

УДК 65.011.56: 621.865.8

А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.М. Майстришин*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ОПТИМАЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ УПРУГОГО ОБЪЕКТА ПО ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ**

Исследовано динамическое поведение упругого объекта (в относительном движении) при его оптимальном переносном движении по заданной траектории (окружность и прямая) с достижением требуемой скорости в конце движения по окружности (например, для постановки объекта на транспортер, лента которого движется с постоянной скоростью).

При движении по окружности использовано известное ранее программное оптимальное управление переносным движением по прямой [1] и найдено требуемое дополнительное управление для устранения к концу движения по окружности перемещений в связи с деформацией упруго объекта в радиальном направлении.

Ключевые слова: упругий объект, траектория, оптимальное переносное движение, динамика относительного движения.

В [1] рассмотрены движения упругих объектов по различным траекториям (линия, окружность, участок кривой) с использованием программных оптимальных управлений, обеспечивающих перемещение из начального состояния абсолютного покоя в конечное. Для одного класса управления обеспечивалось отсутствие колебаний в процессе движения и достижение необходимой переносной скорости в конце переносного движения (управление с использованием функции Хэвисайда).

Например, для движения упругого объекта по окружности при управлении вида $u_e(t) = Lp^2 \sin pt/2\pi$, где L – максимальное перемещение, $p = 2\pi/T^*$, T^* – общее время движения, показано, что в конечный момент времени относительная скорость в радиальном направлении $\dot{\sigma}_r^n(t)$ не равна нулю, но без учета силы инерции Кориолиса в конце движения наступает покой (колебания отсутствуют).

При достаточно большом радиусе R его приращение в связи с колебаниями объекта в радиальном направлении $(R + \sigma_r^n)$ практически не влияет на динамику оптимального переносного движения. Естественно, что при $R \rightarrow \infty$ характер движения асимптотически приближается к оптимальному движению упругого объекта по отрезку прямой. Для малых радиусов траектории движения усиливается отклонение от идеального управляемого движения – возрастают колебания в радиальном направлении.

Цель работы – исследование возможности использования специального типа управления переносным движением по окружности и найденного дополнительного управления для устранения перемещений объекта в радиальном направлении с их возможной реализацией двигателем постоянного тока.

Без учета сопротивления движению дифференциальное уравнение динамики относительного движения упругого объекта с одной степенью свободы (по отношению к осям естественного трехгранника, движущимся вместе с основанием упругого объекта) в векторном виде записывается как

$$m\vec{a}_r = \vec{\Phi}_e^\tau + \vec{\Phi}_e^n + \vec{\Phi}_c + \vec{F}_{упр}, \quad (1)$$

где $\vec{a}_r$ – относительное ускорение; $\vec{\Phi}_e^\tau = -m\vec{a}_e^\tau$, $\vec{\Phi}_e^n = -m\vec{a}_e^n$ – составляющие силы инерции переносного движения; $\vec{\Phi}_c = -m2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r$ – сила инерции Кориолиса; $\vec{F}_{упр}$ – сила упругости. В проекциях на касательную и нормаль из (1) получена система нелинейных дифференциальных уравнений:

$$m \frac{d^2 \sigma_r^\tau}{dt^2} = -c\sigma_r^\tau - 2m\dot{\phi}_e \dot{\sigma}_r^n - m u_{e\tau}, \quad m \frac{d^2 \sigma_r^n}{dt^2} = -c\sigma_r^n - 2m\dot{\phi}_e \dot{\sigma}_r^\tau - \frac{m(\dot{s}_e + \dot{\sigma}_r^\tau)^2}{R + \sigma_r^n} + m u_n. \quad (2)$$

Здесь σ_r^τ , σ_r^n – перемещения сосредоточенной массы по касательной и нормали, обусловленные упругими деформациями; $\omega_e = \dot{\phi}_e = \dot{s}_e/R$, где $\dot{s}_e = v_e = ds_e/dt$, $s_e(t)$ – дуговая координата, отсчитываемая от точки O_1 ; $\dot{\sigma}_r^\tau$, $\dot{\sigma}_r^n$ – скорости объекта в относительном движении; $u_{e\tau}$, u_n – управления в трансверсальном и радиальном направлениях (рисунок 1).

