

УДК 621.923:621.90.17

Ю.К. Новоселов, профессор, д-р техн. наук,**С.М. Братан, профессор, д-р техн. наук***Севастопольский национальный технический университет,**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: tm@sevntu.com.ua***МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА И ЗАГОТОВКИ ПРИ ЧИСТОВОМ ШЛИФОВАНИИ***В статье предложен подход к моделированию процессов абразивной обработки, учитывающий стохастическую природу процесса.****Ключевые слова:** абразивная обработка, точность, шероховатость, вероятность удаления материала.*

Широко распространенными способами финишной обработки деталей машин и приборов являются методы абразивно-алмазного шлифования. В настоящее время шлифование осуществляется с применением традиционных методов, не в полной мере учитывающих влияние факторов, снижающих стабильность показателей качества производимых изделий [1]. При прогнозировании состояния ТС используются традиционные модели протекания технологического процесса (ТП), осуществляемые с применением традиционных режимов резания [2, 3].

В силу отмеченных недостатков модели не позволяют прогнозировать изменение параметров качества за цикл обработки детали, вычислять параметры шероховатости по номинальным подачам, прогнозировать съем металла, износ круга, точность обработки и ряд других технико-экономических показателей. Чтобы решить эти вопросы, нужен новый подход, основанный на признании не только стохастической, но и нестационарной сущности процесса.

Необходимо комплексное решение вышеуказанных задач, что является **целью** настоящей работы.

При движении режущих кромок, потоков частиц в пространство обрабатываемой детали создается качественно новый элемент – формообразующее поле.

1. Формообразующее поле, как и рабочая поверхность инструмента, характеризуется целым комплексом геометрических параметров. При движении инструмента образующие оставляют следы, огибающая которых может рассматриваться как условная граница поля. Положение режущих поверхностей может задаваться как в координатах детали, так и относительно границы поля. Так для плоского шлифования, рисунок 1, вершина элемента поля уровня W может задаться координатами y', x', z' , причем

$$y' = y_n' + W,$$

где y_n' – координата точки условной границы поля; W – расстояние от условной границы поля до вершины элемента.

Форма условной границы поля может существенно отличаться от формы инструмента. Для схемы плоского шлифования (рисунок 1) образующие двигаются по трохоидам, а условная граница поля при отсутствии вибраций и деформаций представляет собой плоскость, параллельную траектории движения центра инструмента.

С появлением вибраций условная граница поля может иметь достаточно сложную конфигурацию. При обработке плоских поверхностей вращающимся инструментом и отсутствии самоперерезания волн [4] ординаты точек условной границы поля в основной плоскости вычисляются по уравнению

$$y_n'(x, t) = y_n'(x, t_0) + \int_{t_0}^t V_{0y} d\tau + \Delta y_{\dot{O}}'(x, t) + y_{yn}'(x, t) + \sum_i A_{0yi} \cos(tW_{0yi} + \psi_{0yi}) - R(\gamma, x, t), \quad (1)$$

где $y_n'(x, t_0)$ – координата центра инструмента в момент времени t_0 ; V_{0y} – запланированная скорость движения центра инструмента по координате y ; $\Delta y_{\dot{O}}'(x, t), y_{yn}'(x, t)$ – смещение условной наружной поверхности инструмента вследствие упругих и температурных деформаций технологической системы; $A_{0yi}, W_{0yi}, \psi_{0yi}$ – амплитуда, частота и фаза i гармоник вибрационных смещений центра инструмента.

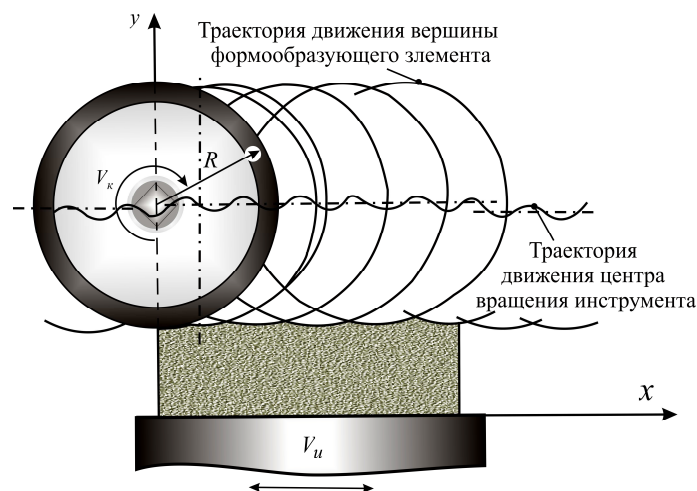


Рисунок 1 – Схема формирования воспроизводящего поля при обработке плоской поверхности вращающимся инструментом

При анализе базового участка поля рассматриваются геометрия режущих поверхностей, их число и распределение. В качестве допущения принято, что абразивное зерно имеет бесконечно большую жесткость и упруго не деформируется, режущая поверхность определяется как совокупность траекторий движения точек контура формообразующего элемента, который может одновременно участвовать в нескольких вращательных и поступательных движениях. Результирующая точек контура скорость определяется векторной суммой всех скоростей. При шлифовании можно полагать, что в зоне контакта детали с кругом зерно перемещается параллельно самому себе. В этом случае координаты точек режущей поверхности определяются системой

$$\left. \begin{aligned} z &= z_0 + \int_{t_0}^t [R(M)\omega_k \cos \gamma + V_{0z} + V_{0Az} + V_{0yyn} + V_{3z}] dz; \\ y &= y_0 + \int_{t_0}^t [R(M)\omega_k \cos \gamma + V_{0y} + V_{0Ay} + V_{0yyn} + V_{3y}] dy; \\ x &= x_0 + \int_{t_0}^t [R(M)\omega_k \cos \gamma + V_{0x} + V_{0Ax} + V_{0xyn} + V_{3x}] dx; \\ R(M) &= R(\gamma, x, t) - U_R + R_3(\varphi, \tau) \cos \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где ω_k – угловая скорость инструмента; z_0, y_0, x_0 – координаты точки режущей кромки в момент времени t_0 ; γ – угол между осью y и радиус-вектором точки $R(M)$; $V_{0Az}, V_{0Ay}, V_{0Ax}$ – скорости вибрационных перемещений оси инструмента; $V_{0yyn}, V_{0yyn}, V_{0yyn}$ – скорости упругих перемещений оси инструмента; V_{3z}, V_{3y}, V_{3x} – скорости изменения координат кромки относительно центра инструмента при его упругой деформации.

В уравнения системы (2), кроме детерминированных, входят случайные величины, поэтому форма режущих элементов также будет случайной.

При исследовании законов распределения режущих поверхностей за основу взяты математические зависимости теории точности производства, разработанные [4]. Число элементов базового участка поля $n_n(l_x, l_z)$, по данным выполненных нами исследований [3], определяется по числу формообразующих элементов базового участка рабочей поверхности инструмента и кинематике и динамике процесса. Для шлифования

$$n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x l_z \frac{V_k}{V_u} i \quad \text{при} \quad l_x = l_z = 1; n_n = n_3 \frac{V_k}{V_u}, \quad (3)$$

где i – число контактов участка поверхности с инструментом.

