

УДК 621.431

А.В. Неменко, канд. техн. наук, доцент**М.М. Никитин, инженер***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: valesan@list.ru***ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ К ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СУДОВОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКЕ**

Рассмотрено применение предлагаемых авторами методов асимптотического анализа к задаче дальнего прогнозирования временного ряда температурных измерений. Получены практические рекомендации по выбору количества используемых точек ряда с целью минимизации вычислительной погрешности алгоритма. Представлены результаты проверки предлагаемого алгоритма на массиве табулированных значений заданной функции и на массиве измеренных значений процесса разряда конденсатора.

Ключевые слова: тепловой переходный процесс, нестационарный временной ряд, дальний прогноз.

ВВЕДЕНИЕ. Обеспечение безопасности на море актуально и по сей день. Одной из причин аварий являются отказы элементов энергетической установки. Снижение их числа – вот основная практическая задача, до сих пор не получившая однозначного решения. Она составляет предмет исследования технической диагностики.

В настоящее время применительно к двигателям внутреннего сгорания используется [1] построение стохастических моделей динамики изменения технического состояния объекта.

Тем не менее, давая удовлетворительный прогноз для системы в целом, такие модели не гарантируют [2] предсказание локального отказа, происходящего вследствие изменения режима работы. Применительно к судовой энергетической установке, к ним относятся: разрушение крышек и втулок цилиндров, водо- и маслоохлаждаемых поршней главных ДВС вследствие тепловых напряжений при нерасчетном переходном процессе. Сюда же можно отнести постепенное засорение проточной части теплообменных аппаратов, контактирующей с заборной водой, что диагностируется по повышению температуры охлаждаемой среды на выходе из теплообменного аппарата. Отметим, что во всех перечисленных случаях влияние шума не превышает погрешности измерений.

Несмотря на простоту аппаратной реализации измерения температуры и перевода её в цифровую форму, достоверному решению задачи прогнозирования препятствует отсутствие приемлемых алгоритмов. Известно [3], что переходные процессы теплопередачи, физически определяющие характер изменения температуры контрольной точки во времени, в подавляющем большинстве случаев описываются монотонными трансцендентными функциями. Применительно к задачам прогнозирования это препятствует применению к временному ряду измерений методов авторегрессии и скользящего среднего [4]. Экстраполяция временного ряда заранее заданной функцией, свободные коэффициенты которой определяются методом наименьших квадратов, допускает слишком большой произвол исследователя в выборе её класса, и соответственно, поведения при больших значениях времени, хотя именно это и представляет наибольший интерес.

Поэтому представляется перспективным использовать для прогноза поведения температуры в зависимости от времени подход, предложенный в работе [5], то есть, оценку асимптотического поведения ряда измерений в зависимости от известных значений.

В настоящей работе рассмотрим нахождение асимптотического значения, к которому стремится ряд измерений температуры контрольной точки с целью предупреждения отказа. Под отказом будем понимать выход температуры контрольной точки за пределы расчетных значений.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Запишем исходный ряд равноотстоящих значений температуры в виде

$$T = T_0, T_1, \dots, T_m, \quad (1)$$

причем моменты времени, в которые проводились измерения, принадлежат интервалу

$$t \in (0, b). \quad (2)$$

Будем считать, что производящая функция ряда (1) удовлетворяет следующим условиям. Существует асимптотическое разложение $T(t)$ вида

$$T(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{t^n}, \quad t \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Кроме того, функция $u(x)$, определенная в [4], является аналитической в точке $(x=1)$. Считаем также $f(x)$ аналитической в интервале $x \in [0, \infty)$, причем радиус сходимости разложения её в ряд Тейлора в точке $(x=0)$ удовлетворяет условию

$$R > b. \quad (4)$$

Получим асимптотическое значение производящей функции ряда (1)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = a_0. \quad (5)$$

и рассмотрим факторы, влияющие на вычислительную погрешность.

2. МАТЕРИАЛ ИССЛЕДОВАНИЯ

Запишем точную формулу

$$a_0 = \sum_{n=0}^{\infty} c_n^*, \quad (6)$$

где c_n^* – величины, подлежащие определению. Точное значение (6) будет искажено вычислительной погрешностью, к рассмотрению которой мы и перейдём.

