

УДК 617.582

В.И. Пахалюк, доцент, канд. техн. наук,**И.Б. Десятов, инженер,****М.Г. Ступко, студент***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: vpakhaliuk@gmail.com***ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ИЗНОСА В ТОТАЛЬНОМ ЭНДОПРОТЕЗЕ ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА**

Выполнены исследования по численному определению кинематических параметров в модели процесса износа тотального эндопротеза тазобедренного сустава, удовлетворяющей требованиям стандарта ISO/DIS 14242 по диаграммам угловых перемещений, используемых в разработанной конструкции моделирующего устройства (симулятора) для испытания на износ тотальных эндопротезов тазобедренных суставов (ТЭТБС).

Ключевые слова: эндопротез тазобедренного сустава, модель процесса износа, износ, испытание на симуляторе.

ВВЕДЕНИЕ

В Севастопольском национальном техническом университете создана межведомственная лаборатория биомеханики, в которой разработана конструкция моделирующего устройства (симулятора) для испытания тотальных эндопротезов тазобедренных суставов (ТЭТБС) на износ и в настоящее время осуществляется его изготовление.

При проектировании моделирующего устройства для испытания эндопротезов тазобедренного сустава (ЭТБС) на износ выбраны такие его технические характеристики, которые обеспечивают максимальное совпадение реальных кинематических параметров с соответствующими параметрами, регламентируемыми нормативно-техническим документом (стандарт ISO/DIS 14242-1 [1]). В качестве регламентируемых кинематических параметров выступает форма диаграмм угловых перемещений, соответствующих трем вращательным степеням свободы в ТЭТБС, известных в литературе как FE (flexion-extension: сгибание-разгибание), AA (abduction-adduction: абдукция – аддукция или отведение – приведение), IOR или IER (inward-outward rotation или internal-external rotation: внутреннее – внешнее вращение) (рисунок 1).

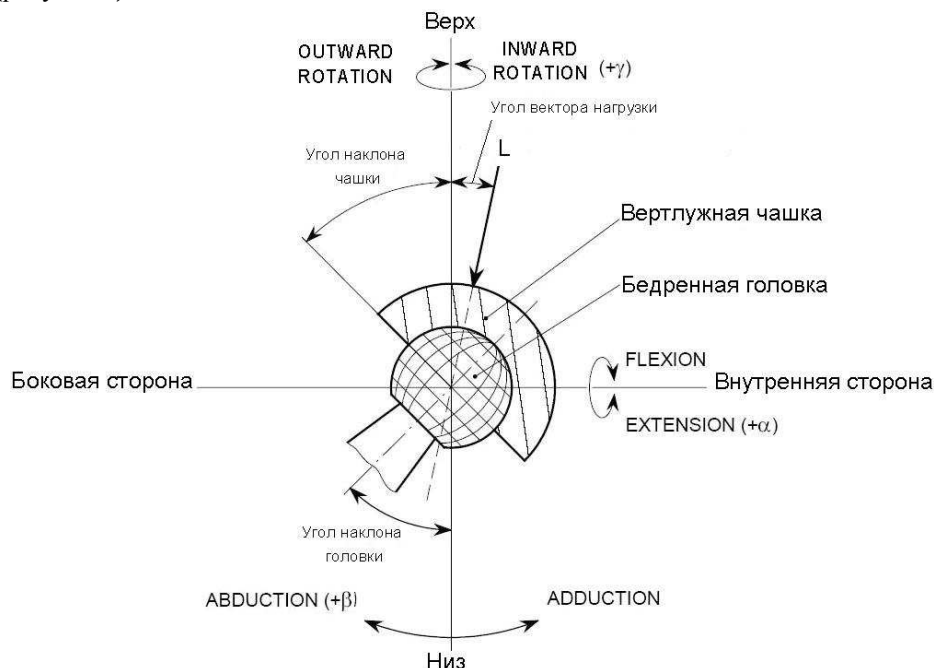


Рисунок 1 – Вид спереди правого тазобедренного сустава с показанными направлениями вращения (L – вектор результирующей контактной нагрузки)