Распределение элементов на базовом участке формообразующего поля по координатным осям X и Z может отличаться от равномерного при наличии отклонений в скорости инструмента и детали. Принимая во внимание, что плотность вероятностей $f_{\eta_z}(z)$ расстояний η_z от начала координат до вершин элементов по оси Z вычисляется $f_{\eta_z}(z) = \frac{1}{n_n(l_x, l_z)} \cdot \frac{dn_n(l_x, l_z)}{dz}$, а число элементов базового участка поля при изменении скоростей инструмента $V_k(\tau)$ и детали $V_u(\tau)$ определяется интегралом

Стилтьеса $n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x \int_0^{l_z} \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)} dz(\tau)$, получим

$$f_{\eta_z}(z) = \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau) \int_0^{l_z} \frac{V_k(\tau)}{V_u(\tau)} dz(\tau)}.$$

Если, например, $V_k = \text{const}$, а скорость детали изменяется пропорционально Z , то плотность вероятностей расстояний от начала координат до вершин элементов поля будет уменьшаться с увеличением Z , рисунок 2.

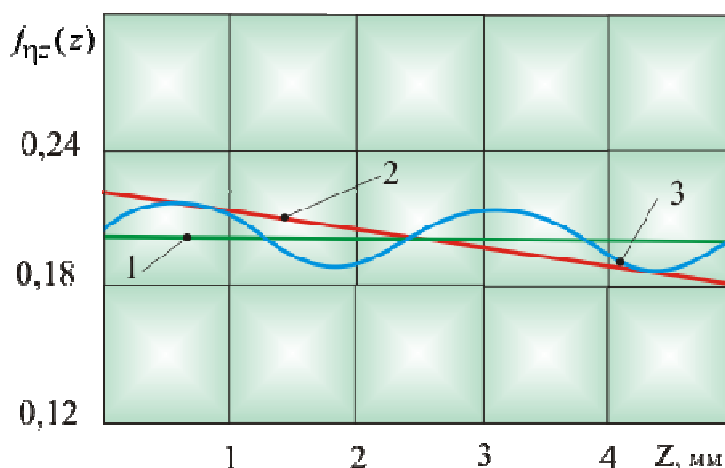


Рисунок 2 – Плотности распределений элементов воспроизводящего поля в направлении вектора скорости резания при:

- 1 – постоянстве V_k и V_u ; 2 – снижении V_k ;
- 3 – изменении V_k по синусоидальному закону

Изменение плотности вероятности будет приводить к изменению и других параметров поля. Распределение элементов базового участка формообразующего поля по глубине также, как и рассмотренных ранее параметров, зависит от соответствующего распределения элементов рабочей поверхности инструмента, кинематики и динамики движений.

В системе отсчета обрабатываемой детали смещение режущих контуров определяется изменением координат условной поверхности инструмента y'_u . Её расстояние до уровня инструмента, сопрягаемого с

фиксированным уровнем поля, вычисляется $u(t) = y' - y'_u(t_0) + \int_{t_0}^t V_y d\tau$.

Мгновенная плотность вероятностей ординат вершин поля $f_{\eta_{y(t)}}(y')$ определяется по плотности вероятностей расстояний от условной наружной поверхности инструмента до вершин режущих кромок

$$f_{\eta_{y(t)}}(y') = f_{\xi_u}(y' - y'_u(t_0) + \int_{t_0}^t V_y d\tau), \quad (4)$$

а результирующий закон $f_{\eta_y}(y')$ – усреднением плотностей мгновенных распределений

$$f_{\eta y'}(y') = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} f_{\xi u}(y' - y'_u(t_0)) + \int_0^t V_y d\tau dt. \quad (5)$$

При дискретном перемещении с подачей S_y

$$f_{\eta y'}(y') = \frac{1}{n_{31} + n_{32} + \dots + n_{3m}} \cdot \left[n_{31} f_{\xi u}(y' - y'_u + S_{y1}) + n_{32} f_{\xi u}(y' - y'_u + S_{y1} + S_{y2}) + \dots + n_{3m} f_{\xi u}(y' - y'_u + \sum_{i=1}^m S_{yi}) \right], \quad (6)$$

где $n_{31} + n_{32} + \dots + n_{3m}$ и $S_{y1} + S_{y2} + \dots + S_{ym}$ – соответственно число зерен на единице рабочей поверхности инструмента и подачи при выполнении 1-го, 2-го, ..., m -го проходов.

При многопроходной обработке, когда положение инструмента в направлении, перпендикулярном полю, изменяется периодически, плотность вероятностей расстояний до вершин элементов поля по глубине может иметь несколько максимумов, рисунок 3. При задании рабочей поверхности по второму способу элементарные режущие профили могут рассматриваться как самостоятельные формообразующие элементы

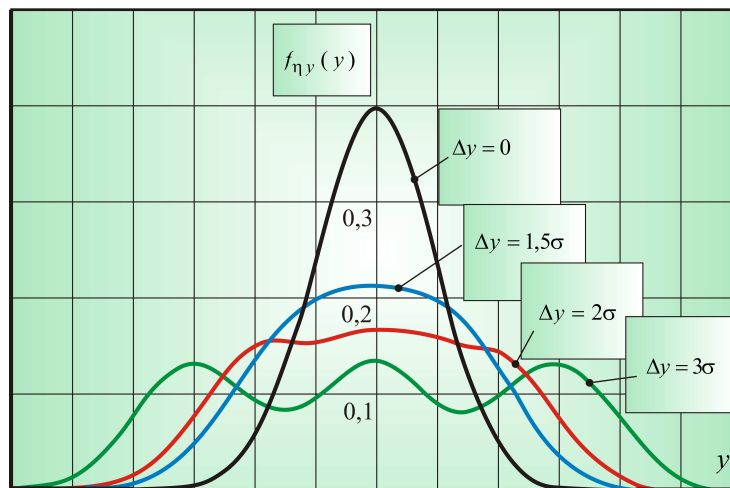


Рисунок 3 – Плотности вероятностей распределения режущих поверхностей по глубине формообразующего поля при дискретном сближении инструмента и детали

Если функции распределения расстояний точек элементарных профилей до условной наружной поверхности инструмента $F_U(u_1), F_U(u_2), \dots, F_U(u_K)$ заданы, то функция ординат профиля определяется по вероятности события, что ордината Y точки профиля окажется меньше заданного значения y' .

$$F_y(y') = 1 - [1 - F_U(W - W_1)][1 - F_U(W - W_2)] \dots [1 - F_U(W - W_K)], \quad (7)$$

где $W_1, W_2, \dots, W_K$ – расстояния от условной границы поля до условной наружной поверхности инструмента в момент прохождения через сечения $1, 2, \dots, K$ элементарных режущих профилей, определяются кинематикой и динамикой движений.

2. Граничная область материал – среда и её описание.

Описание геометрических параметров обработанной поверхности, как и формообразующего поля, можно выполнить двумя методами: а) заданием формы, геометрических размеров, законов распределения единичных рисков, кратеров, сколов; б) заданием поверхности функционалами случайного поля.

Для анализа процесса формообразования рассмотрим в граничной области материал – среда произвольную точку $M(x, y, z)$, рисунок 4, а.

