главный определитель системы, отведя для него массив ячеек, например, A10:E14 и все пять вспомогательных определителей,

расположив данные для их вычисления в диапазонах ячеек, например, G10:K14, A19:E23, G19:K23, A28:E32, G28:K32.

Затем отметим ячейки рабочего листа пакета Excel в которых будем получать значения определителей, например диапазон E37:E41.

При помощи уже известной нам команды МОПРЕД вычисляем эти определители, например, определитель матрицы коэффициентов А, вычисленный ранее, то есть, главный определитель равен 63 (рисунок 21).

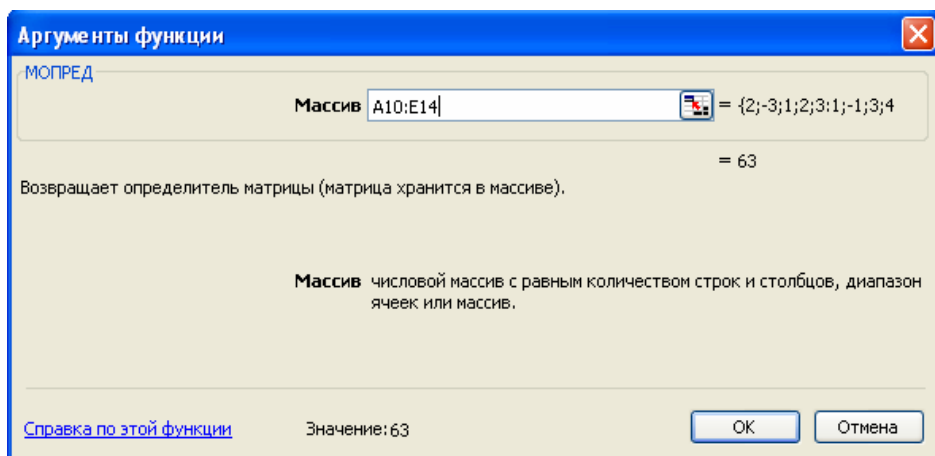


Рисунок 21

Для получения матрицы решений необходимо занести в произвольно выбранную ячейку, например, I37 формулу, позволяющую каждый вспомогательный определитель разделить на главный определитель системы

$$x_i = \frac{\Delta A_i}{\Delta A}.$$

Протягиванием указателя мыши за правый уголок вниз получим искомые решения системы в диапазоне I37:I42.

Образец отчета по работе представлен на рисунках 22 и 23.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3	РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ											
4	С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ КРАМЕРА											
5												
6												
7	Определитель матрицы						Вспомогательный					
8	коэффициентов A						определитель A1					
9												
10	2	-3	1	2	3		3	-3	1	2	3	
11	1	-1	3	4	-7		0	-1	3	4	-7	
12	2	-4	-1	3	2		-2	-4	-1	3	2	
13	3	2	-2	-1	-1		-1	2	-2	-1	-1	
14	1	-1	1	1	1		2	-1	1	1	1	
15												
16	Вспомогательный						Вспомогательный					
17	определитель A2						определитель A3					
18												
19	2	3	1	2	3		2	-3	3	2	3	
20	1	0	3	4	-7		1	-1	0	4	-7	
21	2	-2	-1	3	2		2	-4	-2	3	2	
22	3	-1	-2	-1	-1		3	2	-1	-1	-1	
23	1	2	1	1	1		1	-1	2	1	1	
24												
25	Вспомогательный						Вспомогательный					
26	определитель A4						определитель A5					
27												
28	2	-3	1	3	3		2	-3	1	2	3	
29	1	-1	3	0	-7		1	-1	3	4	0	
30	2	-4	-1	-2	2		2	-4	-1	3	-2	
31	3	2	-2	-1	-1		3	2	-2	-1	-1	
32	1	-1	1	2	1		1	-1	1	1	2	
33												

Рисунок 22

I37	=E37/\$A\$37											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
34	Значение			Значения вспомогательных				ФОРМУЛЫ			РЕШЕНИЯ	
35	определителя A			определителей				КРАМЕРА				
36												
37	63			A1	63				1			X1=1
38				A2	-63				-1			X2=-1
39				A3	126				2			X3=2
40				A4	-126				-2			X4=-2
41				A5	0,00				0			X5=0
42												
43												

Рисунок 23

Полученные решения требуется проверить. Для этого применяя встроенную функцию МУМНОЖ выполним умножение матрицы A на матрицу X , которая содержит найденные решения. В результате проверки должна получиться матрица B – столбец свободных членов.

5. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

5.1 Задача № 1. Выполните указанные действия с матрицами при помощи средств электронного пакета Excel.

Найдите матрицу D , равную произведению трех данных матриц, предварительно расположив матрицы A , B , и C в таком порядке, чтобы операция умножения была возможна и матрица произведения D имела указанную размерность. Найдите матрицу $K = \alpha \cdot F + \beta \cdot D^T$.

Варианты индивидуальных заданий к задаче 1.

$$1) D_{(4 \times 5)}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \\ 2 & 0 \\ -1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & 2 & 0 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) D_{(5 \times 6)}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 4 & 5 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = (1 \ 4 \ -1 \ 3); \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$3) D_{(3 \times 5)}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 5 \\ 6 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 4 & 6 & -1 \\ 3 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{4)} \ D_{(2 \times 4)}; \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 7 & -1 & 8 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & -1 & 7 \\ 2 & -1 & 8 & 9 \\ -4 & 1 & -3 & 2 \\ 4 & 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \\
 C &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{5)} \ D_{(6 \times 3)}; \quad A &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = (1 \ 3 \ 4 \ -1 \ 2);
 \end{aligned}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 1 & 4 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 7 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$6) D_{(4 \times 3)}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & -6 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 4 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 7 & -8 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix};$$

$$7) D_{(6 \times 2)}; \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ -1 & 7 \\ 8 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & 2 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 5 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ -1 & 7 & 2 & 8 \\ 3 & -2 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 4 & 5 \\ -1 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{8)} \ D_{(6 \times 5)}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 & 7 & 8 \\ -1 & 2 & 1 & 4 & 2 & -9 \\ 3 & 2 & -1 & 3 & 4 & -5 \\ 2 & 1 & 4 & 6 & -1 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 5 \\ -1 & 7 \\ 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & -9 & 3 & 1 \\ 6 & 7 & 8 & -1 & 9 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{9)} \ D_{(5 \times 4)}; \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 & 5 & 6 \\ 7 & 3 & 1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ -6 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 & 6 \\ -2 & 1 & 4 & -5 & 0 \\ -7 & 3 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 5 & 6 & -1 & 7 \\ 1 & 4 & 5 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 7 & 8 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 2 & 4 & -5 \\ 3 & 7 & -2 & 8 & -9 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{10) } D_{(6 \times 4)}; \quad A &= \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \\ 2 & -2 \\ -6 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & 7 \\ -7 & 4 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}; \\
 C &= \begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 & -5 & 0 \\ -2 & 3 & 1 & 4 & 5 & 8 \\ 2 & -7 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 6 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{11) } D_{(6 \times 3)}; \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & -5 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \\ 6 & 7 \\ 8 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 5 & -5 & 6 \\ -3 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 4 & -5 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 5 & -5 \\ -1 & 2 & 0 & 2 & -1 \\ 6 & 7 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix};
 \end{aligned}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 & 5 \\ -4 & 2 & 1 & 5 & -6 & 7 \\ 3 & 2 & -1 & 5 & -2 & 6 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{12)} \ D_{(5 \times 4)}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ -5 & 4 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & -7 \\ -8 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 6 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & 5 & 8 & -7 \\ -1 & 2 & 0 & -8 & 5 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 5 & 2 & -2 \\ -1 & 5 & 4 \\ 8 & 6 & -7 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 6 & -1 \\ 2 & 3 & -2 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 5 & 7 & 1 \\ 5 & 3 & 8 & -1 & 9 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{13)} \ D_{(4 \times 6)}; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 7 & 0 & 8 & 9 \\ 5 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 7 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & 4 & 3 & 9 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & 0 \\ 3 & 3 \\ 2 & -1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -7 & 1 \\ -3 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 3 \\ -6 & 4 & -1 & 8 \\ 1 & -7 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{14)} \quad D_{(2 \times 5)}; \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 6 & 7 \\ 2 & -1 & 5 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & -1 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & 2 & 5 \\ -7 & 1 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 8 & 7 & 9 \\ -3 & 4 & -5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \\
 F &= \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 4 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 8 & -9 \end{pmatrix};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{15)} \quad D_{2 \times 6}; \quad A &= \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & -5 & 8 \\ 5 & -2 & 1 & 0 & 4 & -2 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 6 & -8 & 3 & 1 & 4 & -7 \\ 7 & 0 & 5 & 6 & 1 & 9 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 3 & -7 \\ -2 & 8 & 9 & -6 \end{pmatrix}; \\
 C &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & -9 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & -4 & 5 \\ -5 & -2 & 0 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 8 \\ 6 & 0 \\ -2 & -7 \\ 5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$16) D_{6 \times 3}; \quad A = \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \\ 8 \\ 9 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & -4 & 5 \\ 3 & 7 & 8 \\ -5 & 9 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}; \quad C = (9 \quad -8 \quad 7 \quad 1 \quad 2);$$