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Для приводов, осуществляющих угловые перемещения FE, AA и IOR (IER), используются электромеханические оси фирмы Festo, каждая из которых включает в себя шаговый электродвигатель с редуктором и непосредственно приводную ось с зубчатым ремнем. При этом может быть использована модификация моделирующего устройства как с тремя указанными осями, так и с двумя для выполнения только перемещений FE и AA; третье перемещение IOR осуществляется при помощи вращающего рычага, что в данном случае также дает высокое совпадение с регламентируемой формой диаграммы IOR [2]. На рисунке 2 показаны диаграммы FE, AA и IOR, соответствующие стандарту ISO/DIS 14242-1, вычисленные в программе MatLab (The MathWorks, Inc) с использованием интерполяции (линейной либо кубическими сплайнами).

Испытание ТЭТБС на симуляторе для получения результатов износа является достаточно длительным процессом. При наличии достоверной расчетной модели процесса износа можно было бы достаточно быстро прогнозировать влияние изменения необходимых конструктивных элементов эндопротеза на его ресурс, не дожидаясь результатов длительных лабораторных испытаний на износ в моделирующем устройстве.

Наиболее распространенной и менее дорогой конструкцией эндопротеза является пара трения с твердой головкой, выполненной из кобальта – хромо – молибденового сплава (CoCrMo), керамики либо монокристалла сапфира, и мягкой ответной частью (вкладыш вертлужной чашки), которая выполнена из хирулена (сверхвысокой молекулярной массы полиэтилен). В этих парах трения износу подвергается главным образом мягкий полиэтилен. Для указанной пары трения уже существует одна из моделей процесса износа.

Согласно [3] в паре трения с полиэтиленом в ТЭТБС преобладает адгезионно-абразивный механизм износа, при котором выделение частиц износа в процессе трения зависит от суммарного взаимодействия контактных напряжений, кинематики движения и трибологических свойств пары трения. До настоящего времени в трибологическом сообществе для идеальных однородно нагруженных изотропных поверхностей с номинальными контактными напряжениями в линейно упругой области это суммарное взаимодействие принято описывать зависимостью Арчарда-Ланкастера (Archard – Lancaster)

$$H = kpS, \quad (1)$$

где H – глубина износа; k – зависящий от материала и характера поверхности постоянный эмпирический коэффициент износа; p – контактное напряжение; S – длина пути скольжения.

Зависимость (1), представленная в дискретном виде в параметрической форме для оценки переменных механической конструкции ТЭТБС, в [4] изложена как

$$\Delta H(\theta, \varphi) = \sum_{i=1}^n k\sigma(\theta, \varphi, t_i)\Delta S(\theta, \varphi, t_i), \quad (2)$$

где $\Delta H(\theta, \varphi)$ – местное приращение глубины износа в точке контактирующей поверхности в сферической системе координат; $\sigma(\theta, \varphi, t_i)$ – нормальное контактное напряжение между двумя взаимодействующими поверхностями в этой же точке в момент времени цикла ходьбы t_i , где цикл ходьбы разбит на n временных шагов; $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$ – приращение длины дуги скольжения между соседними расчетными точками при тех же условиях.

Таким образом, используя зависимость (2), можно численно определить величину износа мягкой сопряженной поверхности пары. Фактически в паре трения явление, конечно, существенно отличается от вышеизложенной идеализации и в дальнейшем эта модель была авторами усовершенствована с уточнением ряда ее параметров [5]. Но в любом случае необходимо вычислять приращение длины дуги скольжения между соседними расчетными точками $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$, которое в существующей модели определялось для упрощенной кинематики сустава. Зная форму диаграмм угловых перемещений, можно численно смоделировать форму траекторий скольжения маркированных точек по сопряженным сферическим поверхностям элементов сустава, которыми являются бедренная головка и вертлужная чашка. Это, в свою очередь, позволяет вычислить приращение длины дуги скольжения между соседними расчетными точками $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$, которое входит в формулу (2) для нахождения глубины износа, что является целью настоящей работы.

2. ПРОВЕДЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Во избежание накопления ошибки при вычислении, положение точки на сфере не определялось, используя предыдущую точку для вычисления как начальную точку. Метод вычисления основан на использовании углов Эйлера [6], позволяющих определять положение каждой последующей точки от

положения начальной. Две координатные системы помещены в общий центр чашки и головки. Неподвижная координатная система XYZ зафиксирована относительно чашки. Оси указывают медиальное X (к внутренней стороне тела), назад Y и вверх Z направления для правого ЭТБС. Подвижная система координат xuz связана с головкой. Направления осей x, y и z по отношению к неподвижной системе координат определяются единичными направляющими векторами $\mathbf{u}^1, \mathbf{u}^2$ и $\mathbf{u}^3$. Направления осей неподвижной системы координат: $\mathbf{U}^1 = [1, 0, 0]^T$, $\mathbf{U}^2 = [0, 1, 0]^T$, $\mathbf{U}^3 = [0, 0, 1]^T$.

Относительно осей x, y и z осуществлялись вращения согласно углам Эйлера, заданных для моделирующего устройства в виде анатомической последовательности $FE \rightarrow AA \rightarrow IOR$ (рисунок 3). Углы, соответствующие дискретным значениям диаграмм FE, AA и IOR , обозначаются $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, N$, где N – число дискретных точек (принято 100 на одном цикле ходьбы).

Маркированная точка K траектории скольжения на поверхности чашки, фиксированная к головке и имеющая один набор углов вращения $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$, последовательно поворачивается из начального положения K_0 в новое положение по траектории скольжения согласно зависимости

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_{xyz}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \mathbf{r}_0, \quad (3)$$

где $\mathbf{r}_0$ – начальное положение вектора маркированной точки; $\mathbf{r}_i$ – положение вектора после вращения; $\mathbf{R}_{xyz}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ – матрица вращения:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Матрица (4) для любой последовательности вращений при переходе как от неподвижной системы координат к подвижной системе, так и наоборот дана в [7]. Соединяя точки на поверхности чашки, определенные вектором $\mathbf{r}_i$ по зависимости (3), получаем траекторию скольжения указанной точки K .

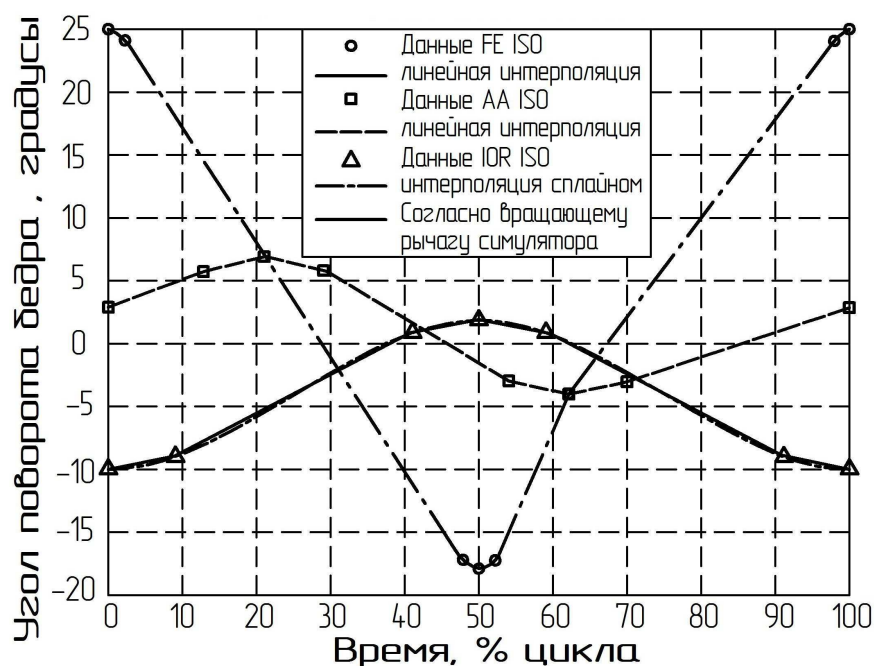


Рисунок 2 – Диаграммы угловых перемещений бедренного компонента симулятора согласно требованиям ISO (штрих-пунктирные и пунктирные короткие линии) и с применением вращающего рычага (сплошная линия)

Для определения траекторий скольжения точек на бедренной головке, перемещение маркированной точки K , фиксированной к головке, вычислялось из относительной ориентации координатных систем XYZ и xuz , используя матрицу $\mathbf{A}$, содержащую направляющие косинусы углов между осями. В нейтральном положении направление осей совпадает, т.е. $\mathbf{u}_0^1 = \mathbf{U}^1$, $\mathbf{u}_0^2 = \mathbf{U}^2$ и $\mathbf{u}_0^3 = \mathbf{U}^3$.