Очевидно, мы не можем определить все коэффициенты правой части (6), поэтому появляется погрешность от конечности суммирования. При удержании m коэффициентов (6) эта погрешность определится соотношением

$$\Delta S = \sum_{n=m+1}^{\infty} c_n^*. \quad (7)$$

Коэффициенты c_n^* задаются следующими формулами

$$\begin{cases} c_0^* = c_0 \\ c_1^* = c_1 \\ c_n^* = \sum_{s=1}^n \binom{n-1}{s-1} \cdot c_s \end{cases}, \quad (8)$$

где c_n – коэффициенты разложения $T(t)$ в ряд Тейлора с центром сходимости в начальный момент времени $(t=0)$.

$$T(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot t^n. \quad (9)$$

Из определения коэффициентов ряда Тейлора следует

$$\begin{cases} c_0 = T(0) \\ c_n = \frac{1}{n!} \cdot \frac{d^n T(0)}{dx^n} \end{cases}. \quad (10)$$

Учитывая (7), для задания коэффициентов (9) необходимо численное дифференцирование $T(t)$. При этом к сумме (6) добавится погрешность численного дифференцирования Δc . Наиболее естественным подходом её уменьшения, казалось бы, является минимизация погрешности вычисления каждого коэффициента (10), тем не менее, вычислительная погрешность их суммы будет расти очень быстро. Эти же соображения приводят к практической невозможности использования для рассматриваемых целей всех модификаций полинома Лагранжа [6].

Наиболее перспективным методом численного дифференцирования в данных условиях представляется аппроксимация исходной функции какой-либо дифференцируемой кусочной зависимостью, проходящей через все точки. Критерием оптимизации возьмем минимум Δc . В качестве простейшей из возможных рассмотрим, как и в [5], кусочно-линейную аппроксимацию.

Расчетными формулами производных примем следующие:

$$\begin{cases} T(0) = T(0) \\ T'(0) = \frac{T(\Delta) - T(0)}{\Delta} + \Delta T'(0) \\ T''(0) = \frac{T'(\Delta) - T'(0)}{\Delta} + \Delta T''(0) \\ \dots \\ T^{(n)}(0) = \frac{T^{(n-1)}(\Delta) - T^{(n-1)}(0)}{\Delta} + \Delta T^{(n)}(0) \end{cases}, \quad (11)$$

где Δ – шаг разбиения интервала,

$$\Delta = \frac{b}{m}, \quad (12)$$

$\Delta T^{(k)}(0)$ – абсолютная погрешность вычисления производной порядка k зависимости температуры от времени для момента $(t = 0)$.

Очевидно, такой алгоритм позволяет вычислить m производных без промежуточной интерполяции исходной таблицы

Учитывая (8) и свернув (9), запишем общую формулу коэффициентов (7).

$$c_n = \frac{(-1)^n \cdot \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \binom{n}{i} \cdot T(n \cdot \Delta)}{n! \cdot \Delta^n} + \Delta c_n. \quad (13)$$

Выразим из (13) погрешность вычисления коэффициента порядка n

$$\Delta c_n = c_n - \frac{\sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \binom{n}{i} \cdot T(n \cdot \Delta)}{n! \cdot \Delta^n}. \quad (14)$$

Это – самая общая форма записи, упрощение которой зависит от вида исследуемой функции. Исследование (14) на предмет оптимизации требует дополнительной информации о характере коэффициентов c_n .

Рассмотрим случай производящей функции $T(t)$ вида

$$T(t) = a + e^{-\alpha \cdot t}. \quad (15)$$

Коэффициенты их разложения в ряд (9) определяются известным соотношением

$$\begin{cases} c_0 = a + 1 \\ c_n = \frac{(-1)^n \cdot \alpha^n}{n!} \end{cases}. \quad (16)$$

Учитывая (14) и (16), получим

$$\Delta c_n = \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \left\{ \alpha^n - \frac{1}{\Delta^n} - \frac{1}{\Delta^n \cdot e^{\alpha \cdot \Delta}} \right\}. \quad (17)$$

После ряда преобразований частичная сумма (3) принимает вид

$$a_0 = \sum_{n=0}^m c_n \cdot \binom{m}{n} + \Delta c + \Delta s. \quad (18)$$

Считая, что Δs уменьшается с возрастанием m , рассмотрим поведение Δc .