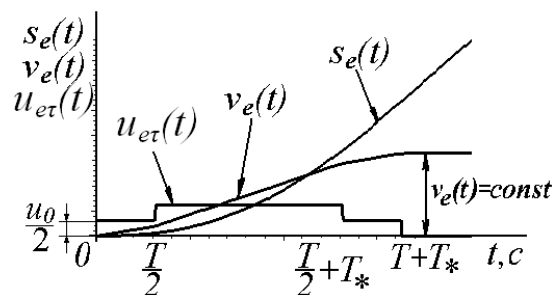


Рисунок 3 – Графики перемещения, скорости и ускорения в переносном движении объекта

Пример. Исходные данные: $x_{cm} = 0,001$ м; $m = 0,1$ кг; $\omega = 8\pi$ с⁻¹; $T = 2\pi/\omega = 0,25$ с; $T^* = 1,224$ с; $R = 0,4$ м; $c = m\omega^2$ Н/м.

После решения системы уравнений (2) с учетом (3) в Maple (с помощью функций *dsolve* и *odeplot*) построены графики относительного движения в радиальном и трансверсальном направлениях (рисунок 4) при $u_n = 0$. Из графиков видно, что в трансверсальном направлении происходит нагружение с равным единице динамическим коэффициентом (рисунок 4, а). Однако в радиальном направлении упругая система отклоняется (рисунок 4, б) значительно.

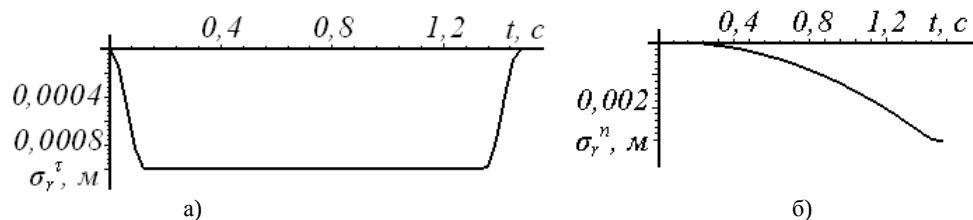
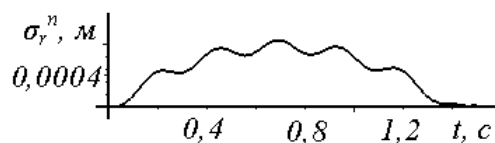


Рисунок 4 – Графики относительного движения в трансверсальном (а) и радиальном (б) направлениях без использования дополнительного управления

Рисунок 5 – График относительного движения в радиальном направлении с учетом дополнительного управления $u_n \neq 0$

При использовании дополнительного управления в виде $u_n = at$, $a = \text{const}$ устраняются колебания в радиальном направлении (рисунок 5). Интервал времени T^* , при котором отклонение в трансверсальном направлении постоянно, найден из решения следующего нелинейного уравнения:

$$s_e(T + T^*) - s_e^* = 0,$$

где $s_e^* = \pi R/2$; R – радиус окружности. Уравнение решено с помощью функции *fsolve* (в Maple). Для устранения неопределенности функции Хэвисайда в нуле в численной процедуре принято общее время движения $t = T^* + T + 0,00001$. Интересно, что корень уравнения единственный.

Дифференциальное уравнение вращения якоря электродвигателя с учетом постоянного (статического) сопротивления и сопротивления, пропорционального угловой скорости вращения, имеет вид [3]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_A - M_C - k_1 \omega, \quad (4)$$

где J – физический момент инерции всех участвующих в движении элементов системы, приведенный к валу электродвигателя; M_A и M_C – активный момент и момент сопротивления; k_1 – коэффициент пропорциональности для линейно-вязкого сопротивления.