Новое направление осей системы координат $x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$, связанной с головкой, и соответствующая матрица A_i , вычислялись как

$$\mathbf{u}_i^j = \mathbf{R}_{xyz}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \mathbf{u}_0^j, \quad \mathbf{A}_i = \mathbf{A}(\mathbf{u}_i^j, \mathbf{u}_0^j),$$

где $j = 1, 2, 3$, а новое положение точки K_i определялось по зависимости

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{r}_0. \quad (5)$$

Процесс повторяется для всех наборов углов $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$, чтобы определить все точки траектории скольжения. Траектории на чашке можно также получить, используя тот же метод, что и для траекторий на головке: транспонируется матрица $\mathbf{A}_i$ ($\mathbf{r}_i = \mathbf{A}_i^T \mathbf{r}_0$).

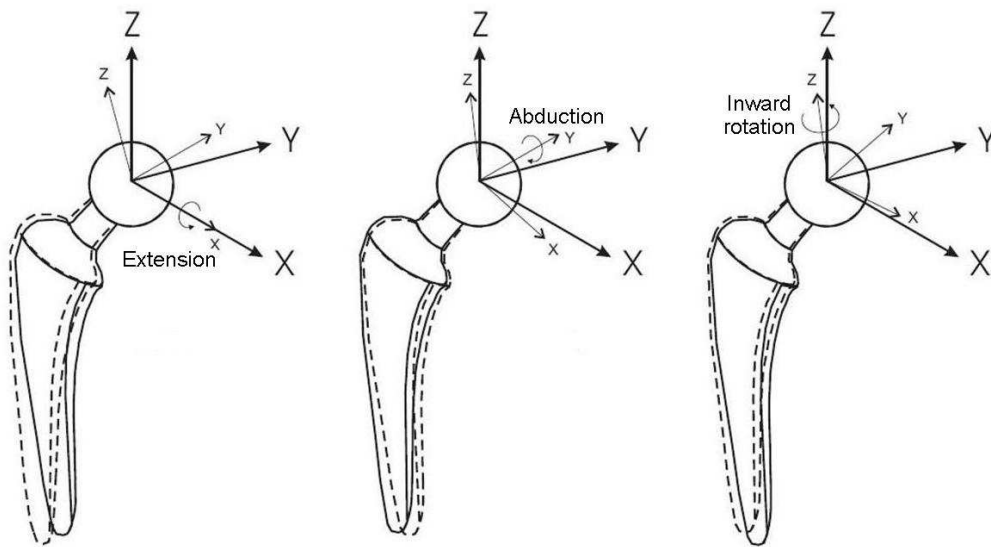


Рисунок 3 – Углы Эйлера в применении к правому тазобедренному суставу; анатомическая последовательность вращений FE $\rightarrow$ AA $\rightarrow$ IOR

Численное моделирование выполнено в среде MatLab. По кинематическим диаграммам рисунка 2 согласно зависимости (5) в качестве примера для хорошей визуализации вычислены траектории скольжения только 24 маркированных точек на поверхности бедренной головки, а по зависимости (3) – на поверхности чашки, которые изображены на поверхности аксонометрической проекции сферы единичного радиуса (рисунок 4).