Для каждой такой точки можно говорить о двух событиях: о событии, заключающемся в том, что материал в этой точке будет удален, и о событии противоположном, заключающемся в том, что материал в точке останется неудаленным. Каждое событие случайно и имеет определенную вероятность. Сумма вероятностей равна единице, а значения вероятностей в общем случае могут зависеть от положения точки в граничной области по всем трем координатам. Например, если начало координат для поверхности с регулярным микропрофилем совместить с вершиной одного из выступов шероховатости, то при постоянстве формы единичных рисок, их глубины и равенстве расстояний между рисками вероятность удаления металла будет функционально зависеть от координаты X (рисунок 4, а). Если расстояние точки до ближайшей вершины микропрофиля $|X_0| \leq \frac{l_{mp}}{2} - \sqrt{W(2\rho_3 - W)}$, то вероятность удаления металла равна нулю, так как точка лежит в пределах выступа шероховатости поверхности, и вероятность удаления металла равна единице, если точка лежит за пределами указанного интервала. График зависимости вероятности удаления металла представляется в виде кусочно-непрерывной функции со значениями нуль и единица (рисунок 4, б, линия 1).

Если профиль обработанной поверхности стационарен и относительно начала координат жестко не закреплен, то вероятность удаления металла представляется прямой, параллельной оси X , рисунок 4, б линия 2, а величина вероятности определяется по отношению суммы длин отрезков b_{Mi} , заполненных металлом, к длине сечения l

$$P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 1 - \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\sum b_{Mi}}{l}. \quad (8)$$

Поскольку $\sum_i b_{Mi}$ при $l \rightarrow \infty$ стремится к $l\lambda M[b_M]$, уравнение (7) может быть записано в следующем виде

$$P(M) = 1 - \lambda M[b_M], \quad (9)$$

где λ – математическое ожидание числа выступов на единицу длины сечения.

При наличии на поверхности отклонений формы величина вероятности удаления материала будет определяться не только выбором координаты y' , но и координат X и Z . В то же время для каждого из возможных сочетаний X и Z может быть вычислена ордината граничной области, для которой вероятность удаления материала принимает заданное значение β_j . Совокупность таких точек образует в пространстве поверхность, а в сечении – линию разной вероятности удаления материала. Изменяя уровень вероятности, получим семейство поверхностей (линий) равной вероятности, рисунок 4, а задавшись максимальным и минимальным уровнем, например, $\beta_{M \min} = 0,00135$ и $\beta_{M \max} = 0,99885$ – две поверхности, ограничивающие область материал – среда сверху и снизу.

По изменению положения уровней равной вероятности можно судить о пространственных отклонениях обрабатываемой поверхности и о изменении величины слоя, в котором распределена шероховатость поверхности, рисунок 5.

По сравнению с относительной опорной длиной профиля, которая по ГОСТ 2789–73 вычисляется только для конкретной реализации номинального профиля, вероятность удаления и вероятность неудаления материала отражают динамику процесса формирования поверхности.

О вероятности удаления материала и её изменении можно говорить для любой точки пространства, в котором задана обрабатываемая поверхность. Математическое ожидание относительной опорной длины профиля непосредственно определяется по вероятности неудаления материала

$$t_p = \frac{1}{l} \int_0^l P(\overline{M}) dx \quad (10)$$

и численно равна ей, если $P(\overline{M})$ не зависит от X .

Функционал вероятности удаления материала относится к функционалам, описывающим обрабатываемую поверхность как случайное поле. Для поверхностей без жесткого закрепления профиля относительно начала координат он совпадает с функцией плотности распределения ординаты профиля детали $F_W(W)$.

В действительности функция распределения $F_W(W)$ вычисляется:

$$F_W(W) = P(W < w)$$

где w – фиксированное значение случайной величины W .

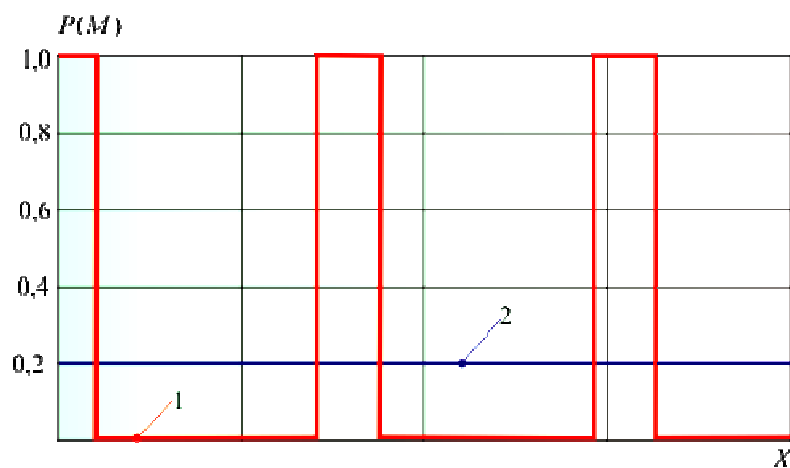
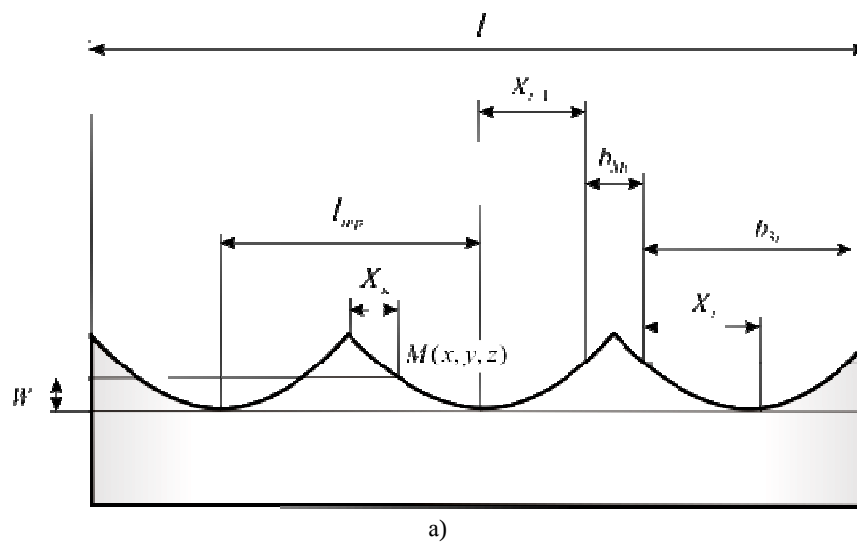


Рисунок 4 –Схема поверхности к анализу граничной области материал – среда (а); вероятность удаления (б) материала при жестком (кривая 1) и нежестком (кривая 2) закреплении профиля относительно начала координат