$$F = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 4 & -8 & 9 & 6 \\ 4 & -3 & -1 & 5 & 2 & 9 \\ 1 & -7 & 6 & 5 & 4 & -8 \end{pmatrix}$$

$$17) D_{4 \times 3}; \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & -1 \\ -9 & 7 & 2 \\ 1 & -1 & 7 \\ 5 & 8 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ 4 & -1 & 0 & 7 & 8 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -7 \\ -8 & 4 & 5 \\ 6 & -7 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 6 \\ -3 & 8 & 9 & -3 \\ 1 & 5 & -6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{18) } D_{6 \times 2}; \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ -7 & 1 \\ 8 & 6 \\ -4 & 5 \\ 3 & 2 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 9 & -7 & 5 & -4 & 2 \\ 5 & 2 & 1 & 0 & 5 & 9 \\ -7 & 6 & 5 & 4 & 8 & -1 \\ 2 & -5 & 6 & 7 & 9 & -8 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 7 & 8 \\ -7 & 2 & 8 & -4 \\ 2 & -9 & 2 & 6 \\ 0 & 7 & 1 & 2 \\ 8 & 6 & 5 & 0 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 & 4 & 8 & -9 \\ -7 & 6 & 0 & 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{19) } D_{5 \times 6}; \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 & 7 & -9 & 5 \\ 5 & 2 & 8 & 3 & -4 & 2 \\ -1 & 6 & -4 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & -7 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 7 & -5 \\ -3 & 9 & 6 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 4 & -7 \\ 8 & 2 \\ 6 & 0 \\ -9 & 7 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 6 & -7 & 8 & 2 & -5 \\ 4 & -5 & 4 & 8 & 1 \\ -3 & 7 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 6 & 7 & -4 & 6 \\ 6 & -4 & 1 & 4 & 9 \\ 2 & 2 & 9 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{20)} D_{5 \times 4}; \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -4 & 4 & -8 & 3 \\ 1 & -9 & 5 & 2 & 4 & -6 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 7 & 6 \\ -1 & 3 \\ 2 & 8 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & -1 & -3 \\ -8 & 5 & 6 & 5 \\ 9 & -1 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 7 & 2 \\ -2 & 5 & -6 & -1 \\ 6 & 8 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} -9 & 4 & -5 & 8 & -7 \\ 1 & -8 & 6 & 2 & 9 \\ 5 & 4 & -7 & -2 & 6 \\ -6 & 5 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{21)} D_{6 \times 4}; \quad A = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 4 & -6 \\ -5 & 2 \\ -3 & 1 \\ 0 & 4 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 & -4 & 5 \\ -6 & 7 & 7 & -1 \\ 9 & 8 & -2 & 6 \\ -3 & 2 & 0 & 8 \\ 9 & -6 & 1 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 9 & 5 & -4 & -2 & 1 \\ -7 & 2 & -1 & 8 & 6 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -8 & 9 & 1 & 2 \\ 3 & -8 & 3 & -1 & 9 & -1 \\ -7 & 4 & 2 & 6 & 6 & 3 \\ 6 & -5 & 0 & 4 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{22)} \ D_{2 \times 5}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 & 6 & 7 \\ 2 & -1 & 5 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 4 & 6 & 7 \\ 2 & -1 & 6 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & 2 & 5 \\ -7 & 1 & 9 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 8 & 7 & 9 \\ -3 & 4 & -5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 4 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 8 & -9 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{23)} \ D_{2 \times 6}; \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 5 & -5 & 8 \\ 5 & -2 & 1 & 4 & 4 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 6 & -8 & 3 & 4 & 4 & -7 \\ 7 & 0 & 5 & 1 & 1 & 9 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 3 & -7 \\ -2 & 8 & 9 & -6 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & -9 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & -4 & 5 \\ -5 & -2 & 0 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 8 \\ 6 & 0 \\ -2 & -7 \\ 5 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{24)} \ D_{4 \times 5}; \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -2 & 1 \\ 3 & -9 \\ 7 & 8 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -3 & 5 & 7 \\ 9 & -7 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -7 & 1 & 3 & -8 \\ 5 & 5 & -1 & 2 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 4 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 7 & -1 & 5 & -4 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 7 \\ -7 & 5 & 6 & 9 \\ 5 & 4 & 2 & -1 \\ 6 & -2 & 1 & 8 \\ 3 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{25)} \ D_{5 \times 6}; \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & -1 & 5 & 6 & -8 \\ 7 & 1 & 6 & 4 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -7 & 5 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 8 & 6 & 1 & 9 \end{pmatrix}; \quad B = (8 \ 7 \ -5 \ 6);$$