Учитывая (17) и (18), получим

$$\Delta c = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot \frac{(-1)^n}{n!} \cdot \left\{ \alpha^n - \frac{1}{\Delta^n} - \frac{1}{\Delta^n \cdot e^{\alpha \cdot \Delta}} \right\}. \quad (19)$$

Для дальнейшего исследования свернем (15) к виду

$$\Delta c = L_m^{(0)}(\alpha) - \left(1 + e^{-\alpha \cdot \Delta}\right) \cdot L_m^{(0)}\left(\frac{1}{\Delta}\right), \quad (20)$$

где $L_m^{(0)}(x)$ – обобщенный полином Лагерра [6]. Эта функция входит в состав системы символьной математики Maple в виде команды $\text{Laguerre}(m, x)$, поэтому нули (20) целесообразно искать с помощью этой системы для каждого случая отдельно.

3. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА

В качестве иллюстрации приведенных рассуждений, рассмотрим последовательность значений функции

$$T(t) = 2 + e^{-\frac{t}{12}}, \quad (21)$$

Расчетными формулами будут (18) и (13). Для выбора используемого в (18) количества значений последовательности m , определим численным методом корни уравнения ($\Delta c = 0$), в котором левая часть задается правой частью формулы (20) при ($\Delta = 0,5$), $\left(\alpha = \frac{1}{12}\right)$.

После решения уравнения в среде Maple 14 на интервале $t \in (0,30)$ и округления корней до ближайших целых чисел получим $m = 4, 8, 17, 28$. При выборе количества используемых значений следует учитывать, что ΔS увеличивается с уменьшением m , а погрешность округления – с увеличением, так что имеет место оптимизационная задача.

Выбрав ($n = 17$) и проведя вычисления, получим $a_0 = 2,0080509750$.

Рассмотрим теперь применение того же алгоритма к измеренным данным.

Учитывая электротепловую аналогию, массив данных производился процессом разряда электролитического конденсатора типа К50-35 емкостью 2200 мкФ через постоянный резистор сопротивлением порядка 100 кОм. Ток разряда конденсатора в микроамперах фиксировался в таблице 1. Интервал между измерениями составлял $8 \pm 0,067$ с. Измерения осуществлялись с помощью стрелочного микроамперметра магнитоэлектрической системы класса точности 2,5 путем анализа цифровой видеозаписи перемещения стрелки с частотой 15 кадров/секунду.

Таблица 1 – Результаты эксперимента по разряду конденсатора

№ п/п	i , мкА	№ п/п	i , мкА	№ п/п	i , мкА	№ п/п	i , мкА	№ п/п	i , мкА
1	50.25	12	37.23	23	27.53	34	24.71	45	23.35
2	48.82	13	36.30	24	26.82	35	24.65	46	23.18
3	47.18	14	35.10	25	25.77	36	24.41	47	23.12
4	46.00	15	34.30	26	25.32	37	24.35	48	23.06
5	44.70	16	33.12	27	25.32	38	24.35	49	22.94
6	43.41	17	32.35	28	25.00	39	24.24	50	22.82
7	42.24	18	31.24	29	25.00	40	24.12	51	22.77
8	40.88	19	30.41	30	25.00	41	23.94	52	22.65
9	40.29	20	30.00	31	24.82	42	23.71	53	22.53
10	39.29	21	29.41	32	24.82	43	23.59	54	22.53
11	37.94	22	28.24	33	24.71	44	23.47	55	22.53

Входящий в (20) условный параметр α определим как

$$\alpha = \frac{f_0 - f_1}{\Delta}, \quad (22)$$

где Δ – условный интервал между измерениями. Варьируя Δ так, чтобы уравнение ($\Delta c = 0$) давало третий или четвертый корень при $m = 10, \dots, 25$, получим количество точек, дающее минимальную погрешность численного дифференцирования для каждого случая.