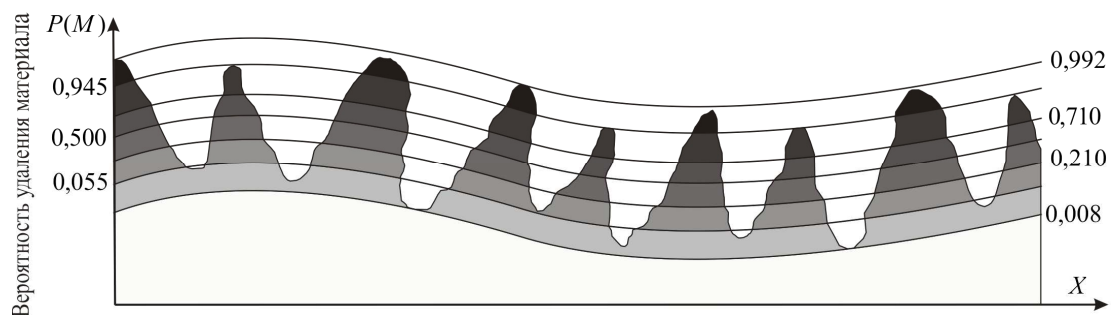


Рисунок 5 – Уровни равной вероятности удаления материала на обработанной поверхности

Так как вероятность $P(W < w)$ любого произвольного профиля поверхности (рисунок 6) равна вероятности попадания точки в интервалы отрезков АВ, СД, ... и т.д., для которых $W < w$, то

$$P(W < w) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{l - \sum_i b_{Mi}}{l} = P(M).$$

При полном геометрическом копировании на детали профиля воспроизводящего поля

$$P(M) = F_W(W). \quad (11)$$

Таким образом, при формировании поверхности в условиях преобладания одного из процессов вероятность удаления материала и функция плотности распределения ординат профиля определяются по параметрам воспроизводящего поля.

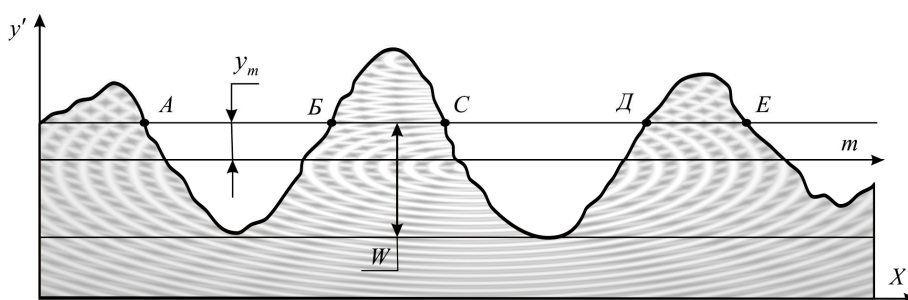


Рисунок 6 – Схема к вычислению функции распределения ординат профиля обработанной поверхности

3. Вычисление вероятности удаления материала при совмещении процессов формообразования. Как отмечалось, новая поверхность возникает как результат совместного воздействия на материал детали нескольких процессов. Например, точение хрупких материалов может сопровождаться появлением сколов, кратеров, при обработке пластичных материалов – волн пластической деформации и т.д. Расчет вероятности в этих случаях основан на изучении каждого из процессов с последующим их совмещением. При этом отдельные процессы могут быть зависимыми и независимыми. Так, при электрохимическом шлифовании протекают три процесса: механического разрушения, электрохимического растворения и электроэрозионного разрушения материала [4]. Все они зависимы. Интенсивность электрохимического растворения неодинакова для впадин и вершин неровностей, а возникновение искрового разряда наиболее вероятно между связкой и одним из выступов шероховатости поверхности. К независимым процессам могут быть отнесены профили, возникающие при многооперационной обработке, например, при точении и последующем шлифовании, когда сьем материала на заключительной операции лежит в пределах исходной шероховатости.

Вероятность удаления материала при одновременном протекании нескольких процессов формообразования вычисляется по уравнениям теорем сложения и умножения вероятностей. Для двух зависимых профилей, например, при нарезании резьбы со смещением инструмента вдоль одной из образующих, рисунок 7, а, вероятность удаления материала определяется вероятностью события, заключающегося в том, что произвольно выбранная точка будет находиться в пределах профиля инструмента либо на втором; либо на первом, либо одновременно при выполнении первого и второго проходов.

$$P(M_1 + M_2) = P(M_1) + P(M_2) - P(M_1 M_2), \quad (12)$$

где $P(M_1 M_2)$ – вероятность выполнения совместного события.

Для событий независимых

$$P(M_1 + M_2) = 1 - P(\overline{M}_1)P(\overline{M}_2). \quad (13)$$

Для двух процессов, когда один из них приводит к увеличению доли материала на рассматриваемом уровне, вычисляется вероятность неудаления материала:

$$P\left[\overline{(M)} + \overline{(M)}^*\right] = P(\overline{M}) + P(\overline{M}^*) - P(\overline{M}\overline{M}^*), \quad (14)$$

где $P(\overline{M}^*)$ – вероятность заполнения точки материалом за счет вторичных процессов и за счет его нанесения на поверхность.

Методом полной математической индукции можно получить формулы для расчета вероятности удаления материала при любом числе одновременно протекающих процессов.

$$P(M) = P\left[\sum_i^m (\overline{M_i} + \overline{M_i}^*)\right] = \sum_i P(\overline{M_i} + \overline{M_i}^*) - \sum_{ij} P\left[(\overline{M_i} + \overline{M_i}^*)(\overline{M_j} + \overline{M_j}^*)\right] + \\ + \sum_{ijk} P\left[(\overline{M_i} + \overline{M_i}^*)(\overline{M_j} + \overline{M_j}^*)(\overline{M_k} + \overline{M_k}^*)\right] - \dots + \\ + (-1)^{m-1} P\left[(\overline{M_1} + \overline{M_1}^*) \times (\overline{M_2} + \overline{M_2}^*) \dots (\overline{M_m} + \overline{M_m}^*)\right]. \quad (15)$$