$$C = \begin{pmatrix} 8 \\ -9 \\ 7 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 9 & 6 & -1 \\ 1 & 4 & -7 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & -9 \\ -1 & 2 & -8 & -3 & 6 \\ 3 & 0 & 1 & -8 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$26) D_{3 \times 5}; A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -5 & 4 & 3 \\ -2 & 8 & 0 & 5 & 6 \\ 5 & -9 & 3 & 4 & 6 \\ 7 & 1 & 1 & -8 & -5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 9 \\ 3 & 4 & -6 & 1 \\ -3 & 5 & 8 & 8 \\ 6 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & -9 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 6 & -7 & 5 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 7 & 8 & 4 \\ -3 & 0 & 5 & 1 & -8 & 6 \\ 5 & 2 & 8 & 6 & 9 & -8 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 8 \\ 9 & 5 & 1 \\ -7 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$27) D_{2 \times 4}; A = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 2 & 9 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 9 & 5 \\ -2 & 5 & 3 & 1 & -1 \\ 9 & 1 & -3 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 8 & 6 & 9 \\ 8 & -2 & 7 & -5 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 9 & 7 & -6 \\ -5 & 1 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & -5 & 9 \\ 3 & 1 & 6 & -8 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -8 & 2 & 4 & -6 \\ 4 & -2 & 5 & -7 & 8 & 9 \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -9 & 7 \\ 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$28) D_{6 \times 3}; \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & 8 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 9 & -7 \\ -6 & 1 \\ 8 & -3 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 5 & -4 & 9 \\ -9 & 1 & 7 & 3 & 0 \\ 5 & -6 & 8 & -2 & 1 \\ -7 & 8 & -9 & 4 & 8 \\ 6 & 2 & 5 & 5 & -7 \\ 1 & 9 & 1 & -1 & 9 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 8 & -9 & 3 & -1 \\ -8 & -6 & 1 & -2 & 5 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & -6 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$29) D_{5 \times 4}; \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -6 & 7 \\ -8 & 9 & 4 & -6 \\ 3 & 8 & 9 & -1 \\ -6 & 6 & 2 & 5 \\ 1 & 9 & -2 & 5 \\ 7 & 2 & 3 & -8 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -8 & 6 & 2 & 1 & -7 & 1 \\ 9 & 7 & -4 & 6 & -6 & 3 \\ -4 & -5 & 3 & 8 & 2 & -5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 9 \\ 3 & -8 & -6 \\ -9 & 7 & 4 \\ 6 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 3 & -9 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & -7 \\ 9 & 8 & -7 & 5 & 4 \\ -3 & 5 & 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{30) } D_{4 \times 6}; A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 & 8 & -7 \\ 4 & 8 & 3 & 5 & 1 \\ -6 & 4 & -4 & 3 & -2 \\ 5 & 6 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 2 & -9 & 7 & 1 \\ -8 & 6 & -3 & 2 & -5 & 6 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \\ 8 & -7 \\ 6 & 9 \\ 1 & -4 \end{pmatrix};$$