В частности, при $\Delta = 0,4$ имеем $m = 15$. Проведя вычисления по формулам (13), (8) и (6) при этих значениях, получим $a_0 = 20.27906000$. Соответственно, при $\Delta = 0.7$ получим $m = 15$, $a_0 = 23.6166145700$; при $\Delta = 1.0$ $m = 22$, $a_0 = 23.3350241800$.

Среднеарифметическое значение

$$a_0 = 22.41 \pm 1.42 \text{ мкА}. \quad (23)$$

Относительная погрешность результата составляет 6,34 %. Отличие от последних трёх значений массива составляет 0,53 % в меньшую сторону.

ВЫВОДЫ. В настоящей работе были получены формулы, позволяющие прогнозировать асимптотическое значение временного ряда измерений температуры при переходных процессах

судовой энергетики. Расчетными формулами являются (18) и (13), полученные из аналогичных зависимостей [5]. Принципиально новым является выражение результирующей погрешности через полином Лагерра (20), что позволяет осуществить её минимизацию выбором количества используемых точек исходного ряда (1). Практическая реализация алгоритма, осуществленная с помощью датчика класса точности 2,5 с точностью дискретизации 0,83% интервала между измерениями, показала принципиальную возможность осуществления всех вычислений с точностью результата 6,3% после пятнадцатого - двадцать второго значений массива за время, меньшее секунды.

Это является достаточным условием возможности прогнозирования предельного значения температуры в режиме реального времени. Вывод о допустимости текущего переходного процесса может быть сделан после сравнения результата прогноза с областью допустимых значений. Включение блока, использующего рассмотренный алгоритм, в более общую вычислительную схему, управляющую энергетической установкой, даст возможность вводить изменения в автоматическом режиме. Учитывая распространение средств автоматизации управления судовой энергетической установкой, будущее применение метода может потребовать только программных изменений, не касаясь существующих датчиков, аналого-цифровых преобразователей и собственно вычислительной техники. Для этого необходима дальнейшая проверка применимости алгоритма с использованием математического аппарата планирования эксперимента.

Направлением дальнейших исследований мы считаем получение аналогичных формул для коэффициентов старших порядков ряда (3), что позволит прогнозировать в режиме реального времени не только само предельное значение температуры, но и время его наступления.

Библиографический список использованной литературы

1. Куделин О.Г. Математическая модель оценки качества технического состояния ДВС / О.Г. Куделин, А.Г. Николаев // Двигателестроение. — 2009. — № 4. — С. 3–5.
2. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В. Болотин. — М.: Машиностроение, 1984. — 312 с.
3. Исаченко В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. — М.: Энергоатомиздат, 1981. — 415 с.
4. Бокс Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Ч. 1. / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. — М.: Наука, 1974. — 405 с.
5. Неменко А.В. Экстраполяция кривой выносливости за пределы диапазона измерений / А.В. Неменко, М.М. Никитин // Вестник СевНТУ. Серия: Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь: СевНТУ, 2010. — Вып. 110. — С. 288–290.
6. Березин И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. — М.: ГИ физ.-мат. лит., 1962. — 464 с.

Поступила в редакцию 2.07.2011 г.

Неменко О.В., Нікітін М.М. Застосування асимптотичних методів до задачі прогнозування теплових перехідних процесів у судновій енергетичній установці

Розглянуто застосування запропонованих авторами методів асимптотичного аналізу до задачі дальнього прогнозування часового ряду температурних вимірювань. Отримані практичні рекомендації щодо вибору кількості використовуваних точок ряду з метою мінімізації обчислювальної похибки алгоритму. Представлені результати перевірки запропонованого алгоритму на масиві табульованих значень заданої функції та на масиві виміряних значень процесу розряду конденсатора.

Ключові слова: тепловий перехідний процес, нестационарний часовий ряд, дальній прогноз.

Nemenko A.V., Nikitin M.M. Application of asymptotic methods to the problem of forecasting the heat transition processes in a marine power plant

The application of suggesting asymptotic method to the problem of far forecasting of non-stationary time series of heat measurements is considered. Practical results concerning choice of quantity of used points of series for minimization of calculation error are obtained. Results of testing of our algorithm on the array of values of prescribed tabulated function and on array or real measurements are represented.

Keywords: heat transition process, non-stationary time series, far forecasting.