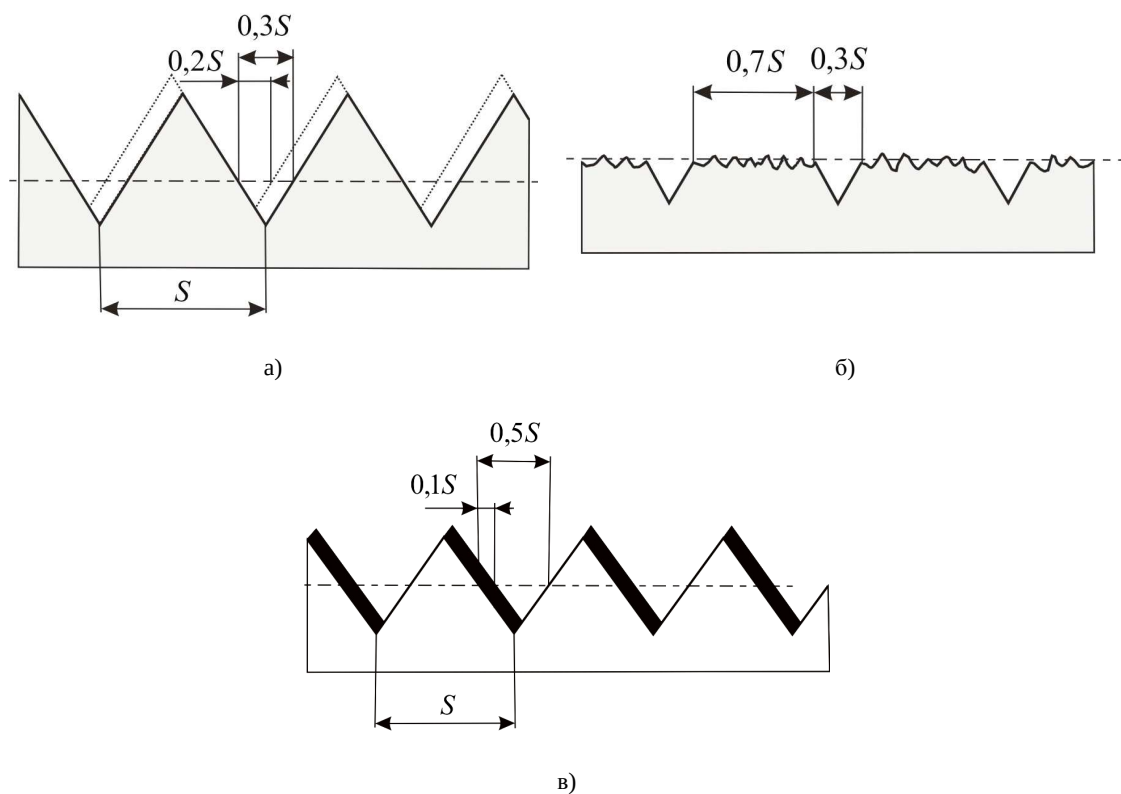


Рисунок 7 – К расчету вероятности удаления материала для процессов: а) зависимых; б) независимых; в) с пластическим оттеснением обрабатываемого материала

Для независимых процессов

$$P\left[\sum_{i=1}^m (\overline{M_i} + \overline{M_i}^*)\right] = 1 - \prod_{i=1}^m P(\overline{M_i} + \overline{M_i}^*).$$

Полученные уравнения могут быть легко проверены геометрическими построениями. Для зависимых событий, рисунок 7, пример нарезания резьбы, справедливо уравнение (12). При $i = 2$, $b_{M_1} = S - 0,2S$; $b_{M_2} = S - 0,3S$ имеем

$$P(M_1) = 1 - \frac{S - 0,2S}{S} = 0,2, P(M_2) = 0,3; P(M_1 M_2) = 0,2;$$

$$P(M_1 + M_2) = 0,2 + 0,3 - 0,2 = 0,3;$$

что согласуется с данными рисунка. Для независимых событий при последовательной обработке точением и шлифованием, рисунок 7, б, справедливо уравнение (13), при $P(M_1) = 0,3$, $P(M_2) = 0,5$, имеем

$$P(M_1 + M_2) = 1 - 0,7 * 0,5 = 0,65.$$

По данным геометрических построений

$$P(M_1 + M_2) = 1 - \frac{0,7S - 0,5 * 0,7S}{S} = 0,65.$$

Для процессов с увеличением доли материала за счет пластических деформаций, например при тчении, (рисунок 7, в), справедливо уравнение (14). Для примера при $P(\overline{M}_1) = 0,5, P(\overline{M}_1^*) = 0,1$ имеем $P(\overline{M}_1 + \overline{M}_1^*) = 0,5 + 0,1 + 0 = 0,6$, что соответствует геометрическим данным.

Таким образом, вероятность удаления материала при наличии нескольких формообразующих процессов определяется по вероятности удаления материала всех простейших процессов.

На основе выполненного анализа может быть рекомендована типовая последовательность вычисления вероятности удаления материала и функции распределения ординат профиля обработанной поверхности. На первом этапе процесс формообразования расчленяется на простейшие процессы. Для каждого из них определяются функции распределения ординат воспроизводящих полей, уравнение (6), и вероятности удаления материала, уравнение (11). На втором этапе определяется функция вероятности удаления материала совокупного процесса, уравнение (15), а по нему – функция распределения ординат профиля обработанной поверхности, уравнение (11).

4. Прогнозирование параметров качества обработанных поверхностей.

При задании воспроизводящего поля могут быть определены не только вероятность удаления металла, но и форма, число, распределение единичных рисок, кратеров обработанной поверхности.

Допустим, что вершина элемента поля совместилась с произвольно выбранной точкой $M(x, y, z)$. Вероятность контакта вершины с обрабатываемым материалом в этой точке равна вероятности неудаления материала. Если вершина элемента поля относительно профиля поверхности может располагаться в различных точках, то вероятность её контакта с материалом вычисляется по формуле полной вероятности

$$P_k = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\overline{M}) f_{\eta x, \eta z}(x, z) dx dz,$$

где $f_{\eta x, \eta z}(x, z)$ – совместная плотность распределения расстояний от начала координат до вершин элемента по оси X и Z .

Элементарное приращение числа вершин рисок ΔN_p на базовом участке поверхности определяется числом вершин элементов участка воспроизводящего поля в слое Δy и вероятностью контакта вершины с материалом

$$\Delta N_p = n_n f_{\eta y}(y') \Delta y' P_k.$$

Общее число рисок, кратеров на базовом участке и плотность их распределения по глубине вычисляются по зависимостям:

$$N_p = n_n \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta y}(y') P_k dy'; \quad (16)$$

$$f_{\zeta_{cw}}(y') = \frac{f_{\eta y}(y') P_k}{n_n \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta y}(y') P_k dy'}. \quad (17)$$

Для процессов, когда положение вновь появляющихся элементов поля корреляционно и функционально не связано с ранее образовавшимися неровностями или когда этой связью можно пренебречь, вероятность контакта элемента поля не зависит от его координат X и Z и будет равна вероятности неудаления материала на рассматриваемом уровне.

Расстояния между вершинами соседних единичных рисок, кратеров на обработанной поверхности сохраняются такими же, как и расстояния между элементами воспроизводящего поля, только при условии, что все они участвуют в формировании окончательного профиля поверхности. При полном геометрическом копировании это условие означает наличие в профиле поверхности всех точек вершин элементов воспроизводящего поля. Если часть из вершин перекрывается профилями других элементов, то приближенная оценка может быть получена на основе анализа расстояний между активными формообразующими элементами рабочей поверхности инструмента. Если у инструмента выбрана произвольная вершина, оставляющая на поверхности след, то число активных элементов, расположенных с ней рядом, уменьшается пропорционально соотношению числа рисок поверхности к

числу элементов поля $m^* = m \frac{N_p}{n_n}$, что позволяет оценить изменение уровней равной вероятности расстояний между рисками обработанной поверхности.

Более точную оценку можно дать для расстояний между вершинами профилей сечений рисков. Вероятность события $P(\kappa_x < x)$, заключающегося в том, что расстояния между двумя соседними рисками, рисунок 8, будет меньше некоторого значения, равна вероятности

$$P(\kappa_x < x) = 1 - P(\kappa_x \geq x) = 1 - \prod_i (P_i(\kappa_x \geq x)),$$

где $P_i(\kappa_x \geq x)$ – вероятность события, заключающегося в том, что вершина сечения i -го элемента поля не попадает на участок криволинейного треугольника ABC, определяется по зависимости

$$P_i(\kappa_x \geq x) = 1 - P_i(\kappa_x < x) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\mu w}(W) \int_0^x \int_{W_{\min}}^{W_{\max}} f_{Lmpi}(x) f_{\eta cw}(W_{\eta}) dW_{\eta} dx dW,$$

где $f_{\mu w}(W)$ – плотность вероятностей расстояния до впадины сечения риски; $f_{Lmpi}(x)$ – плотность вероятностей расстояния до i -й вершины сечения элемента поля по оси X ; $f_{\eta cw}(W_{\eta})$ – плотность вероятностей расстояний до вершины сечения элемента поля по оси W ; $W_{\max}$ – координата точки стороны AC криволинейного треугольника; $W_{\min}$ – координата точки стороны AB криволинейного треугольника (рисунок 8).