Активный момент двигателя вычисляется так:

$$M_A = c I_{я}, \quad (5)$$

где $c = \frac{U_n - I_{яn} R_{я}}{\omega_n}$; U_n , $I_{яn}$, ω_n – номинальные значения напряжения, тока якоря и частоты вращения. С

учетом (5) из (4) следует:

$$I_{\text{я}} = \frac{1}{c} \left(J \frac{d\omega}{dt} + M_C + k_1 \omega \right). \quad (6)$$

Напряжение вычисляется согласно известной зависимости

$$U = E + R_{\text{я}} I_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{dI_{\text{я}}}{dt}, \quad (7)$$

где $E = c\omega$ – э.д.с. двигателя; $R_{\text{я}}$ – сопротивление якоря; $L_{\text{я}}$ – индуктивность якорной цепи. Формула (7) с учетом (6) преобразуется к виду

$$U = \frac{R_{\text{я}} M_C}{c} + \left(c + \frac{R_{\text{я}} k_1}{c} \right) \omega + \frac{1}{c} (J R_{\text{я}} + k_1 L_{\text{я}}) \frac{d\omega}{dt} + \frac{J L_{\text{я}}}{c} \frac{d^2 \omega}{dt^2},$$

где угловая скорость вращения ротора $\omega = v_e / R$.

Пример. Исходные данные: $U_n = 48$ В; $I_{\text{ян}} = 3,4$ А; $R_{\text{я}} = 6,88$ Ом; $\omega_n = 314$ с⁻¹; $J = 0,5$ кг·м²; $M_C = 0,1$ Н·м; $L_{\text{я}} = 0,026$ Гн; $R = 0,4$ м; $k_1 = 0,001$. График изменения напряжения изображен на рисунке 6.

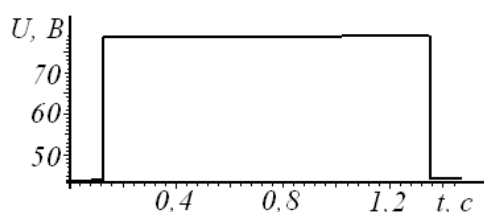


Рисунок 6 – График зависимости напряжения $U(t)$ от времени

График напряжения по внешнему виду соответствует графику ускорения – управления переносным движением (рисунок 3). Управления $u_{\text{ет}}$ и u_n обеспечивают движение по траектории (в виде окружности) с достижением в конце пути постоянной переносной скорости и относительного покоя – отсутствия колебаний упругой системы.

Управление в радиальном направлении реализуется за счет выдвигания стрелы манипулятора, поэтому траектория движения объекта будет отличаться от окружности. За счет выбора управлений и траекторий представляется возможность перемещать за минимальное время упругие объекты при устранении влияния их колебаний на технологический процесс.

В дальнейшем планируется исследование возможности практической реализации управлений в трансверсальном и радиальном направлениях в лаборатории «Фесто».

Библиографический список использованной литературы

1. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — 296 с.
2. Бохонский А.И. Управление переносным движением упругих систем / А.И. Бохонский // Динамические системы: межвед. науч. сб. — Симферополь: Изд-во «КФТ», 2004. — Вып. 18. — С. 56–63.
3. Олейников В.А. Основы оптимального и экстремального управления / В.А. Олейников, Н.С. Зотов, А.М. Пришвин. — М.: Высш. шк., 1969. — 296 с.

Поступила в редакцию 22.02.2011 г.

Bohonsky O. I., Varminskaya N.I., Maystrishin M.M. Оптимальне переміщення пружного об'єкта за заданою траєкторією

Досліджено динамічну поведінку пружного об'єкта (у відносному руху) за його оптимального переносного руху за заданою траєкторією (коло і пряма) з досягненням необхідної швидкості в кінці руху (наприклад, для постановки об'єкта на транспортер, стрічка якого рухається з постійною швидкістю). Для руху колом використано оптимальне управління переносним рухом прямою і знайдено додаткове керування для усунення переміщень об'єкта в радіальному напрямку.

Ключові слова: пружний об'єкт, траєкторія, оптимальний переносний рух, динаміка відносного руху.

Bokhonsky A.I., Varminskaya N.I., Maystrishin M.M. The optimum moving of resilient object on the set trajectory

The dynamic conduct of a resilient object (relative motion) is investigated at its optimum portable moving on the set trajectory (circle and line) with achievement of the required speed at the end of the motion (ex., for setting the object on a conveyer with the tape moving at the permanent speed).

During the motion on the circle, optimum portable motion control on a line is used and an additional control for the exclusion of object motion at the radial direction (at the end of the motion) is found.

Keywords: resilient object, trajectory, optimum portable motion, dynamics of relative motion.