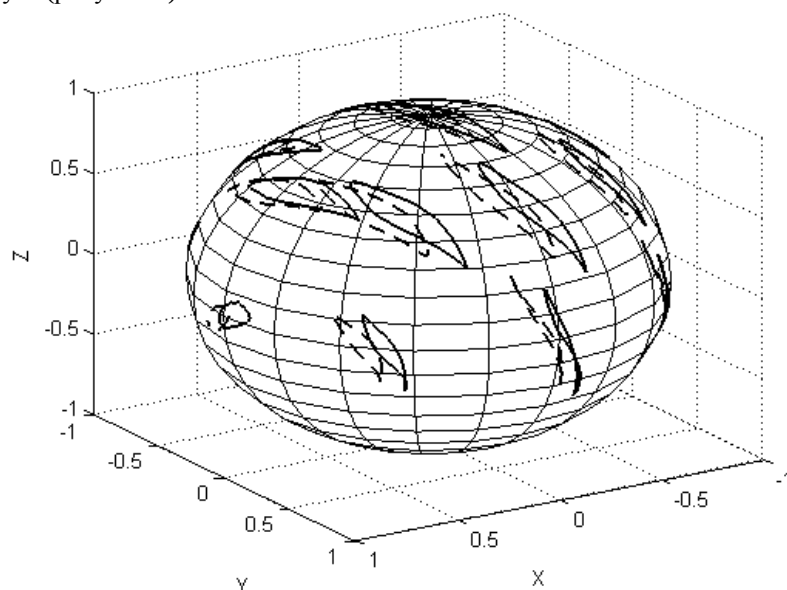


Рисунок 4 – Траектории скольжения маркированных точек на поверхности бедренной головки (сплошные линии) и на поверхности чашки (пунктирные линии), изображенные на поверхности аксонометрической проекции сферы единичного радиуса

Согласно рисунку 4 положения траекторий скольжения на поверхности головки и на поверхности чашки не совпадают. Совпадение возможно лишь при условии, если сустав находится в нейтральном положении, т.е. углы α , β , γ одновременно равны нулю, что принципиально невозможно, исходя из сочетания приведенных на рисунке 2 диаграмм. При этом, траектория скольжения на поверхности головки показывает путь, проходимый фиксированной точкой чашки по поверхности твердой головки, подвергая износу поверхность мягкой чашки.

С целью проверки результатов использован альтернативный метод для определения траекторий скольжения, который в вычислительном плане являлся менее эффективным. Поворот точки разбивался на три элементарных вращения относительно подвижных осей xuz . При этом корректировалось как положение точки, так и направление подвижных осей. Поворот точки на угол θ относительно любой оси, проходящей через начало координат, вычислялся как

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}(\mathbf{u}, \theta) \mathbf{r}_0,$$

где вектор $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$ определял направление оси вращения, а используемая матрица вращения $\mathbf{R}(\mathbf{u}, \theta)$ согласно работе [8]:

$$\begin{bmatrix} u_x^2 + \cos\theta(1 - u_x^2) & u_x u_y (1 - \cos\theta) - u_z \sin\theta & u_x u_z (1 - \cos\theta) + u_y \sin\theta \\ u_y u_x (1 - \cos\theta) + u_z \sin\theta & u_y^2 + \cos\theta(1 - u_y^2) & u_x u_z (1 - \cos\theta) - u_x \sin\theta \\ u_z u_x (1 - \cos\theta) - u_y \sin\theta & u_y u_z (1 - \cos\theta) + u_x \sin\theta & u_z^2 + \cos\theta(1 - u_z^2) \end{bmatrix}.$$

В обозначениях вектора вращения, которые используются ниже, верхние индексы соответствуют направлениям подвижных осей, а нижние индексы указывают сколько раз вектор совершил вращение, т.е. $\mathbf{u}_0^2$ и $\mathbf{u}_1^2$ определяют начальное направление и направление после первого вращения оси y . Например, вычисления для последовательности вращений $FE \rightarrow AA \rightarrow IOR$ были следующими:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{11} &= \mathbf{R}(\mathbf{u}_0^1, \alpha_i) \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{u}_1^2 = \mathbf{R}(\mathbf{u}_0^1, \alpha_i) \mathbf{u}_0^2, \quad \mathbf{u}_1^3 = \mathbf{R}(\mathbf{u}_0^1, \alpha_i) \mathbf{u}_0^3, \\ \mathbf{r}_{12} &= \mathbf{R}(\mathbf{u}_1^2, \beta_i) \mathbf{r}_{11}, \quad \mathbf{u}_2^3 = \mathbf{R}(\mathbf{u}_1^2, \beta_i) \mathbf{u}_1^3, \quad \mathbf{r}_{13} = \mathbf{R}(\mathbf{u}_2^3, \gamma_i) \mathbf{r}_{12}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{r}_0$ обозначает начальное положение маркированной точки, а $\mathbf{r}_{13}$ – положение этой же точки после трех вращений.