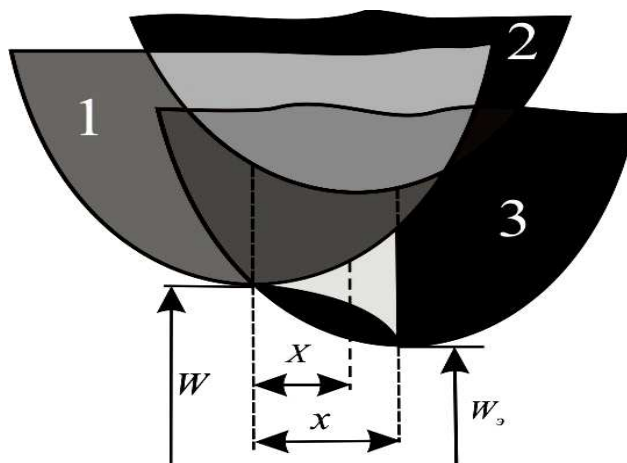


Рисунок 8 – Схема к расчету расстояний между низшими точками сечений рисков обработанной поверхности нормальной плоскостью

Описание формы, числа и законов распределения единичных рисков дает полную объемную картину состояния базовых участков обработанной поверхности и содержит в себе информации, намного превышающую используемую в настоящее время для конкретных технологических задач. На практике состояние поверхности оценивается в ее сечении нормальной плоскостью. Математическая модель поверхности в этом случае значительно упрощается, уравнения (15), (16) принимают вид:

$$N = m_{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta cw}(W) P_k(W) dW, \quad f_{\mu w}(W) = \frac{f_{\eta cw}(W) P_k(W)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta cw}(W) P_k(W) dW}, \quad (18)$$

где m_{η} – число элементов поля на единицу длины сечения; $f_{\eta cw}(W)$ – плотность распределений вершин сечений элементов поля по оси W .

Число единичных рисков (выбросов ординат профиля обработанной поверхности) может быть определено и при задании рабочей поверхности инструмента совокупностью элементарных режущих профилей. Для этого необходимо иметь плотности распределения выбросов каждого из элементарных режущих профилей, участвующих в формообразовании рассматриваемого базового участка поверхности.

Элементарное приращение выбросов случайного процесса ординат профиля поверхности ΔN в её сечении нормальной плоскостью, перпендикулярной вектору скорости резания, вычисляется:

$$\Delta N = \Delta N_{\mathcal{E}1} P_{K1} + \Delta N_{\mathcal{E}2} P_{K2} + \dots + \Delta N_{\mathcal{E}K} P_{KK},$$

где $\Delta N_{\mathcal{E}1}, \Delta N_{\mathcal{E}2}, \dots, \Delta N_{\mathcal{E}K}$ – приращение числа выбросов первого, второго и т.д. элементарных режущих профилей базового участка, $\Delta N_{\mathcal{E}1} = f_{\xi u}(u_1) N_{\mathcal{E}1} \Delta y$; $P_{K1}, P_{K2}, \dots, P_{KK}$ – вероятности контакта выбросов первого, второго, k -го элементарных режущих профилей с обрабатываемым материалом на заключительной стадии процесса, для стационарного процесса при независимом наложении профилей $P_{K1} = P_{K2} = \dots = P_{KK}$ и $N_{\mathcal{E}1} = N_{\mathcal{E}2} = \dots = N_{\mathcal{E}K} = N_{\mathcal{E}}$ уравнение имеет вид

$$\Delta N = N_{\mathcal{E}} [1 - P(M)] [f_{\xi u}(u_1) + f_{\xi u}(u_2) + \dots + f_{\xi u}(u_K)].$$

При моделировании обработанной поверхности как совокупности единичных рисков вероятность удаления материала может быть определена непосредственно по размерам рисков (рисунок 9).

Размер i -го выступа в нормальном сечении поверхности определяется расстоянием между рисками L_p и размерами X_{i-1}, X_i от впадин рисков до точек профиля, ограничивающих выступ шероховатости: $b_{Mi} = L_p - X_i - X_{i-1}$.

Размер произвольно взятого выступа шероховатости поверхности является величиной случайной с математическим ожиданием

$$M[b_M] = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty (L_p - X_i - X_{i-1}) f_{L_p, X_{i-1}, X_i}(X_{L_p}, X_{i-1}, X_i) dX_{L_p} dX_{i-1} dX_i, \quad (19)$$

где $f_{L_p, X_{i-1}, X_i}(X_{L_p}, X_{i-1}, X_i)$ – совместная плотность распределения случайных величин X_{L_p}, X_{i-1}, X_i (рисунок 9).

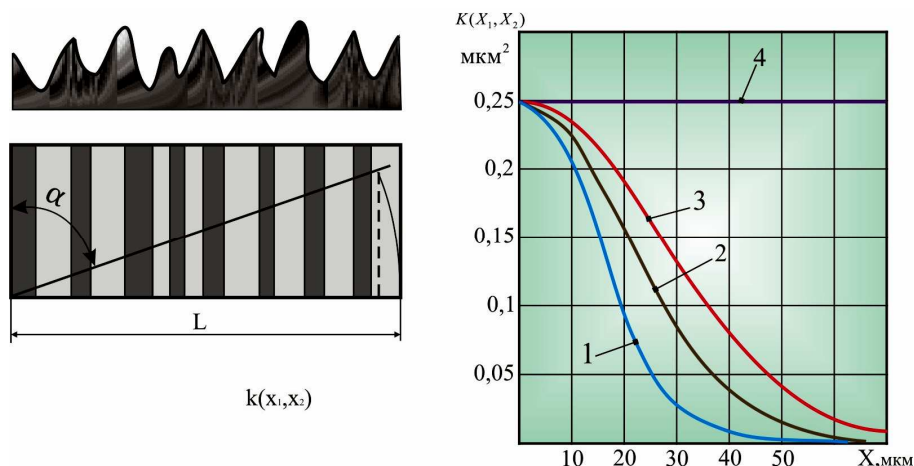


Рисунок 9 – Корреляционные функции профилей поверхности в сечениях, направленных под углом α к вектору скорости резания:

$$1 - \alpha = 90^\circ; 2 - \alpha = 45^\circ; 3 - \alpha = 32,5^\circ; 4 - \alpha = 0^\circ$$

Уравнение (16) справедливо как для случайных, так и для регулярных профилей, так как любая детерминированная величина может рассматриваться как случайная при одном её возможном значении. Например, при точении в условиях отсутствия вибраций, упругих и пластических деформаций в пределах слоя шероховатости всегда $L_p \geq X_i + X_{i-1}$. Первое слагаемое при почленном разложении

уравнения (19) можно интегрировать сначала по X_i и X_{i-1} , а затем по L_p . Интегралы $\int_0^\infty f_{X_i}(X_i) dX_i$ и

$\int_0^\infty f_{X_{i-1}}(X_{i-1}) dX_{i-1}$ равны единице, а $\int_{X_{i-1}+X_i}^\infty L_p f_{L_p}(X_{L_p}) dX_{L_p}$ – математическому ожиданию L_p . Учитывая,

что для рассматриваемого случая $M[L_p] = S_x$, а $M[X_{i-1}] = \sqrt{w(2p-w)}$, получим известную в теории резания зависимость: $b_M = S_x - 2\sqrt{w(2p-w)}$.