$$F = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 6 & -7 \\ 8 & 2 & 2 & 4 \\ -5 & 4 & -3 & 3 \\ 6 & 2 & 4 & 9 \\ 1 & -1 & 8 & -6 \\ -4 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{31) } D_{2 \times 5}; A = \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 5 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & 6 & 7 & 2 \\ 3 & -8 & 7 & 1 & 6 \\ -9 & 6 & 6 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & -4 & 3 & 1 \\ -8 & 4 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 6 & -5 & 6 & 8 & -9 & -1 \\ -4 & 2 & -9 & 7 & 6 & -3 \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} -6 & 7 \\ -8 & 9 \\ 5 & -3 \\ 7 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача № 2.

Решите систему линейных алгебраических уравнений
средствами электронного пакета Excel.

5.2. Решите систему методом Крамера.

5.3. Решите систему методом обратной матрицы.

Осуществите проверку обратной матрицы A^{-1} и найденного решения.

Варианты индивидуальных заданий к задаче 2

1.

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 2x_5 = -3$$

$$3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 6x_4 + 5x_5 = 9$$

$$4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 3$$

$$6x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 34$$

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 5$$

2.

$$4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 20$$

$$6x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 31$$

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 - 4x_5 = -8$$

$$4x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 5x_5 = -10$$

$$2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 + 5x_5 = 21$$

3.

$$2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 + 7x_5 = 4$$

$$4x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 6x_5 = 13$$

$$2x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 6x_4 + 2x_5 = -23$$

$$4x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 6x_4 + 2x_5 = -6$$

$$6x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -8$$

4.

$$2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 6x_5 = 4$$

$$4x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 35$$

$$6x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 4x_4 - 6x_5 = 32$$

$$4x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 32$$

$$6x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 50$$

5.

$$x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 3x_4 + x_5 = 8$$

$$2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 18$$

$$4x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 10$$

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 8$$

$$8x_1 - 4x_2 + x_3 - 2x_4 + 7x_5 = 94$$

6.

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 - 19x_4 + 8x_5 = -15$$

$$2x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 2x_5 = -35$$

$$7x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 8x_5 = 11$$

$$4x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 4$$

$$8x_1 - 5x_2 + 9x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 2$$

7.

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 - x_5 = 15$$

$$3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 6$$

$$21x_1 - 19x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 5$$

$$7x_1 - 8x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 6x_5 = -9$$

$$2x_1 - 7x_2 + 6x_3 - 8x_4 + 21x_5 = 14$$

8.

$$4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 6x_5 = 23$$

$$6x_1 - 4x_2 + 8x_3 - x_4 + 7x_5 = 43$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 + 10x_5 = 1$$

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 31$$

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = -5$$

9.

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + x_5 = -20$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 12$$

$$3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 9$$

$$7x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -19$$

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 8x_4 - 6x_5 = -84$$

10.

$$2x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 24$$

$$4x_1 + 2x_2 - 6x_3 - 4x_4 + 3x_5 = -8$$

$$3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 4x_5 = 17$$

$$6x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 39$$

$$7x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 36$$

11.

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 + x_5 = 22$$

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 26$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = -6$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 25$$

$$6x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 6x_4 + 2x_5 = -14$$

12.

$$3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 - 6x_5 = -18$$

$$4x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 5x_4 - 4x_5 = 34$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 33$$

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 23$$

13.

$$2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 26$$

$$3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 10$$

$$4x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -21$$

$$5x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 11$$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = -4$$

14.

$$3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 4x_5 = 5$$

$$4x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4 - 6x_5 = 23$$

$$x_1 + 6x_2 - 7x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -24$$

$$2x_1 - 6x_2 - 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 = -27$$

$$3x_1 + 5x_2 - 6x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -1$$

15.