Траектории, вычисленные двумя методами, совпали (графическое изображение траекторий, определенных по второму методу, не приводится), что подтверждает правильность выбранного метода расчета.

Представленным выше методом получены положения маркированных точек на поверхности сферы. Далее необходимо определить расстояния на сфере между полученными точками.

Существует три способа расчета сферического расстояния [9]. Первый – по сферической теореме косинусов

$$\Delta\sigma = \arccos(\sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos\Delta\lambda), \quad (6)$$

где $\phi_1, \lambda_1; \phi_2, \lambda_2$ – широта и долгота двух точек, рад; $\Delta\lambda$ – разница координат по долготе; $\Delta\sigma$ – угловая разность.

Второй способ – по формуле хаверсинусов

$$\Delta\sigma = 2 \arcsin\{\sqrt{\sin^2[(\phi_2 - \phi_1)/2] + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \sin^2(\Delta\lambda/2)}\}, \quad (7)$$

а третий способ – по модифицированной формуле хаверсинусов

$$\Delta\sigma = \arctg\left[\frac{(\cos\phi_2 \sin\Delta\lambda)^2 + (\cos\phi_1 \sin\phi_2 - \sin\phi_1 \cos\phi_2 \cos\Delta\lambda)^2}{\sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos\Delta\lambda}\right]. \quad (8)$$

По указанным формулам были проведены вычисления $\Delta\sigma$ в среде MatLab в процессе вычисления траекторий скольжения фиксированных точек на поверхности сферы. Они показали, что в случае малых расстояний и небольшой разрядности вычисления, использование формулы (6) может приводить к значительным ошибкам, связанным с округлением. Формула (7) устраняет проблемы с небольшими расстояниями, но не устраняет погрешности за счет точек-антиподов, т.е. точек, расположенных противоположно по диаметру на сфере. Формула (8) дает лучшее согласование с тестовыми вычислениями. Умножив $\Delta\sigma$ на радиус сферы, можно получить приращение длины дуги скольжения $\Delta S(\theta, \phi, t_i)$ на ее поверхности, что и является решением поставленной задачи.

Для снижения вычислительных ресурсов и ускорения нахождения решения по формуле (2), куда входит результат решения контактной задачи в виде величины контактных напряжений в паре трения между головкой и чашкой, цикл ходьбы разбит на 25 временных шагов ($n=25$). Для сохранения необходимой точности вычислений каждый временной шаг в свою очередь разбит на 4 шага по определению приращения дуги скольжения, что в сумме и составляет принятое разбиение цикла ходьбы на 100 точек ($N=100$).

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для получения достоверных результатов по формуле (2), необходимо наличие количества маркированных точек, которое достаточно близко к количеству конечно-элементных узлов, лежащих на контактной поверхности, что, примерно, составляет 900 и более точек. На рисунке 4 для наглядности визуализации показаны траектории скольжения всего 24 точек: по 8 точек по широте и через 45° по долготе, включая точки на экваторе.

Анализ траекторий скольжения маркированных точек показывает их изменение, как по размерам, так и по форме. При этом форма изменяется от почти правильной окружности до вытянутых в направлении траектории движения эллипса и восьмерки. Длина траектории показывает путь, проходимый точкой и тем самым ее вклад в процесс износа: с увеличением пути при прочих равных условиях износ увеличивается. Вычисления показали изменение длины траектории при перемещении указанных точек по поверхности сферы от $0,6r$ до $1,625r$, где r – радиус сферы. Для эндопротеза тазобедренного сустава с широко применяемой головкой, имеющей радиус $r=16$ мм, это составляет от 9,6 мм до 26,0 мм. При проведении вычислений с разбиением цикла ходьбы на 25 временных шагов длина траектории на одном шаге с указанным радиусом головки лежит в диапазоне от 0,52 мм до 1,0 мм. Суммарные длины траекторий в обоих случаях совпали, что указывает на высокую точность расчета и тем самым приемлемость приведенной методики вычислений.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следовательно, обладая методикой определения траекторий скольжения фиксированных точек на поверхности сферы и получения приращения длины дуги скольжения на ее поверхности, можно вычислить глубину износа в паре трения «головка-чашка» эндопротеза тазобедренного сустава по зависимости (2). Вместе с тем в дальнейшем, применяя данную методику, можно решить и обратную задачу по определению необходимой кинематики движения инструмента при изготовлении эндопротеза для управляемой обработки сферических поверхностей пары трения с целью достижения определенной точности их формы и класса шероховатости. Это также позволяет обеспечить получение требуемых параметров для конструирования устройства, реализующего данную обработку.