Полученные расчетные зависимости вероятности удаления материала, формы, числа, плотности распределения единичных рисков позволяют рассмотреть вопрос прогнозирования качества базовых участков обработанной поверхности. Все наиболее важные параметры шероховатости поверхности могут быть определены аналитически по технологическим факторам. Относительная опорная длина профиля вычисляется по вероятности удаления металла по предложенной выше зависимости. Среднее арифметическое отклонение профиля связано с относительной опорной длиной профиля. Для стационарных нормальных процессов

$$R_a = 2 \int_0^{\infty} t_p dy_m, \quad (20)$$

где y_m – расстояние от уровня до средней линии профиля.

Наибольшая высота неровностей профиля и высота неровностей профиля по десяти точкам по ГОСТ 2789 – 73 определяются

$$R_{\max} = h_{\max 1} + h_{\min 1}; \quad R_z = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 h_{\max i} + \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 h_{\min i},$$

где расстояния от средней линии до пяти наибольших минимумов $h_{\min 1}, h_{\min 2}, \dots, h_{\min 5}$ и пяти наибольших максимумов $h_{\max 1}, h_{\max 2}, \dots, h_{\max 5}$ профиля являются величинами случайными. Математическое ожидание и дисперсия минимумов определяются по плотности вероятностей распределения вершин сечений рисков по оси ординат.

Средний шаг неровностей профиля в пределах базовой длины вычисляется по числу единичных рисков

$$S = \frac{1}{N-1}, \quad (21)$$

где N – определяется из уравнения (18).

На основании полученных критериев может быть определена и корреляционная функция ординат профиля поверхности, если известен ее вид. Так, для поверхностей, не имеющих регулярного микропрофиля корреляционная функция наиболее часто аппроксимируется выражением

$$k_y(X_1, X_2) = D[Y_m] e^{-a^2(X_2-X_1)^2},$$

где $D[Y_m]$ – дисперсия расстояний точек профиля до средней линии.

Для нормального стационарного процесса математическое ожидание числа максимумов на единичном интервале $M[N] = m_N$ вычисляется по второй $K''(0)$ и четвертой $K^4(0)$ производным корреляционной функции [2]

$$m_N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\frac{K^4(0)}{K''(0)}}.$$

Решение приведенного уравнения позволяет определить коэффициент a , $a = \sqrt{\frac{2}{3}} \pi m_N$. С учетом полученных зависимостей корреляционная функция записывается в виде

$$k_y(X_1, X_2) = D[Y_m] e^{-\frac{2\pi^2}{3} m_N^2 (X_2-X_1)^2}. \quad (22)$$

Корреляционная функция вида (22) может быть определена для любого произвольно выбранного нормального сечения обработанной поверхности. Математическое ожидание числа максимумов равно математическому ожиданию числа минимумов, а число минимумов определяется по входным технологическим факторам, уравнение (20). Так, для сечений поверхности в виде параллельных рисков, плоскостями, направленными под углом α к вектору скорости резания, рисунок 9, корреляционные функции представляются в виде семейства кривых, при $\alpha \neq 0$ асимптотически стремящихся к 0.

При $\alpha = 0$ корреляционная кривая вырождается в прямую, параллельную оси X . Другой граничной кривой рассматриваемого семейства является кривая, соответствующая сечению поверхности нормальной плоскостью, перпендикулярной направлению рисков. Для этого сечения наблюдается наиболее быстрое затухание корреляционной связи между ординатами случайного профиля.

Уравнения (19...22) позволяют определять значения параметров микрорельефа поверхности на любом ее базовом участке с учетом возможных изменений и отклонений элементов режима резания и состояния рабочей поверхности инструмента. Анализ формы инструмента, кинематики и динамики движений позволяет определить координаты условной наружной границы воспроизводящего поля. Общее уравнение для расчета координат $y'_q(x, z)$ обработанной поверхности для ранее рассмотренной схемы плоского шлифования записывается

$$y'_q(x, z) = y'_y(x, z) + H(x, z) - \Delta y'_{qT}(x, z) - \Delta y'_{qVY}(x, z). \quad (23)$$

где $\Delta y'_{qT}$ – тепловые деформации детали; $\Delta y'_{qVY}$ – упругие деформации материала детали, неучтенные при описании воспроизводящего поля.

Указанная последовательность в общем случае сводится к вычислению функционала

$$H_q(x, z) = H_s(x, z) - \Delta H(x, z), \quad (24)$$

где $\Delta H(x, z)$ – сьем материала в исследуемой области обрабатываемой поверхности.

Точность размера обработанной поверхности определяется возможными отклонениями всех составляющих уравнения (22) и точностью положения измерительной базы относительно выбранной системы координат.

Для стационарных процессов $H(x, z) = \text{const}$ и уравнение (23) значительно упрощается, так как третье и четвертое слагаемые для целого ряда процессов могут считаться независимыми от координат X и Z .

5. Обсуждение полученных результатов, перспективы дальнейшего развития предложенного направления.

В статье рассмотрены вопросы аналитического моделирования параметров формообразующего поля и обработанной поверхности. Наиболее важные, результирующие зависимости этапов сведены в таблице 1. Приведенные в ней функционалы позволяют вскрыть основные пространственно-временные связи между подсистемами и проследить за отображением входных переменных на параметры качества обрабатываемой поверхности по всем этапам процесса. Начальное состояние рабочей поверхности инструмента зависит от его характеристики и режима правки (выходные переменные подсистемы правки). Оно определяется исходными размерами, формой поверхности $R(\gamma, x, 0)$, формой режущих кромок ($R_3(\varphi, 0)$); $p_3(0)$ их числом n_3 и распределением $f_{\xi u}(u)$. Последние могут быть либо вычислены по известным из литературы зависимостям либо замерены экспериментально.