$$\begin{aligned}
5x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 - 4x_5 &= -10 \\
x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 5x_5 &= 4 \\
5x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 &= -10 \\
3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 - 5x_5 &= -15 \\
4x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 - 2x_5 &= -3
\end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 4x_5 &= -7 \\
3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 4x_4 - 5x_5 &= 4 \\
4x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= -11 \\
5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 4x_5 &= 35 \\
4x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 &= 22
\end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned}
4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 &= 33 \\
3x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 &= 24 \\
2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 4 \\
3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 7x_5 &= 28 \\
2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 2x_5 &= 5
\end{aligned}$$

18.

$$\begin{aligned}
3x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 &= 20 \\
3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 5x_4 - x_5 &= -1 \\
4x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 6x_4 + 8x_5 &= -6 \\
2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 6x_5 &= -1 \\
3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 8
\end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned}
2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 &= 14 \\
3x_1 + 4x_2 - x_3 + 6x_4 - 2x_5 &= 46 \\
6x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 7x_4 - 4x_5 &= 45 \\
4x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 - 5x_5 &= 3 \\
6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 - 4x_5 &= 32
\end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned}
4x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 8 \\
x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 3x_4 - 4x_5 &= 4 \\
3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 6x_5 &= 9 \\
2x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= -2 \\
3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 6x_4 + 5x_5 &= 4
\end{aligned}$$

21.

$$\begin{aligned}
2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= -16 \\
3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 - 2x_5 &= 8 \\
4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 5x_5 &= 32 \\
3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 - x_5 &= 1 \\
2x_1 + 6x_2 - 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 &= 24
\end{aligned}$$

22.

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 &= 51 \\
7x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 7x_5 &= 54 \\
3x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 2x_5 &= -17 \\
7x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 7x_5 &= 62 \\
4x_1 - 4x_2 - 4x_3 - x_4 + 7x_5 &= 47
\end{aligned}$$

23.

$$2x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 6x_5 = -1$$

$$4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 16$$

$$2x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 + 5x_5 = -4$$

$$3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 - 2x_5 = -6$$

$$x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 4$$

24.

$$2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 + 3x_5 = 11$$

$$3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 1$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 - 6x_5 = 4$$

$$2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 - x_5 = 8$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 27$$

25.

$$2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 7x_5 = -6$$

$$2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 6x_4 - 2x_5 = 3$$

$$x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 42$$

$$4x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 10$$

$$2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 8x_5 = 26$$

26.

$$3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 6x_5 = 72$$

$$2x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 5x_4 - 7x_5 = -62$$

$$3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 - 3x_5 = 10$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 52$$

$$4x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 6x_4 + 5x_5 = 42$$

27.

$$4x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 6x_4 - 2x_5 = 22$$

$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 74$$

$$2x_1 - 4x_2 - 5x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -27$$

$$7x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 14$$

$$3x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 7x_5 = -2$$

28.

$$3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -16$$

$$4x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 6x_4 + 7x_5 = -4$$

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 6x_4 + 7x_5 = -4$$

$$6x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 + 5x_5 = -2$$

$$2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 35$$

29.

$$4x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 - 8x_5 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 0$$

$$8x_1 - 4x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = 0$$

$$3x_1 + 6x_2 - 5x_3 - 3x_4 - x_5 = 0$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 0$$

30.

$$2x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 + 7x_5 = -14$$

$$3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 17$$

$$5x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 4x_4 + 6x_5 = 16$$

$$4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 2x_5 = -5$$

$$7x_1 - 7x_2 + 6x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 14$$

Библиографический список

1. Высшая математика для экономистов / Под редакцией Н.Ш. Кремера. – М. ЮНИТИ, 2003. – 470 с.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие / Под редакцией В. И. Ермакова. – Москва. ИНФРА – М., 2002. – 573с.
3. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / Под редакцией Б.П. Демидович, М. Астрель. – Изд-во АСТ, 2004. – 547с.
4. Гельман В.Я. Решение математических задач средствами Excel / В.Я. Гельман. – Питер, 2003. – 235с.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Заказ № _____ от _____ 2011 г. Тираж _____ экз.
Изд-во СевНТУ