Библиографический список использованной литературы

1. ISO 14242-1 – 2002(E). Implants for surgery – Wear of total hip-joint prostheses. — Part 1: Loading and displacement parameters for wear-testing machines and corresponding environmental conditions for test. — First edition 2002–03–01. — Geneva: Technical Committee ISO/TC 150, Subcommittee SC 4; Geneva, Switzerland. — 14 p. — (International Standard).
2. Пахалюк В.И. Разработка усовершенствованной конструкции моделирующего устройства для испытания эндопротезов тазобедренного сустава на износ / В.И. Пахалюк, И.Б. Десятов, В.И. Манчук // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь: СевНТУ, 2010. — Вып. 110. — С. 241–244.
3. Nusbaum H.J. Wear mechanisms for ultra-high molecular weight polyethylene in the total hip prosthesis / H.J. Nusbaum, R.M. Rose, I.L. Paul et al. // J Appl Polymer Sci. — 1979. — Vol. 23. — P. 777–789.
4. A sliding-distance-coupled finite element formulation for polyethylene wear in total hip arthroplasty / T.A. Maxian, T.D. Brown, D.R. Pedersen, J.J. Callaghan // J Biomech. — 1996. — Vol. 27. — P. 687–692.
5. Пахалюк В.И. О задаче моделирования износа в тотальных эндопротезах тазобедренного сустава / В.И. Пахалюк, И.Б. Десятов // Надежность и долговечность механизмов, элементов конструкций и биомеханических систем: матер. междунар. науч.-техн. конф., Севастополь, 7 – 9 сент. 2007 г. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — С. 65–69.
6. Calonijs O. Slide track analysis of eight contemporary hip simulator designs/ O. Calonijs, V. Saikko // J. Biomechanics. — 2002. — Vol. 35. — P. 1439–1450.
7. Craig J.J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control, 2nd Edition / J.J. Craig. — Addison-Wesley, Reading, MA, 1989. — 473 p.
8. Фокс А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт. — М.: Мир, 1982. — 340 с.

9. Вычисление расстояния и начального азимута между двумя точками на сфере. GIS-Lab.info [Электронный ресурс]. — Электрон. текстовые данные (40300 bytes). — Режим доступа: <http://gis-lab.info/qa/great-circles.html> Sunday, 06 March 2011 22:02.

Поступила в редакцию 29.03.2011 г.

Пахалюк В.І., Десятов І.Б., Ступко М.Г. Кількісне визначення кінематичних параметрів під час моделювання зношування в тотальному ендопротезі тазостегнового суглоба

Виконано дослідження з кількісного визначення кінематичних параметрів у моделі процесу зношування тотального ендопротезу тазостегнового суглоба, що задовольняє вимогам стандарту ISO/DIS 14242 за діаграмами кутових переміщень, використовуваних у розробленій конструкції моделюючого пристрою (симулятора) для випробування тотальних ендопротезів тазостегнових суглобів (TETCC) на зношування.

Ключові слова: ендопротез тазостегнового суглоба, зношування, модель процесу зношування, випробування на симуляторі.

Pahalyuk V.I., Desyatov I.B., Stupko M.G. Numerical definition of the kinematic parameters at wear modelling in the total hip joint endoprosthesis

Research is conducted on the numerical definition of kinematic parameters in the wear model for the total hip joint endoprosthesis, which meets demands of the ISO/DIS 14242 standard on angular movement waveforms used in the design of the hip joint wear simulator.

Keywords: hip endoprosthesis, wear model, wear, simulator testing.