Таблица 1 – Моделирования параметров формообразующего поля и обработанной поверхности

Подсистема	Исследуемый размер	Функционал
1	2	3
Зона контакта детали с кругом	Форма элементов поля	$\left. \begin{aligned} z &= z_0 + \int_{t_0}^t [R(M) \omega_k \cos \gamma + V_{0z} + V_{0Az} + V_{0yyn} + V_{3z}] dz \\ y &= y_0 + \int_{t_0}^t [R(M) \omega_k \cos \gamma + V_{0y} + V_{0Ay} + V_{0yyn} + V_{3y}] dy \\ x &= x_0 + \int_{t_0}^t [R(M) \omega_k \cos \gamma + V_{0x} + V_{0Ax} + V_{0yyn} + V_{3x}] dx \end{aligned} \right\} \quad (2)$ $R(M) = R(\gamma, x, t) - U_R + R_3(\varphi, \tau) \cos \varphi$
	Число элементов поля	$n_n(l_x, l_z) = n_3 l_x l_z \frac{V_k}{V_u} i \quad \text{при} \quad l_x = l_z = 1; n_n = n_3 \frac{V_k}{V_u}, \quad (3)$
	Распределение элементов поля	а) при непрерывном сближении инструмента и детали $f_{\eta y'}(y') = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} f_{\xi u}(y' - y_u(t_0) + \int_0^t V_y d\tau) dt. \quad (5)$

Продолжение таблицы 1

1	2	3
		б) при дискретном сближении инструмента и детали $f_{\eta'}(y') = \frac{1}{n_{31} + n_{32} + \dots + n_{3m}} \left[n_{31} f_{\tilde{y}}(y' - y'_u + S_y) + n_{32} \times \right. \\ \left. \times f_{\tilde{y}}(y' - y'_u + S_{y1} + S_{y2}) + \dots + n_{3m} f_{\tilde{y}}(y' - y'_u + \sum_{i=1}^m S_{yi}) \right] \quad (6)$
	Форма условной границы поля	$y_n'(x, t) = y_n'(x, t_0) + \int_{t_0}^t V_{0y} d\tau + \Delta y_T'(x, t) + y_{yn}'(x, t) + \\ + \sum_i A_{0yi} \cos(t W_{0yi} + \psi_{0yi}) - R(\gamma, x, t). \quad (1)$
	Вероятность удаления материала	$P(M) = 1 - P(\overline{M}) = 1 - \lambda M[b_M], \quad (9)$ $P(M) = P\left[\sum_i^m (\overline{M}_i + \overline{M}_i^*)\right]. \quad (15)$
Деталь	Число царапин и их распределение	$N_p = n_n \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta'}(y') P(\overline{M}) dy'; \quad (16)$ $f_{\zeta_{cw}}(y') = \frac{f_{\eta'}(y') P_k}{N_p}. \quad (17)$
	Размер выступа шероховатости поверхности	$M[b_M] = \int_0^{\infty} \int_{X_{i-1} + X_i}^{\infty} \int_{L_p}^{\infty} (L_p - X_i - X_{i-1}) f_{L_p, X_{i-1}, X_i} \times \\ \times (X_{L_p}, X_{i-1}, X_i) dX_{L_p} dX_{i-1} dX_i, \quad (19)$
	Параметры шероховатости поверхности	$M[t_p] = \frac{1}{l} \int_0^l P(\overline{M}) dx \quad R_a = 2 \int_0^{\infty} t_p dy_m, \\ S = \frac{1}{N-1}, \quad (21)$
	Корреляционная функция профиля	$k_y(X_1, X_2) = D[Y_m] e^{-\frac{2\pi^2}{3} m_N^2 (X_2 - X_1)^2}. \quad (22)$
	Форма поверхности	$H_q(x, z) = H_3(x, z) - \Delta H(x, z), \quad (24)$

Изменение свойств рабочей поверхности инструмента (параметры состояния подсистемы) отображается функционалами приведенными в работах [1,2]. Текущие значения радиус-вектора инструмента, форма, число, распределение режущих кромок являются одновременно выходными переменными подсистемы инструмента и входными переменными подсистемы зоны контакта. По ним определены форма, число, распределение элементов поля режущих поверхностей, уравнения (3), (5), (6), форма его условной границы, уравнение (7). Параметры поля вычисляются не только с учетом изменения состояния рабочей поверхности инструмента, но и координат пространственного положения круга и детали.

Текущие значения шероховатости и отклонений формы обрабатываемой поверхности вычислены по параметрам заготовки (входные переменные, поступающие из среды) и параметрам формообразующих полей (выходные переменные зоны контакта). Поскольку при расчете параметров полей учтены временные процессы подсистем инструмента и зоны контакта, то и параметры обрабатываемой поверхности также будут содержать в своих функционалах переменную времени. Так,

например, число впадин профиля шероховатости поверхности вычисляется по схеме:
 $N_p = R_N(n_n, P(\overline{M}));$

$$n_n = R_n(n(\tau), Y_v, t), n_3(\tau) = f(n_3(0), Q_p, zt);$$

$$n_3(0) \in Y_{np}, Y_{np} = R_{np}(Z_u, X_{np}),$$

где Z_u – структура и свойства инструмента, определяемые его характеристикой и технологией изготовления; X_{np} – входные переменные подсистемы правки; R_{np} – оператор отображения.

Приведенная схема расчета числа впадин профиля учитывает историю развития как отдельных подсистем, так и системы в целом. Переменная времени входит в расчет многократно на различных этапах анализа операции шлифования.

Рассмотренная динамическая модель процесса формообразования поверхностей является геометрической, но она отражает и ряд наиболее важных физических процессов, возникающих при шлифовании, в том числе процессов износа и разрушения единичных режущих кромок и инструмента в целом, упругие, пластические, температурные деформации обрабатываемого материала, упругие деформации инструмента, станка и приспособления. С другой стороны модель не является всеобъемлющей. В ней не раскрыты полностью методики численного расчета ряда важнейших показателей, таких как вероятности удаления и неудаления материала, что затрудняет практическое использование зависимостей. Кроме того, модель дает оценку только некоторым качественным параметрам. Для более полной характеристики процессов необходимо дополнить модель оценками эффективности операций формообразования.

Решение этих вопросов требует более тщательного анализа процессов взаимодействия инструмента и детали. Он может быть выполнен только в сочетании рассмотренных принципов с основными положениями энергетического подхода, что представляет собой дальнейшую перспективу решения проблемы в данной области.

Библиографический список использованной литературы

1. Основы теории резания материалов: учеб. для высших учеб. заведений / Н.П. Мазур [и др.] .— Львов: Новый свет-2000, 2010. — 422 с.
2. Королев А.В. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Ч. 1. Состояние рабочей поверхности инструмента / А.В. Королев, Ю.К. Новосёлов. — Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987. — 160 с.
3. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке / Ю.К. Новоселов. — Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1979. — 232 с.
4. Братан С.М. Вероятностный подход при имитационном моделировании электроэрозионного шлифования / С.М. Братан // Вестник СевГТУ: Сер. Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. — Севастополь, 1997. — Вып. 7. — С. 140–144.

Поступила в редакцию 29.04.2011 г.

Новосёлов Ю.К., Братан С.М. Моделювання процесів взаємодії шліфувального круга та заготовки при чистовому шліфуванні

У статті запропоновано підхід до моделювання процесів абразивної обробки, що враховує стохастичну природу процесу.

Ключові слова: абразивна обробка, точність, шорсткість, ймовірність видалення матеріалу.

Novoselov J.K., Bratan S.M. Simulation of the processes of interaction between grinding wheels and a workpiece at fair grinding

This paper proposes an approach to simulating the processes of abrasive-processing, taking into account the stochastic nature of the process.

Keywords: abrasion, accuracy, surface roughness, the probability of material removal.